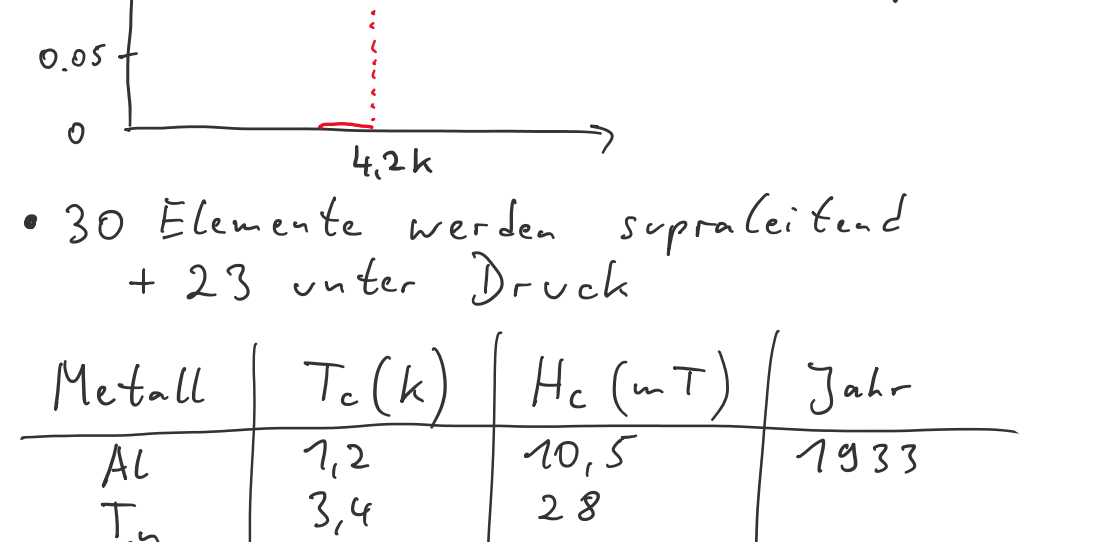


16. Supraleitung

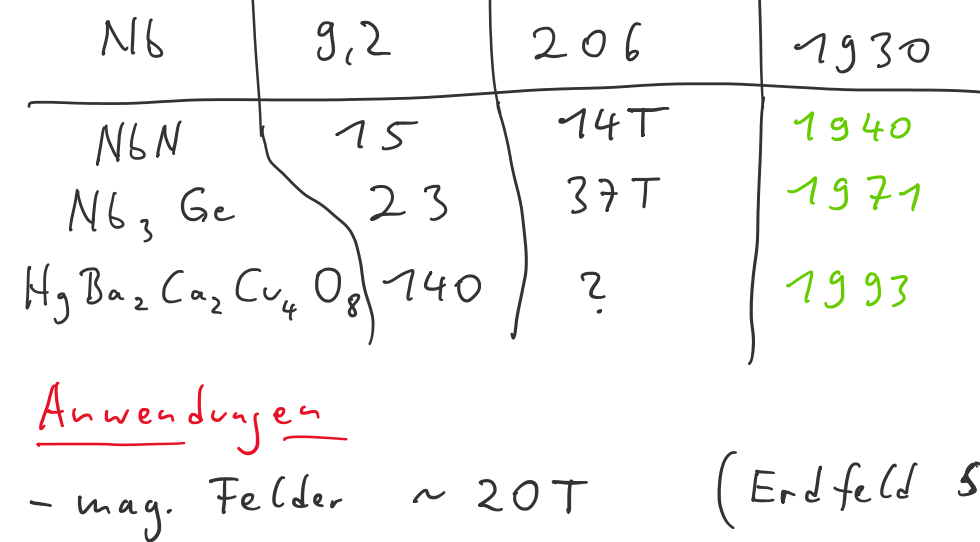
16.1 Historisches

- Experimente unter extremen Bedingungen
⇒ neue Phänomene
- z.B. Verflüssigung von Gasen H_2 (20K)
⇒ zum Abkühlen N_2 (77K)
 N_2 (77K)
- 1908, Heike Kamerlingh-Onnes: Helium
 $\approx 4,2$ K bei 16bar (10^5 Pa)

- Widerstand von Metallen



1911: H_2 $T_c \approx 4$ K



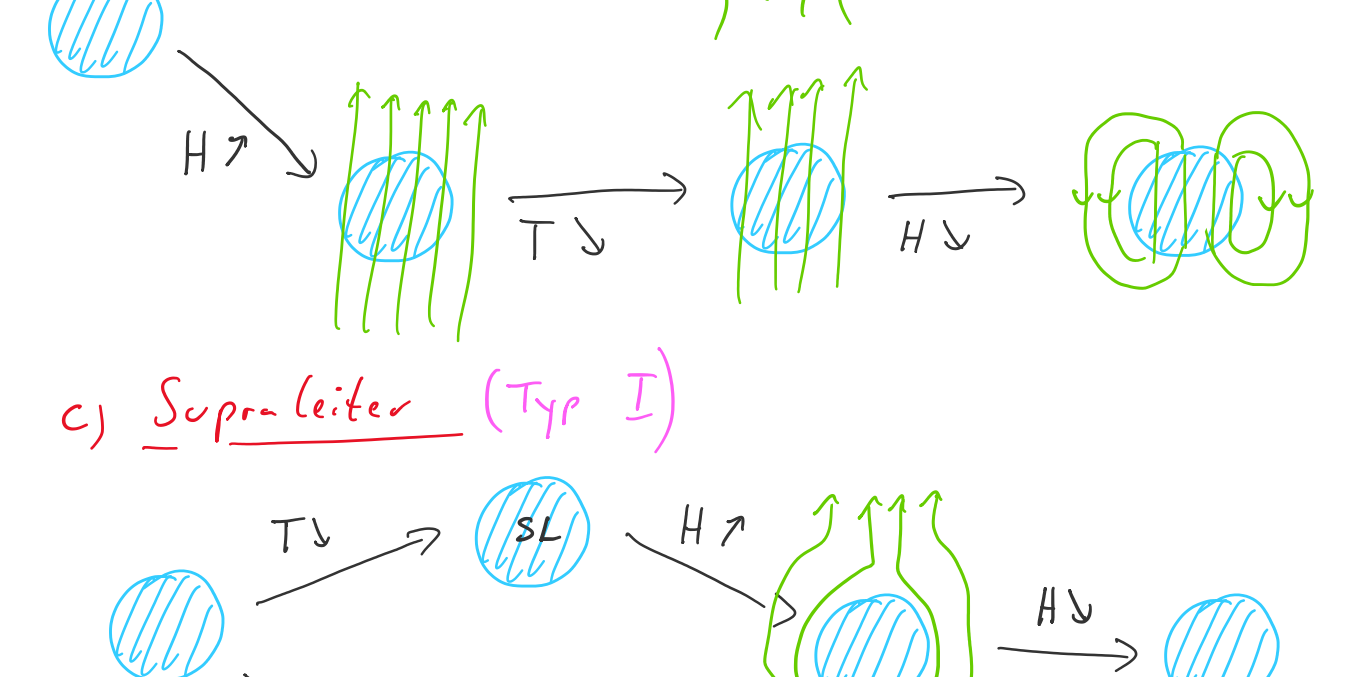
- 30 Elemente werden supraleitend + 23 unter Druck

