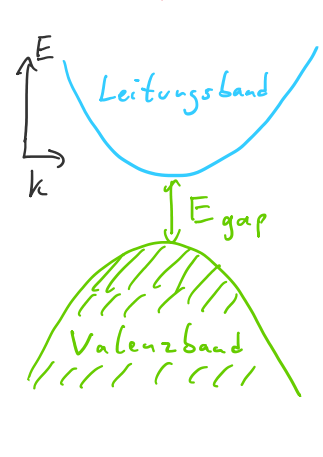
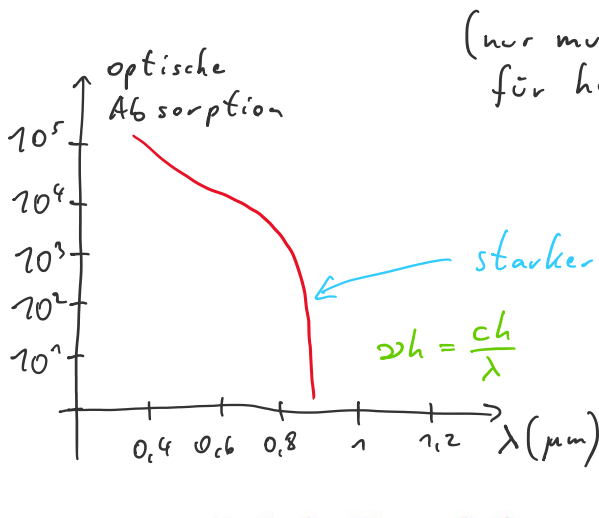
Kap15 - Halbleiter

15. Halbleiter

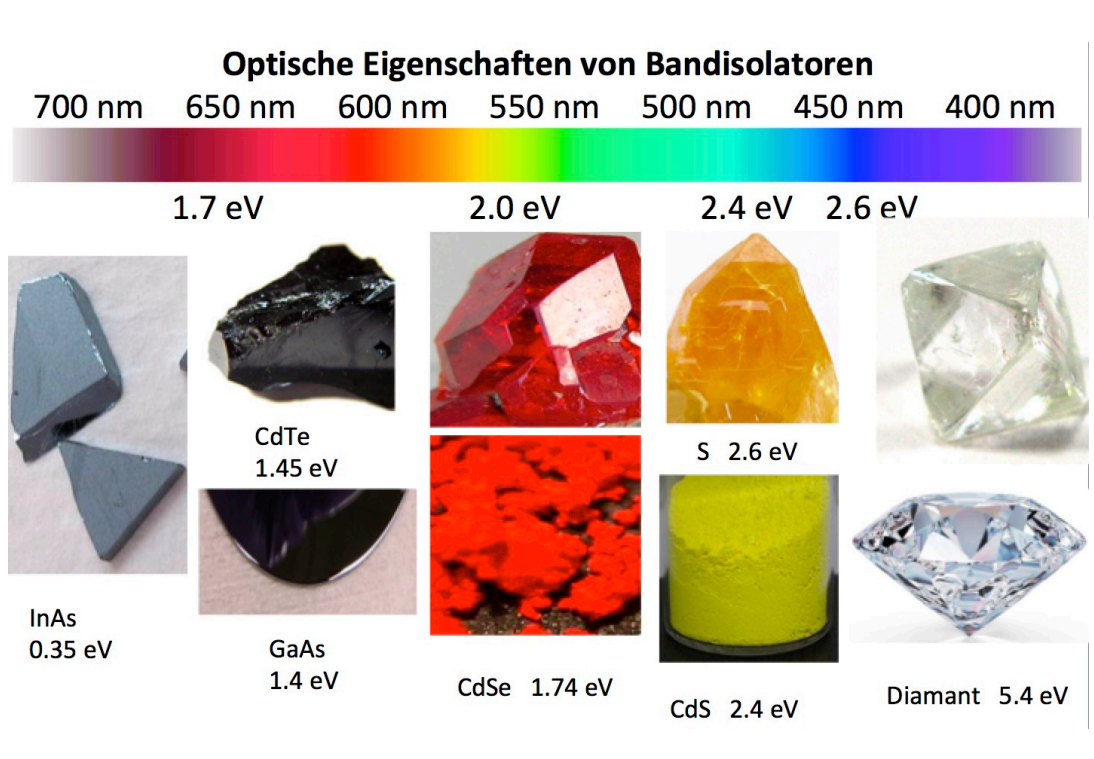
15.1 Optische Eigenschaften von Isolatoren und Halbleitern (Gap < 4eV)


