

Übungsblatt 7

Themen für Kurzvorträge

- Spin-Bahn-Wechselwirkung (GM 12.5.3)

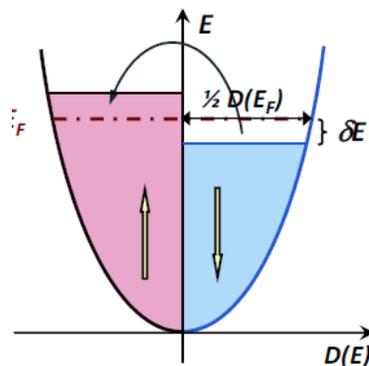
1. Wiederholungs-Aufgaben

- Wie lautet der Spin-Zustand des Singlet Grundzustandes in Bra-Ket Notation? Wie, die der angeregten Triplets?
- Wie fällt die magnetische Dipol-Kopplung als Funktion des Abstandes zwischen zwei Spins ab?
- Welches Verhältnis der magnetischen Suszeptibilitäten zwischen Landau-Diamagnetismus und Pauli-Paramagnetismus erhält man für ein freies Elektronengas? Wie verändert sich das Verhältnis für Leitungselektronen in einem Metall? "
- Sie betrachten zwei Elektronenspins, die ca. 10 nm voneinander entfernt sind. Was dominiert: magnetische Dipolwechselwirkung oder Austauschwechselwirkung und warum?

2. Das Stoner Kriterium

In dieser Übungsaufgabe wollen wir das Stoner-Kriterium herleiten, welches zum Verständnis des Bandferromagnetismus verwendet wird.

- Wir nehmen an, dass durch Austauschwechselwirkung (Austauschloch) einige Spin-down Elektronen in Spin-up Zustände umverteilt werden. Dies ist in der folgenden Abbildung zusammengefasst, welche wir in ähnlicher Form schon beim Pauli-Paramagnetismus kennengelernt haben.



Dadurch wird allerdings die kinetische Energiedichte des Elektronensystems erhöht. Geben Sie hierfür einen Ausdruck an.

- b) Entwickeln Sie zudem einen Ausdruck für die Magnetisierung M_A des Systems.
 c) Leiten Sie als nächstes hieraus einen Ausdruck für die potentielle Energie her. Nehmen Sie an, dass M_A durch ein fiktives inneres „Molekularfeld“ zustande kommt mit

$$B_A = \mu_0 \gamma M_A$$

γ ist hierbei die Molekularfeldkonstante, ein Materialparameter (Hinweis: Benutzen Sie die Ergebnisse aus b und setzen Sie abschließend $U = 2\mu_0\mu_B^2\gamma/V$, die charakteristische Energiedichte aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung für jedes Elektronenpaar mit entgegengesetzter Spin-Richtung, ein).

- d) Wie kann man das Ergebnis für die Änderung der potentiellen Energiedichte anschaulich verstehen? (Hinweis: Wie viele Paare mit Spin-Up und Paare mit Spin-down haben Sie? Wieviel Energie müssen Sie für eine Gleichbesetzung [durch gelegentlichen gleichzeitigen Aufenthalt im gleichen Orbital] bezahlen?)
- e) Berechnen Sie nun die gesamte Änderung der Energiedichte

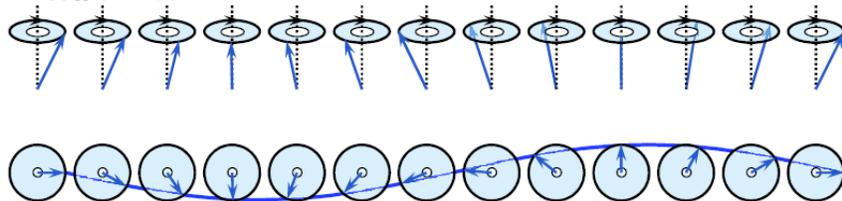
$$\Delta E = \Delta E_{\text{kin}} + \Delta E_{\text{pot}}$$
 Wann gewinnen wir Energie?
- f) Berechnen Sie nun abschließend die Suszeptibilität. Addieren Sie hierzu noch einen zusätzlichen Beitrag $-MB_{\text{ext}}$ zur Änderung der Energiedichte. Wie unterscheidet sich dieser Ausdruck zur uns bekannten Pauli-Suszeptibilität?

3. Spin-Wellen

Neben dem Curie-Weiss Gesetz gibt es noch andere Effekte in Materialien mit kooperativem Magnetismus. Eines hiervon sind sogenannte Spin-Wellen, die für den Magnetismus von (Anti-) Ferromagneten bei tiefen Temperaturen eine zentrale Rolle spielen. Ziel ist es in dieser Aufgabe, ein einfache (semiklassische) Ableitung von Spinwellen zu verwenden, um ein intuitives Bild zu erhalten und zu sehen, wie ähnlich sie den Phononen sind.

Wir wollen hier die Dispersionsrelation von 1D-Spinwellen in einem semiklassischen Ansatz herleiten.

- a) Wir betrachten eine Kette von Spins, die mit Ihren nächsten Nachbarn mit einer Austausch-Wechselwirkung J_A gekoppelt sind



Zeigen Sie, dass die Bewegungsgleichung einer 1D-Spinwelle wie folgt geschrieben werden kann

$$\frac{d\mathbf{S}_i}{dt} = -\frac{g\mu_B}{\hbar} (\mathbf{S}_i \times \mathbf{B}_{\text{ext}}) + \frac{J_A}{\hbar^2} [\mathbf{S}_i \times (\mathbf{S}_{i-1} + \mathbf{S}_{i+1})]$$

[Tipp: Verwenden Sie einen Mean Field Ansatz mit einem effektiven Feld $B_{\text{eff}} = B_{\text{ext}} + B_{A,i}$ und bestimmen Sie dafür zuerst das Austauschfeld $B_{A,i} = -\frac{J_A}{g\mu_B\hbar} \sum_{i=1}^N (\mathbf{S}_{i-1} + \mathbf{S}_{i+1})$].

b) Linearisieren Sie nun die Gleichung, indem Sie $|S_{i,x}|, |S_{i,y}| \ll |S_{i,z}|$ und $\mathbf{B}_{\text{ext}} \parallel \hat{\mathbf{z}}$ annehmen. (\rightarrow vernachlässigen Sie quadratische Terme in $|S_{i,x}|, |S_{i,y}|$ und nehmen Sie an, dass $|S_{i,z}| \sim -S$).

c) Lösen Sie die linearisierte Gleichung mit einem Ansatz ebener Wellender Form

$$\begin{aligned} S_{i,x} &= S_x \exp(i[qia - \omega t]) \\ S_{i,y} &= S_y \exp(i[qia - \omega t]) \end{aligned}$$

a ist hier die Gitterkonstante und ω die Larmor-Frequenz. Lösen Sie nach $\hbar\omega$ auf. Was ist das Verhältnis von S_x und S_y ? Welches physikalische Bild ist damit verbunden?

d) Plotten Sie $\hbar\omega$ als Funktion von q für $B_{\text{ext}} = 0$. Was erhält man im langwelligen Grenzfall $qa \ll 1$?