Metall	T_c (K)	H_c (mT)	Jahr
Al	1,2	10,5	1933
In	3,4	28	
Sn	3,7	30,5	
Pb	7,2	80,5	1913
Nb	9,2	206	1930
NbN	15	14T	1940
Nb ₃ Ge	23	37T	1974
H ₃ Ba ₂ Ca ₂ Cu ₄ O ₈	140	?	1993

Anwendungen

- mag. Felder ~ 20 T (Erdfeld $5 \cdot 10^{-5}$ T)
- Stromleitungen
- mag. Feld Detektoren SQUID
- Photonen und Teilchen Zähler
- Quantencomputer

Phasendiagramm

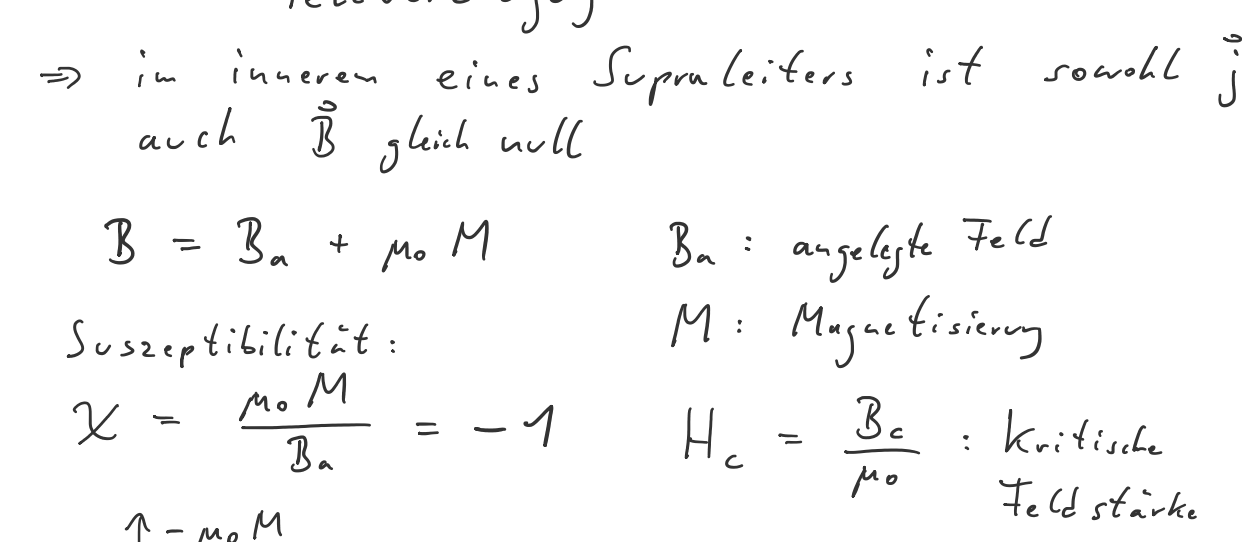


16.2 Meissner Effekt (1933)

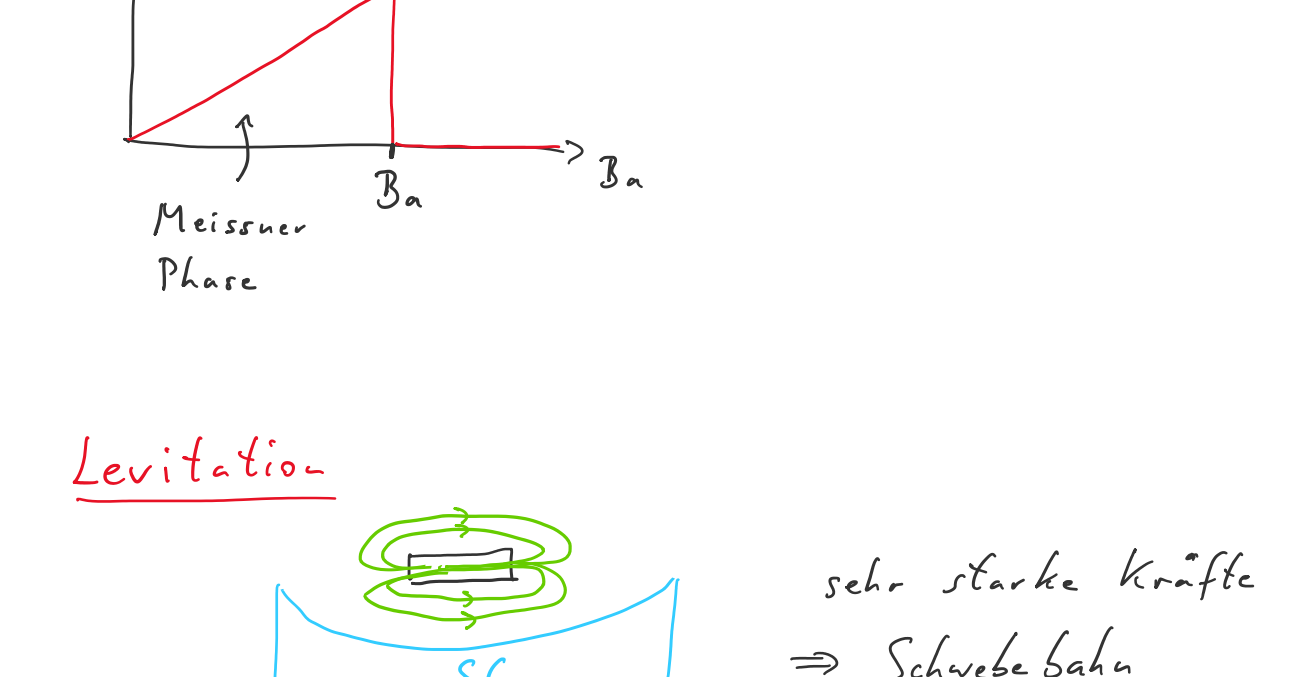
Walther Meissner + Robert Ochsenfeld

- Ist ein Supraleiter ein "idealer Leiter"?