E
k
Leitungsband
E_{gap}
Valenzband

- Bandisolatoren:
  keine Photonabsorption für
  $E_{Photon} < E_{gap}$
  $\Rightarrow$ Material ist transparent für diese Photonen
  (nur multi-Absorption möglich für hohe Intensitäten)

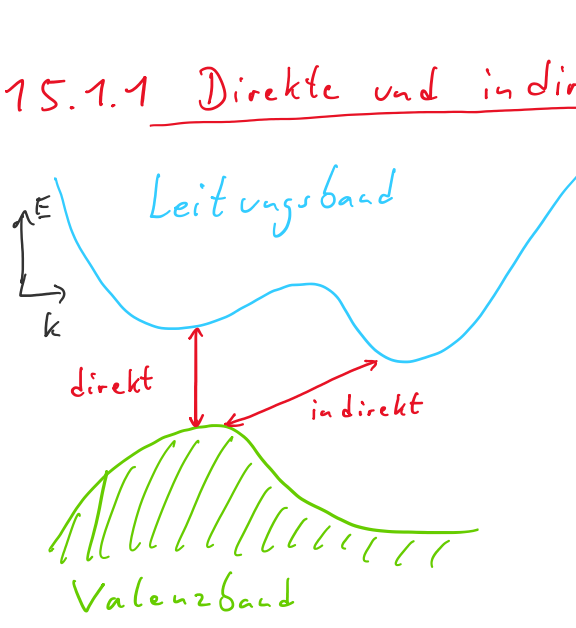


starker Abfall für 0,86 μm (entspricht Photonenergie von 1.44 eV)


Optische Eigenschaften von Bandisolatoren
700 nm
650 nm
600 nm
550 nm
500 nm
450 nm
400 nm
1.7 eV
2.0 eV
2.4 eV
2.6 eV
InAs 0.35 eV
CdTe 1.45 eV
GaAs 1.4 eV
CdSe 1.74 eV
S 2.6 eV
CdS 2.4 eV
Diamant 5.4 eV

- für $E_{gap} > 3.2eV$ ↝ transparent für Licht
  z.B. Quarz (SiO_2), Diamant, Saphir (Al_2O_3)
- für $E_{gap} < 1{,}7eV$ ↝ schwarz für Licht (Absorption)
  z.B. GaAs, SiGe
- wenn E_{gap} im Bereich des sichtbaren Lichts, ein Teil wird absorpiert, ein Teil nicht ↝ schöne Farben
- Absorptionsrate ist auch wellenlängenabhängig
  ↝ Farbe nicht trivial

