

Übungsblatt 9

Themen für Kurzvorträge

- Vorbereitung auf den Quanten-Hall-Effekt: Hall-Effekt (GM 10.1.5)

1. Wiederholungs-Aufgaben

- a) Bei Raumtemperatur beträgt die Bandlücke von Silizium 1.14 eV und die von Zinksulfid 3.6 eV. Welches Material erscheint uns undurchsichtig, welches transparent?
- b) Was ist eine effektive Masse? Wie groß sind diese typischerweise für Halbleiter?
- c) Warum wird oft mehr als eine effektive Masse angegeben?
- d) Welcher (Standard-)Halbleiter hat die größte Spin-Bahn-Kopplung? Welcher die kleinste? Wie groß sind sie? Welches qualitative Argument kann man hier anführen, dass dies so ist?
- e) Welche Parameter beeinflussen die Ladungsträgerdichte von intrinsischen Halbleitern? Wie können Sie diese verändern?

2. Beweglichkeit von Halbleitern

In der Vorlesung haben wir gesehen, dass die Ladungsträgerkonzentration in Halbleitern stark von der Temperatur abhängig ist. Wir wollen hier zeigen, dass die Temperatur ebenfalls Einfluss auf die Beweglichkeit μ der Ladungsträger hat. Die Beweglichkeit dient in der Halbleitertechnik als ein Maß, das die Leitfähigkeit charakterisiert, aber nicht direkt die Anzahl der Ladungsträger. Wir wollen hier nun den qualitativen Verlauf der Elektronen-Beweglichkeit $\mu(T)$ als Funktion der Temperatur diskutieren.

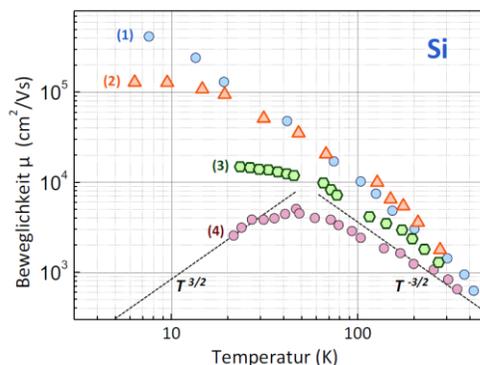


Abb. 1: Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit der Ladungsträger in Si. **(1)** Hochreines Si, $n_D < 10^{12} \text{cm}^{-3}$; **(2)** hochreines Si, $n_D < 4 \cdot 10^{13} \text{cm}^{-3}$; **(3)** $n_D = 1.75 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$, $n_A = 1.48 \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3}$; **(4)** $n_D = 1.3 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$, $n_A = 2.2 \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3}$. Quellen: P. Norton et al., Phys. Rev. B 8, 5632 (1973); C. Canali et al., Phys. Rev. B 12, 2265 (1975).

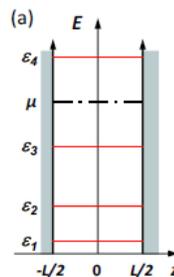
- a) Wie ist die Beweglichkeit definiert und was sind die wichtigen Größen? Wie lässt sich ein Streuquerschnitt definieren und was ist die mittlere Geschwindigkeit der Ladungsträger (Hinweis: Geschwindigkeitsverteilung eines klassischen idealen Gases/Maxwell-Boltzmann-Verteilung)?

- b) Die obige Abbildung zeigt die Abhängigkeit der Beweglichkeit von der Temperatur für unterschiedliche Proben von Silizium. Welche Hypothesen können Sie mithilfe der Datensätze aufstellen?
- c) Der Streuprozess bei höheren Temperaturen skaliert mit $T^{-\frac{3}{2}}$. Erklären Sie dies einerseits unter Verwendung der mittleren Geschwindigkeit und der Streuung an akustischen Phononen (Streuquerschnitt $S_{ph} \propto T$).
- d) Der Streuprozess bei höheren Temperaturen skaliert mit $T^{+\frac{3}{2}}$. Erklären Sie dies mit einem Streuprozess der der Abhängigkeit im Rutherford'schen Streuprozess folgt (Hinweis: Wie ist die Abhängigkeit hier von der Geschwindigkeit v ?). Erklären Sie kurz warum die Analogie zum Rutherford'schen Streuprozess angebracht ist.
- e) Wie müssen die Streuprozesse addiert werden? Welche anderen Streuprozesse sind noch denkbar?

3. Vorbereitung auf den Quanten-Hall-Effekt: Zweidimensionales Elektronengas im Magnetfeld

In dieser Aufgabe wollen wir uns in Richtung des Quantenhalleffektes vorarbeiten. Dies ist einer der bedeutendsten Effekte in der modernen Quantenphysik, spielt eine bedeutende Rolle in der Metrologie und wurde mit dem Nobelpreis für Klaus von Klitzing gewürdigt.

- a) Als ersten Schritt betrachten wir ein 2D Elektronengas, welches durch zwei unendlich hohe Potenzialwände bei $z = \pm L/2$ auf einen engen Bereich der Breite L eingeschränkt wird (siehe Abbildung). Dadurch schränken wir die Wellenfunktion der Elektronen in z -Richtung stark ein, wogegen die Wellenfunktionen senkrecht zur Einschränkungsrichtung, d.h. in der xy -Ebene, nach wie vor Bloch-Charakter haben. Wie lauten die Eigenenergien für jedes Subband? Wie sieht die Zustandsdichte aus? Zeichnen Sie die Zustandsdichte als Funktion der Energie? (Hinweis: Sie brauchen nicht die vollständige Herleitung angeben. Die Grundannahmen, die Ergebnisse und ihr Verständnis genügen).



- b) Wir nehmen nun an, dass das chemische Potential so liegt, dass nur ein Subband $n = 1$ betrachtet werden muss. Wir schalten jetzt ein starkes Magnetfeld an. Was passiert (Hinweis: Denken Sie an andere Aufgaben im Semester zurück)? Was ist der Entartungsgrad p und wie kommt er zustande? Wie groß ist die Entartung für eine 100 nm große quadratische Struktur bei $B = 1 \text{ T}$? Wie groß bei 10 T?
- c) Leiten Sie einen Ausdruck für den Füllfaktor $\nu = N_e/N_\Phi$ her, wobei N_e die Gesamtzahl der Elektronen ist und N_Φ die Zahl der magnetischen Flussquanten in der Probe. Wie groß ist der Füllfaktor zwischen zwei Landau-Niveaus? Skizzieren Sie das 1. Subband zusammen mit der Zustandsdichte im hohen Magnetfeld.
- d) Im Gegensatz zu einem freien Elektronengas, was ändert sich / muss beachtet werden in einem echten Kristall?