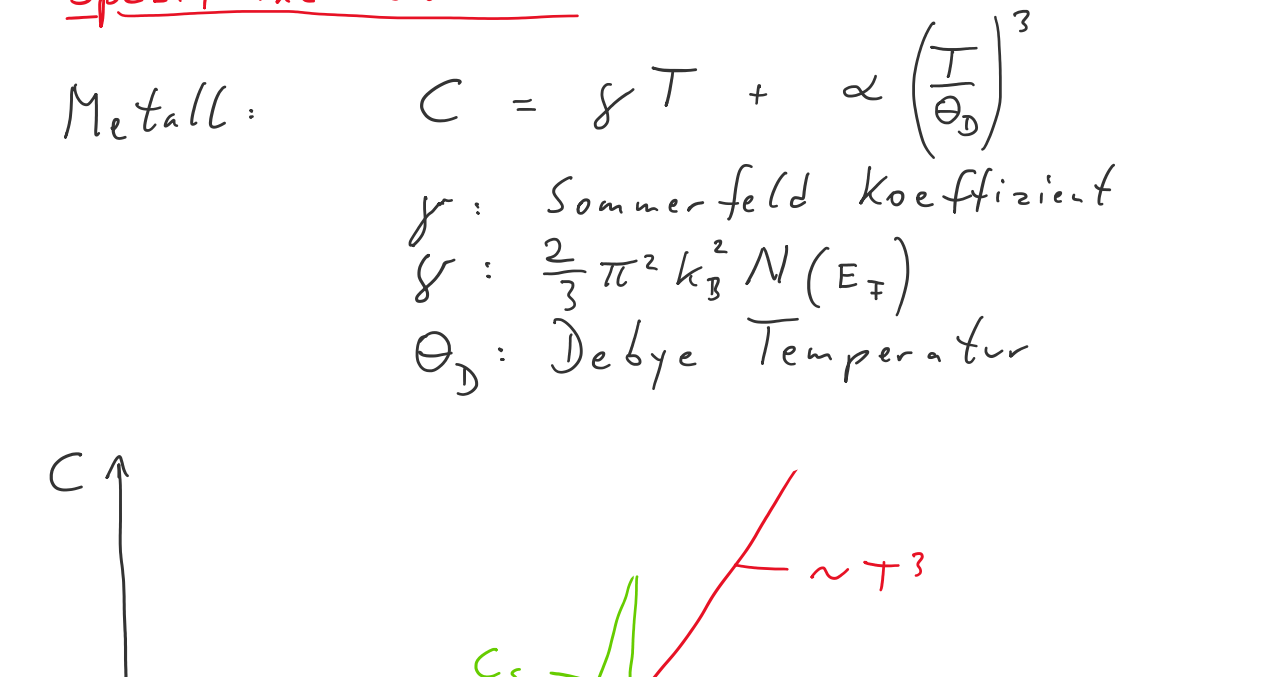
a) Leiter



b) Idealer Leiter



c) Supraleiter (Typ I)



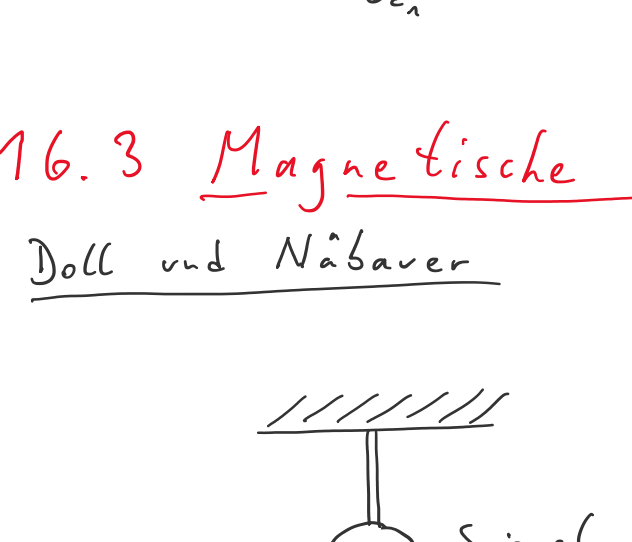
Meissner Effekt:

- Induktion von Abschirmströme
⇒ Feldausstoßung
Feldverdrängung

⇒ im inneren eines Supraleiters ist sowohl $\vec{j}$ als auch $\vec{B}$ gleich null

$$\vec{B} = \vec{B}_a + \mu_0 \vec{M} \quad \vec{B}_a: \text{angeflegte Feld} \quad \vec{M}: \text{Magnetisierung}$$

$$\chi = \frac{\mu_0 \vec{M}}{\vec{B}_a} = -1 \quad H_c = \frac{B_c}{\mu_0}: \text{kritische Feldstärke}$$



