

Übungsblatt 10

Themen für Kurzvorträge

- Zweidimensionale Elektronengase (10.4.1)

1. Wiederholungs-Aufgaben

- Welche Atome kann ich als Donatoren bzw. als Akzeptor für Silizium nehmen? Wo liegen die Akzeptor-/ Donator-Niveaus energetisch ungefähr?
- In der Vorlesung haben wir $n_c = n_D - n_D^0 - n_A$ für die Ladungsträgerkonzentration eines dotierten Halbleiters gefunden. Zeigen Sie, dass

$$\frac{n_c(n_c + n_A)}{n_D - n_A - n_c} = n_c^{\text{eff}} e^{-E_d/k_B T}$$

Mit Hilfe der Gleichungen aus der Vorlesung.

- In einem Silizium-Kristall wird ein Si-Atom durch ein Arsen-Atom ersetzt. Damit entsteht für das As eine Wasserstoff-Atom-ähnliche Konfiguration in Silizium. Schätzen Sie den "Bohrschen Radius" und die Bindungsenergie dieses schwach gebundenen As-Elektrons im Si-Kristall ab. (Zahlenwerte: $\epsilon = 12$, $m_e = 0.2 \cdot m_e$)
- Welche Bereiche haben wir für die Ladungsträgerkonzentration in dotierten Halbleitern kennengelernt? Beschreiben Sie jede in einem Satz.
- Typische Dotierkonzentrationen von Halbleitern liegen zwischen $10^{13} - 10^{19} \text{cm}^{-3}$. Welcher relativen Anzahl an Atomen entspricht dies für Si? Wie viele Si Atome findet man pro Kubik-Nanometer? Wieviele Dotieratome?

2. Ladungsträgerdichte von Halbleitern

Betrachten Sie einen Halbleiter mit einer Donatorkonzentration von 10^{19}m^{-3} . Die Ionisationsenergie der Donatoren soll $E_d = 1 \text{meV}$ und die effektive Masse der Elektronen im Leitungsband $m = 0.01 m_e$ betragen.

- Welcher Anteil bestimmt die Ladungsträgerkonzentration für $E_g \gg k_B T$ und unter der Annahme, dass keine Akzeptoratome vorhanden sind?
- Schätzen Sie für diesen Fall die Konzentration der Leitungselektronen n_c bei 4 K, 77 K und 300 K ab. (Hinweis: Benutzen Sie die thermische Besetzung der Donatoren sowie die Beziehung

$$n_c = 2 \left(\frac{m_{e,\text{DOS}}^* k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} e^{-(E_c - \mu)/k_B T} = n_c^{\text{eff}} e^{-(E_c - \mu)/k_B T}$$

für die Leitungselektronen um eine quadratische Gleichung zu erhalten.)

- c) Vergleichen Sie dies mit der intrinsischen Ladungsträgerkonzentration für eine Energielücke von $E_g = 1 \text{ eV}$ bei 300 K. Was bedeutet dies für den tatsächlichen Verlauf?
- d) Welchen Wert hat der Hall-Koeffizient?

3. Quanten-Hall-Effekt

Nachdem wir auf Übungsblatt 9, Aufgabe 3 uns die elektronischen Eigenschaften eines 2DEG in einem starken Magnetfeld klargemacht haben, wollen wir nun hier diese Diskussion mit Transport-Eigenschaften kombinieren, um den Quanten-Hall-Effekt zu verstehen.

- a) Wie lautet der Leitfähigkeitstensor für ein 2D Elektronengas? Welche Materialparameter sind hier entscheidend? Wie wird hier typischerweise ein Experiment durchgeführt um die Leitfähigkeit zu messen?
- b) Welchen Ausdruck erhält man hieraus für ρ_{xy} bzw. für σ_{xy} ?
- c) In starken Magnetfeldern gibt es nun einige Besonderheiten für die Leitfähigkeit. Wie hängt die longitudinale elektrische Leitfähigkeit σ_{xx} bei gegebenen starken Magnetfeld vom chemischen Potential ab? Wann wird sie null? Wann wird sie maximal und warum? Interessanterweise wird für $\sigma_{xx} = 0$ auch $\rho_{xx} = 0$. Erklären Sie wie dies Zustände kommen kann.
- d) Welche Werte erwartet man für den transversalen Widerstand ρ_{xy} , wenn das chemische Potential gerade so eingestellt ist, dass $\rho_{xx} = 0$ ist? Wie hängt dieser vom chemischen Potential ab?
- e) Eine detaillierte Betrachtung zeigt, dass für den Quanten-Hall-Effekt Verunreinigungen und Kristalldefekte eine zentrale Rolle spielen. Skizzieren Sie schematisch das Potential in einer Hall-Probe im starken Magnetfeld und für unterschiedliche chemische Potentiale. In diesem Zusammenhang: Was sind Skipping Orbits? Was sind Quantum Hall Droplets?
- f) Skizzieren und erklären Sie im folgenden die Abhängigkeit der longitudinalen und transversalen Widerstandes als Funktion des chemischen Potentials (oder des B-Feldes)? Was ist ein Hall-Plateau?