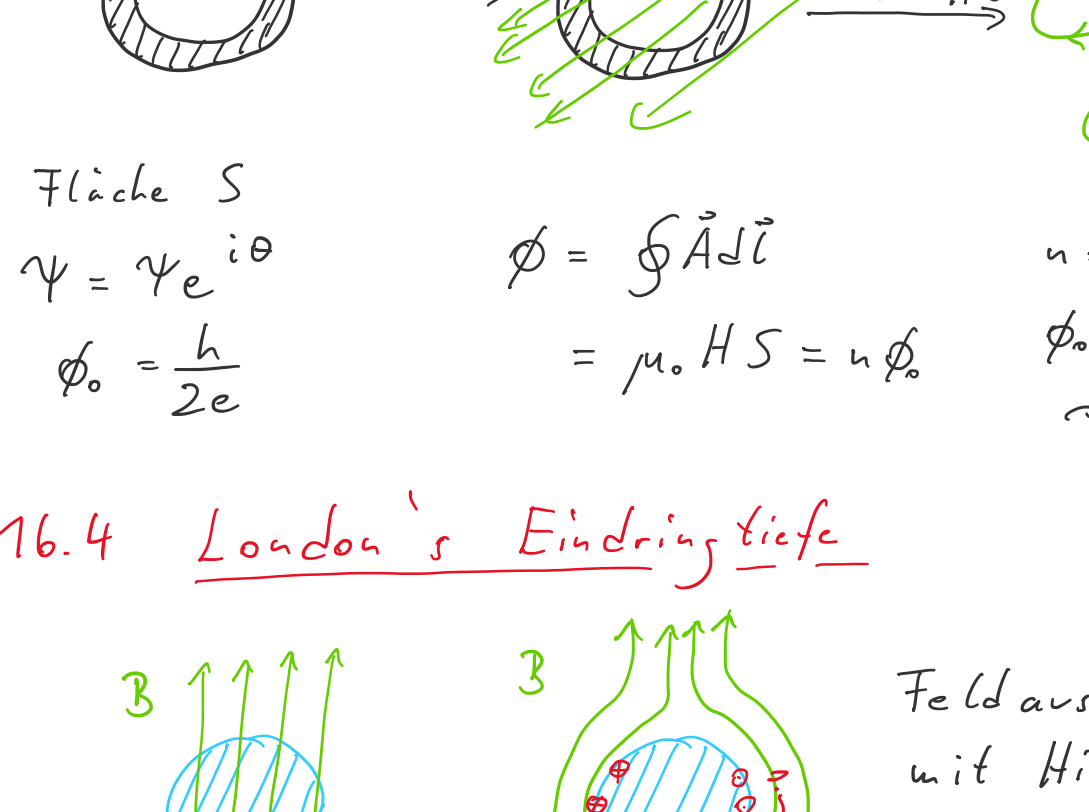
Levitation



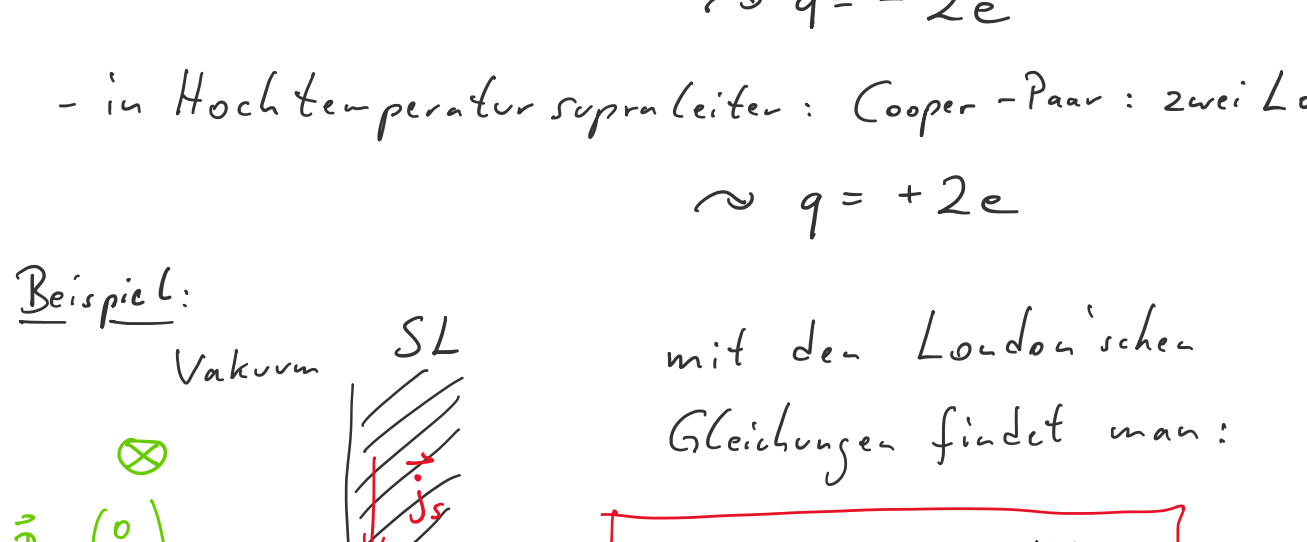
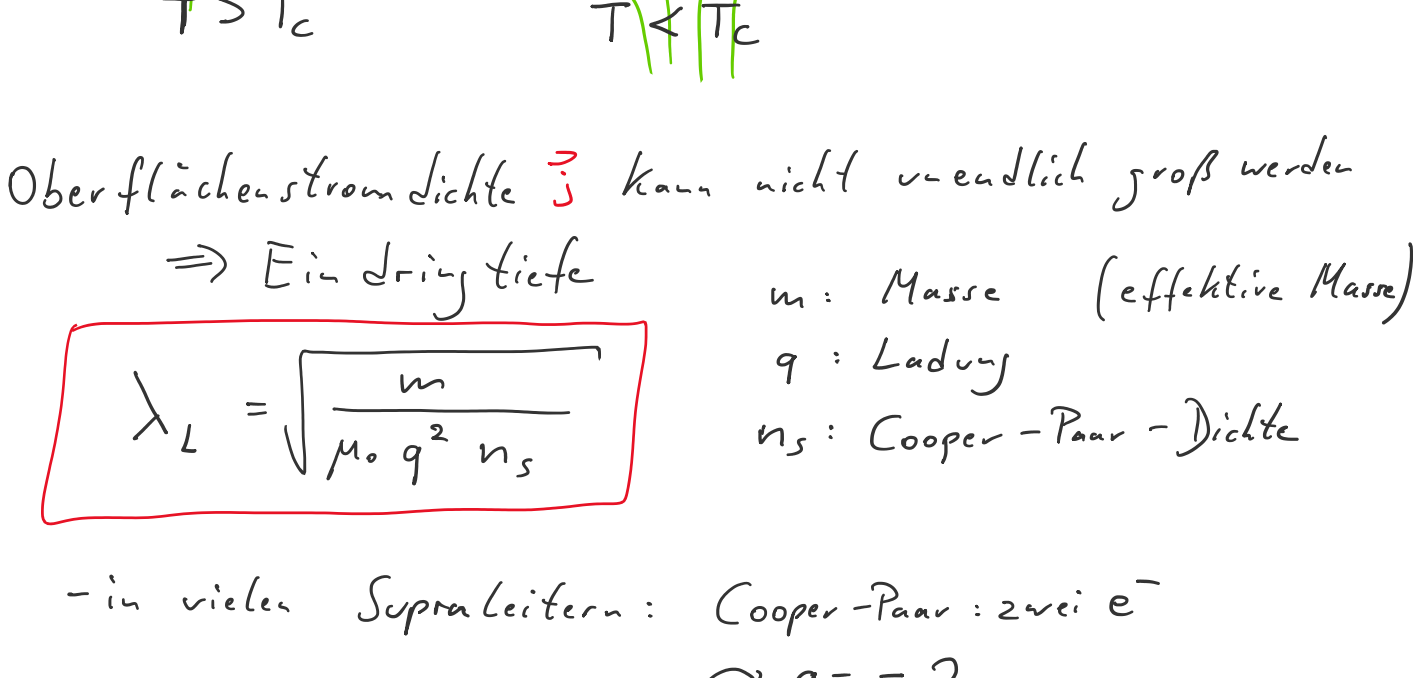
Spezifische Wärme

$$C = \gamma T + \alpha \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3$$

γ : Sommerfeld Koeffizient
 Θ_D : Debye Temperatur

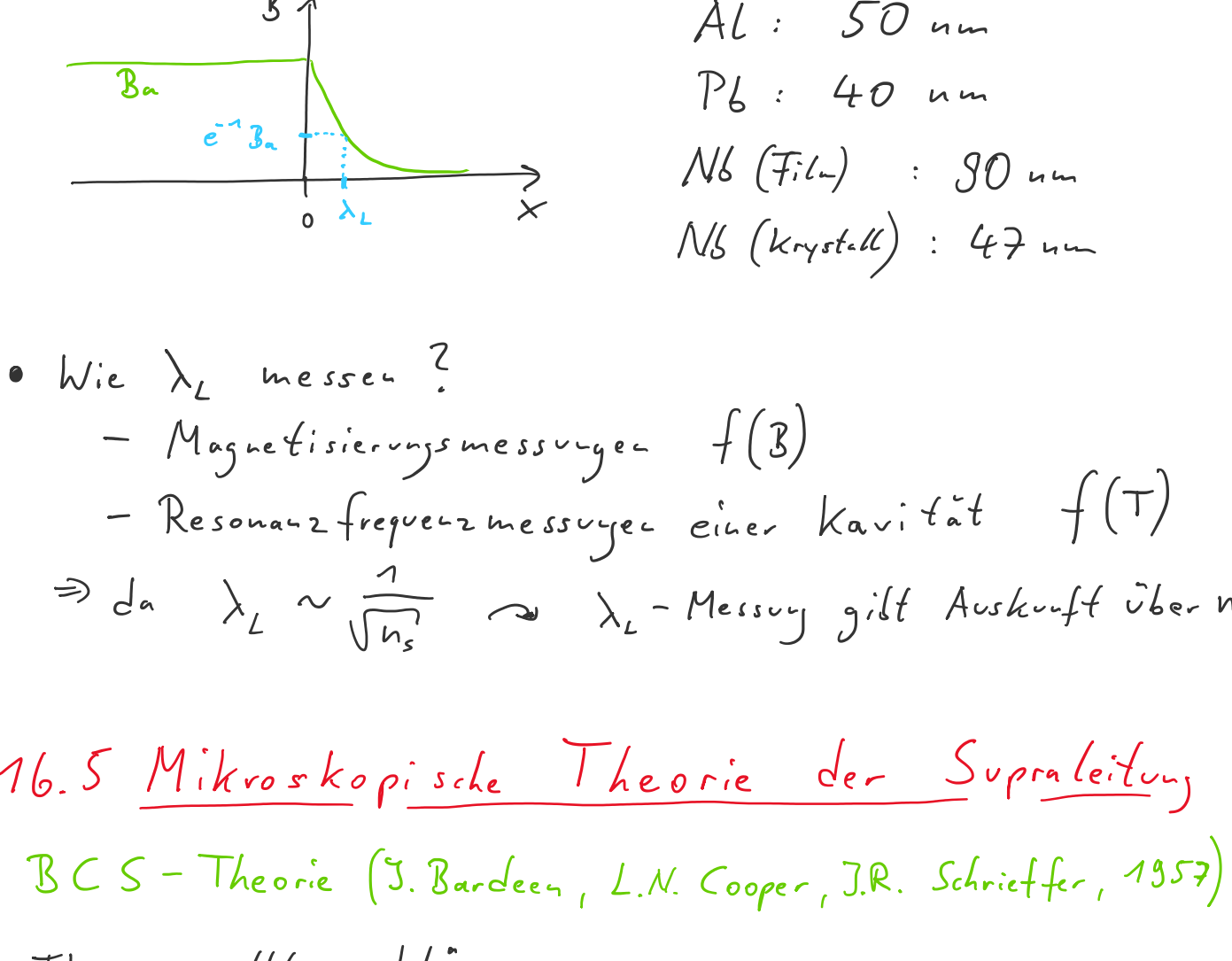


Typ II

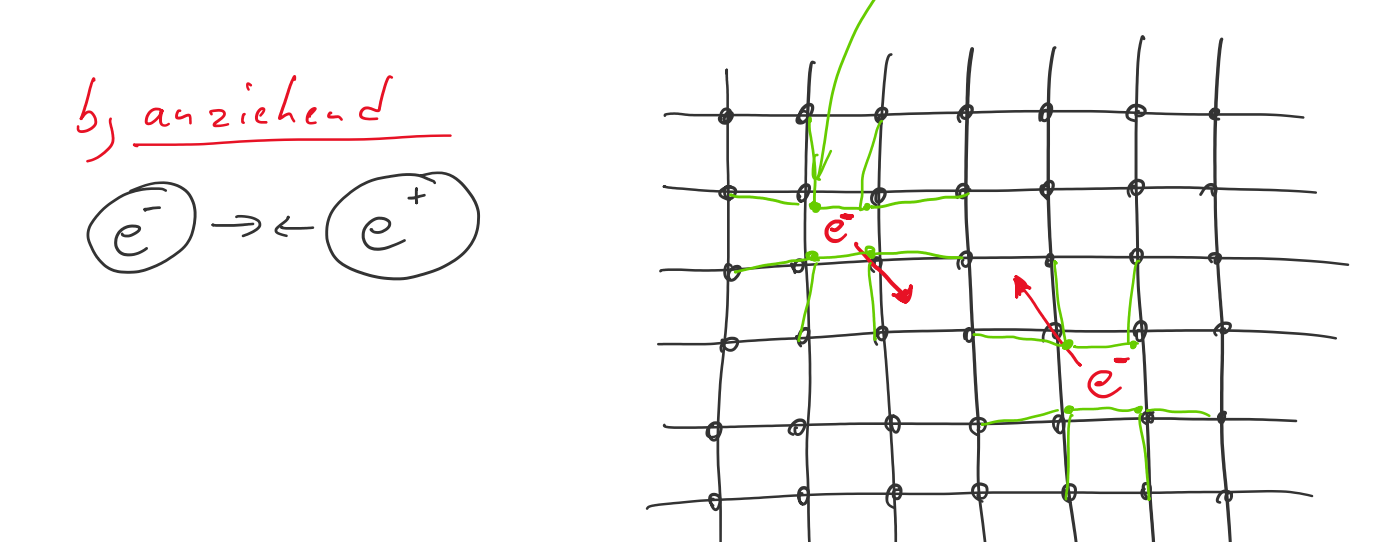
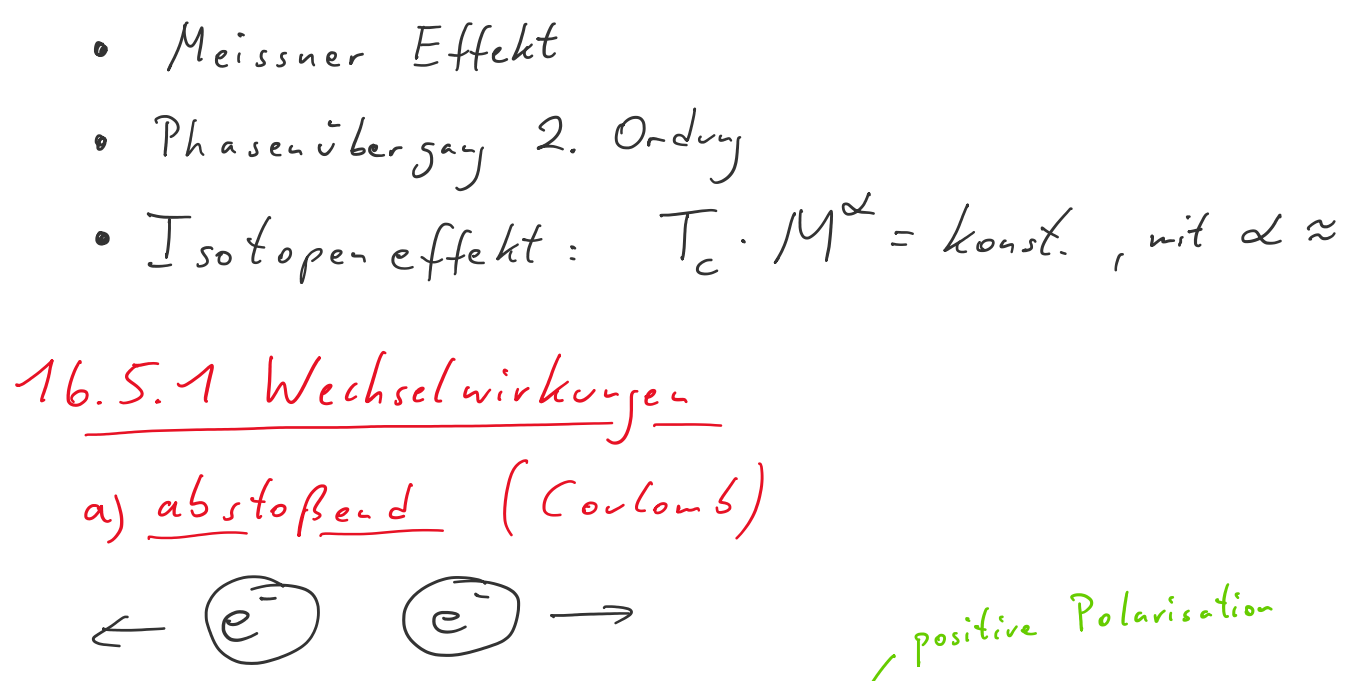


16.3 Magnetische Flussquantisierung (1957)

Doll und Näbauer

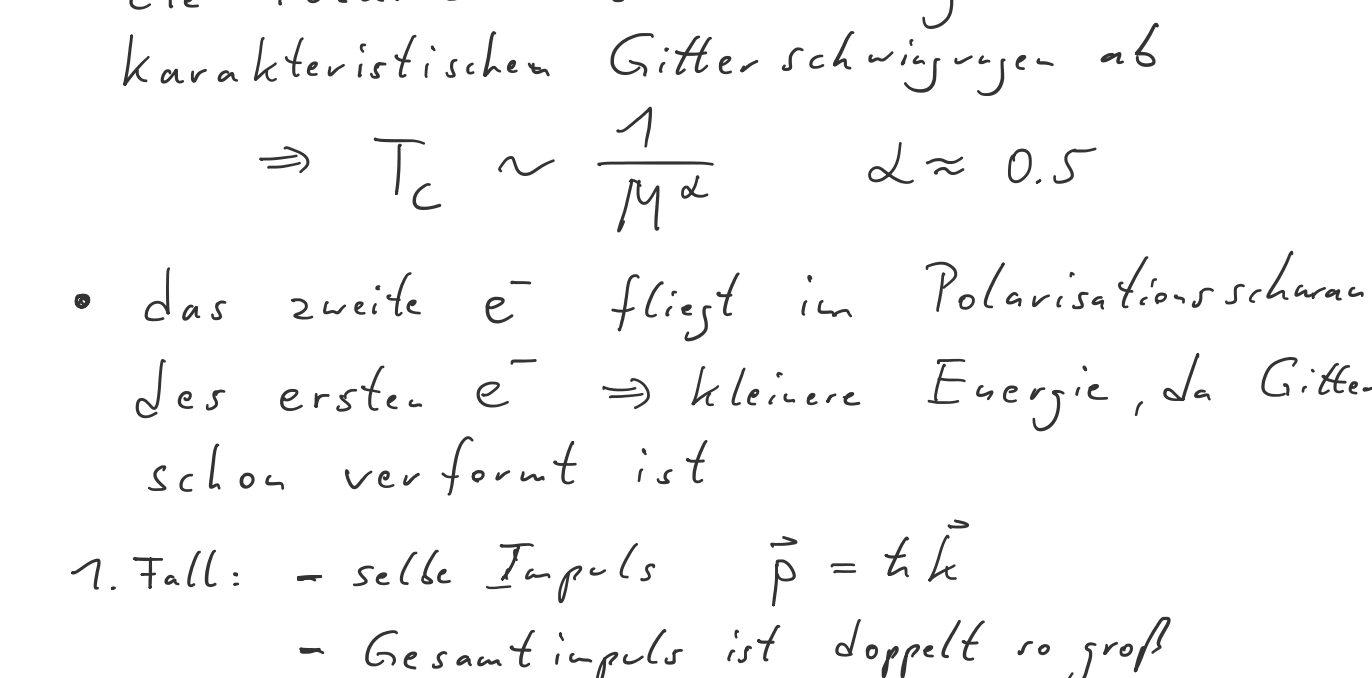


Deaver and Fairbank



$$\Phi = \oint \vec{A} d\vec{l} = n \Phi_0 \quad \Phi_0 = 2,07 \cdot 10^{-15} \text{ Vs}$$

16.4 London's Eindringtiefe



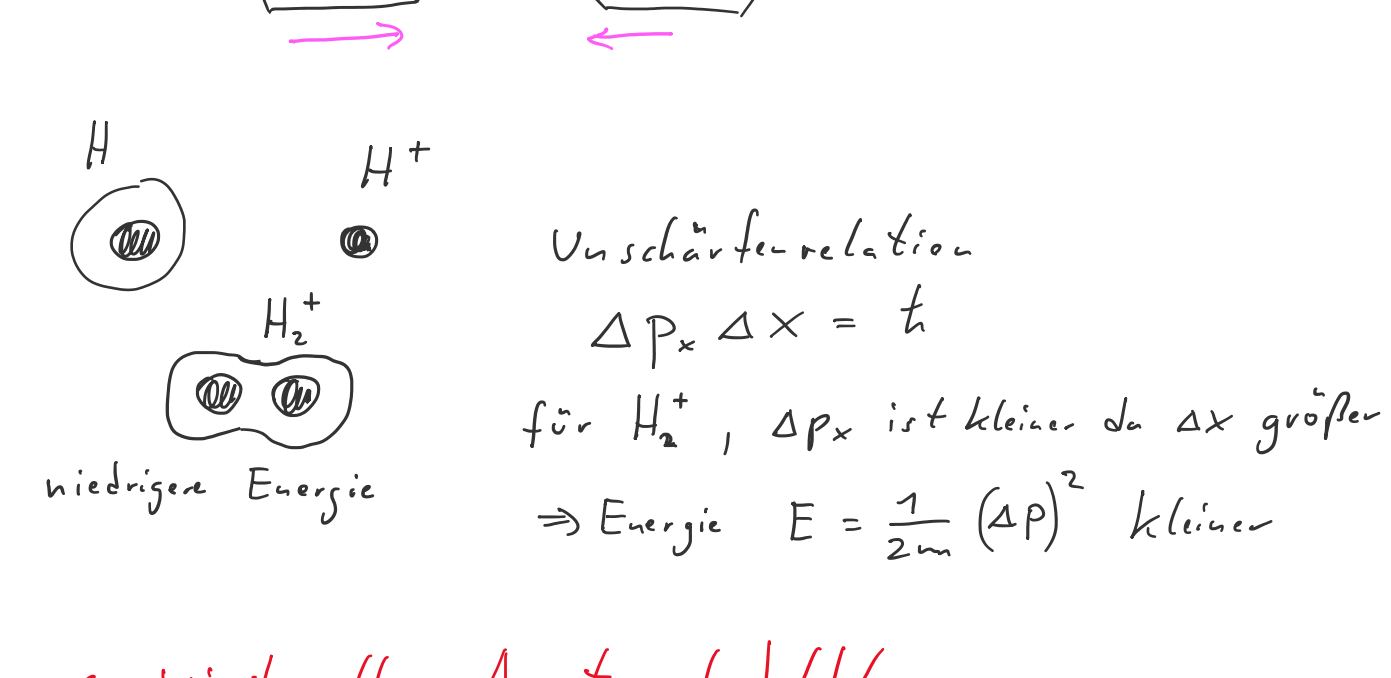
Oberflächenstromdichte $\vec{j}$ kann nicht unendlich groß werden
⇒ Eindringtiefe λ_L in Masse (effektive Masse)
 q : Ladung
 n_s : Cooper-Paar-Dichte

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 q^2 n_s}}$$

- in vielen Supraleitern: Cooper-Paar: zwei e^-
 $q = -2e$

- in Hochtemperatur-supraleitern: Cooper-Paar: zwei Löcher
 $q = +2e$

Beispiel:



$$\vec{B}_2(x) = B_a e^{-x/\lambda_L}$$

- Typische Werte für λ_L
Al: 50 nm
Pb: 40 nm
Nb (Fil): 90 nm
Nb (Kristall): 47 nm

- Wie λ_L messen?
- Magnetisierungsmessungen $f(B)$
- Resonanzfrequenzmessungen einer Kavität $f(T)$

⇒ da $\lambda_L \sim \frac{1}{\sqrt{n_s}} \leadsto \lambda_L$ -Messung gibt Auskunft über n_s

16.5 Mikroskopische Theorie der Supraleitung

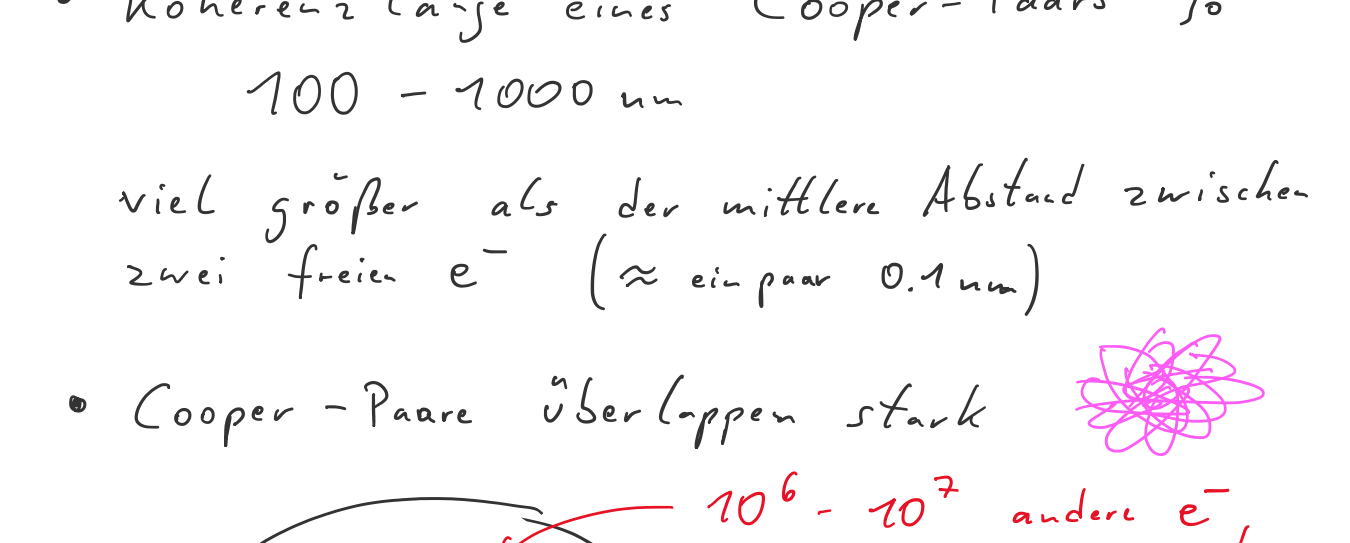
BCS-Theorie (J. Bardeen, L.N. Cooper, J.R. Schrieffer, 1957)

Theorie sollte erklären:

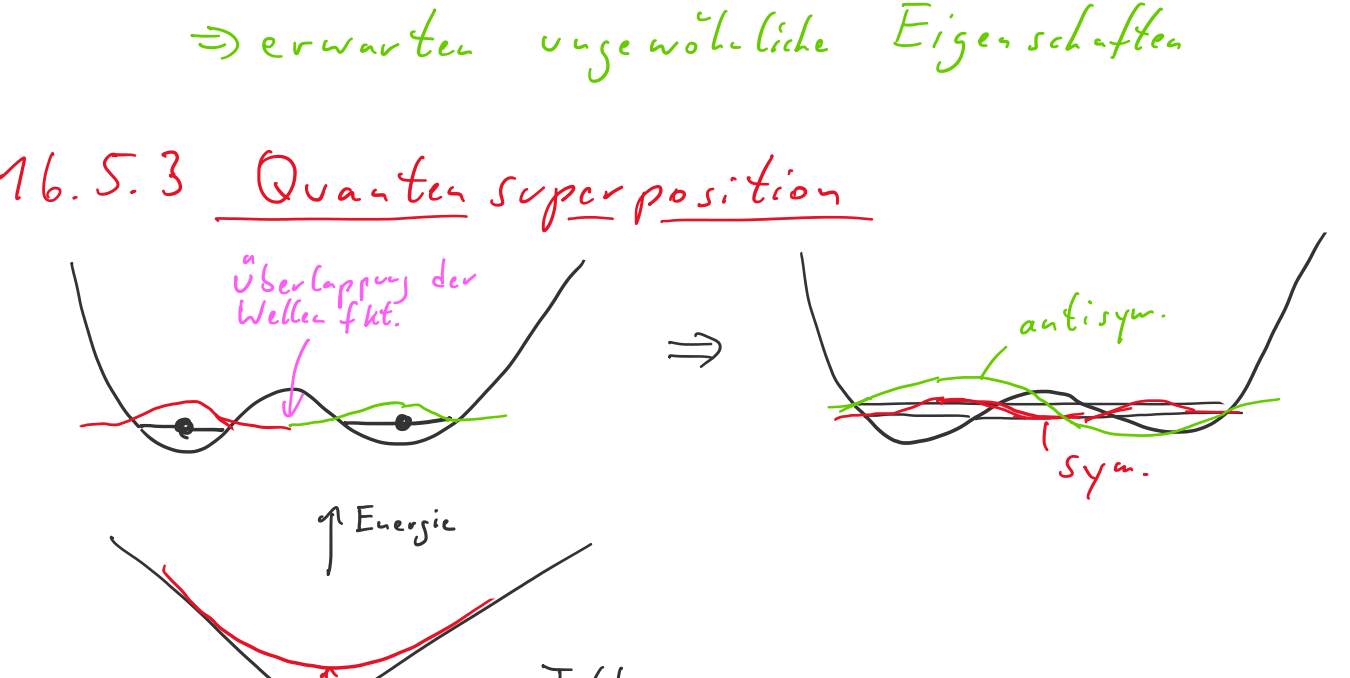
- idealer Leiter für $T < T_c$
- Meissner Effekt
- Phasenübergang 2. Ordnung
- Isotopeneffekt: $T_c \cdot M^\alpha = \text{konst.}$, mit $\alpha \approx 0,5$

16.5.1 Wechselwirkungen

a) abstoßend (Coulomb)



b) anziehend



c) dynamisch

- die Polarisationsstärke hängt von den charakteristischen Gitterschwingungen ab
⇒ $T_c \sim \frac{1}{M^\alpha}$ $\alpha \approx 0,5$

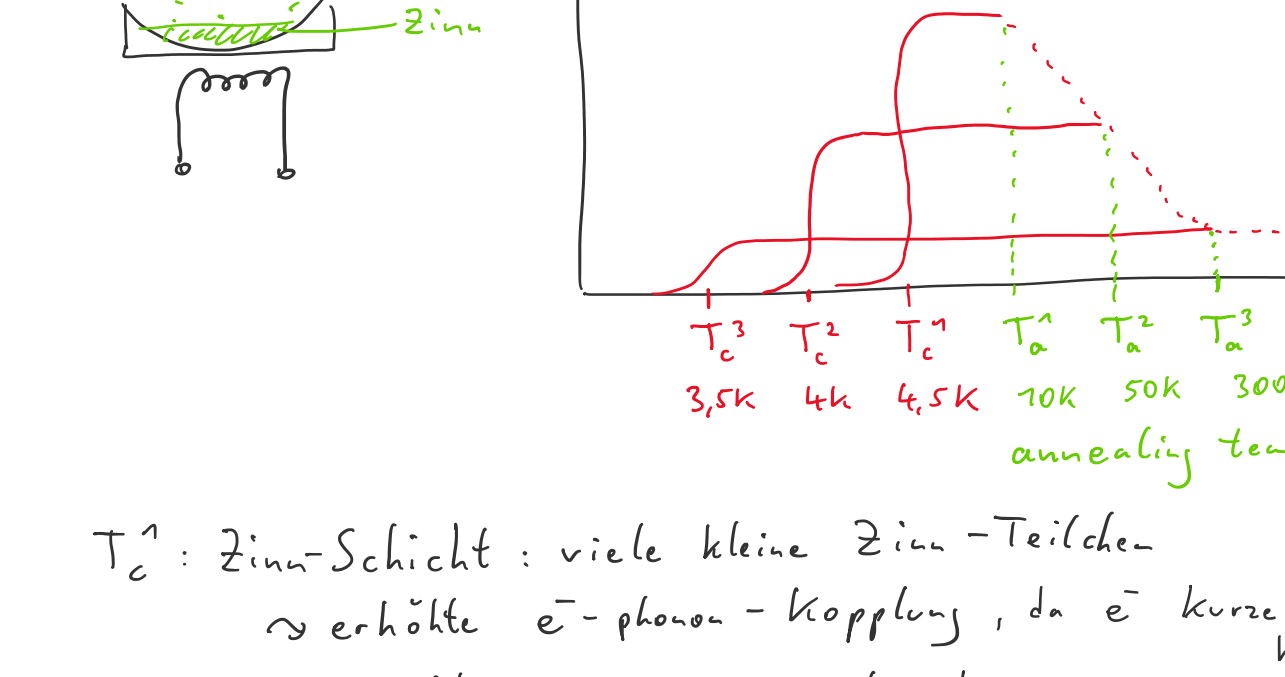
- das zweite e^- fliegt im Polarisationssektor des ersten e^- ⇒ kleinere Energie, da Gitter schon verformt ist

- Fall: - selbe Impuls $\vec{p} = \hbar \vec{k}$
- Gesamtimpuls ist doppelt so groß
- Korrelation: $\vec{p}_1 = \vec{p}_2, \vec{k}_1 = \vec{k}_2$
- Fall: - $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2$
- Gesamtimpuls ist null

16.5.2 Austauschwechselwirkung

(mindestens ein 3-Körperproblem)

a) abstoßend



Welche e^- ?

Welche $\vec{k}$?

Maximale Anzahl für $\vec{Q} = 0$

2 $\hbar \omega_D$ Energieband im $\vec{k}$ -Raum

- im SL sind die WW mit Phononen so stark, daß die abstoßende Coulomb Energie überwunden wird

- Kohärenzlänge eines Cooper-Paars ξ_0
100 - 1000 nm

viel größer als der mittlere Abstand zwischen zwei freien e^- ($\approx$ ein paar 0,1 nm)

- Cooper-Paare überlappen stark

10⁶ - 10⁷ andere e^- alle korreliert in Paare
⇒ erwarteten ungewöhnliche Eigenschaften

16.5.3 Quanten superposition

16.5.4 Kondensierung von Cooper-Paare

Rechnung im Master (00)

Zustandsdichte:

- e^- in der Bandbreite $\hbar \omega_D$ kondensieren zu Cooper Paare
⇒ Bosone $\leadsto$ können alle in den selben Energiezustand
⇒ Kondensat, beschrieben durch eine makroskopische Wellenfunktion $\Psi = \Psi_0 e^{i\varphi}$, φ : Phase

$$\text{BCS-Theorie} \Rightarrow T_c = 1,13 \frac{\hbar \omega_c}{k_B} \exp \left[-\frac{1}{\mathcal{J}(E_F) V} \right]$$

$$\omega_c \approx \omega_D$$

$$2 \Delta = 3,5 k_B T_c$$

16.5.5 Experiment bzgl. Elektron-Phonon-Koppelung

T_c¹: Zinn-Schicht: viele kleine Zinn-Teilchen
⇒ erhöhte e^- -phonon-Koppelung, da e^- kurze freie Weglänge

T_c²: Nach Aufheizen: Teilchen schmelzen zusammen
⇒ längere freie Weglänge $\leadsto$ niedrigere e^- -phonon-kopp.