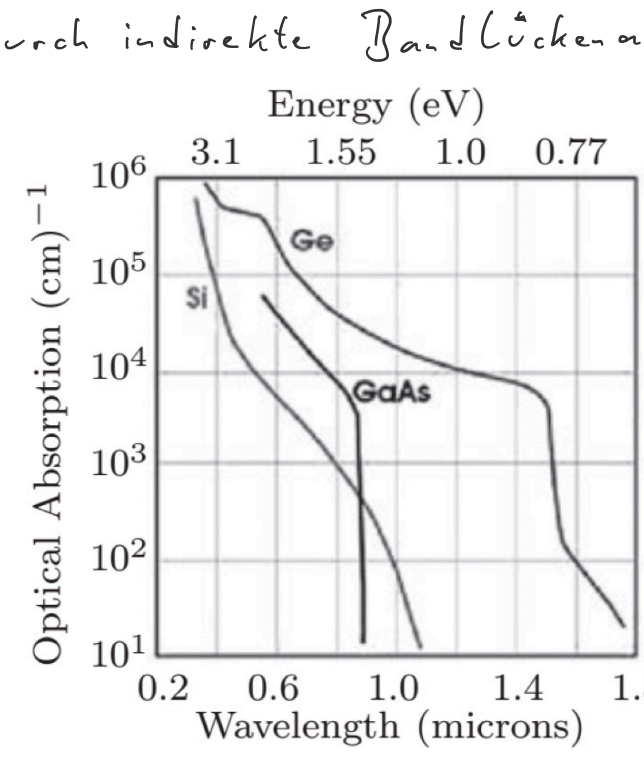
15.1.1 Direkte und indirekte Bandlücke


E
k
Leitungsband
direkt
indirekt
Valenzband

- indirekter Bandübergang
  $\Rightarrow$ Kristallpulserhaltung
  Kristallimpuls = Impuls mod G_m

$\hbar |\vec{k}| = \frac{E}{c}$ Impuls des Photons ist sehr klein da Lichtgeschwindigkeit sehr groß

- komplizierte Prozesse:
  1) Absorption von Photon
  2) Exitation von e^- + Emission von Phonon
- Ge zeigt schwache Absorption für $E < 0.8eV$ durch indirekte Bandlückenabsorption



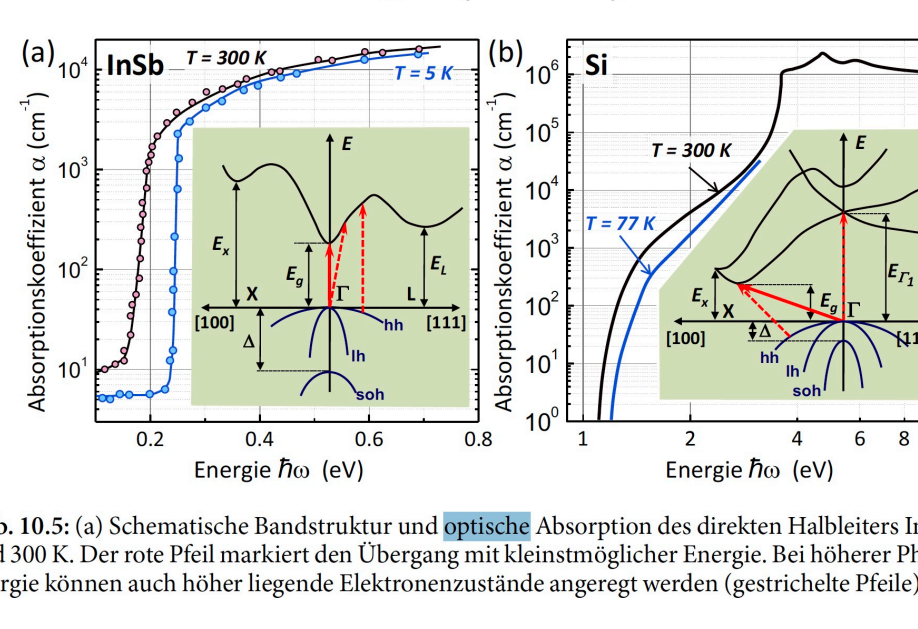
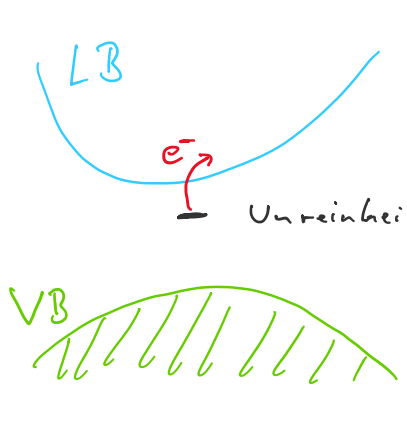


Abb. 10.5: (a) Schematische Bandstruktur und optische Absorption des direkten Halbleiters InSb bei 5 und 300 K. Der rote Pfeil markiert den Übergang mit kleinstmöglicher Energie. Bei höherer Photonenenergie können auch höher liegende Elektronenzustände angeregt werden (gestrichelte Pfeile). Quelle:

15.1.2 Optische Eigenschaften durch Unreinheiten

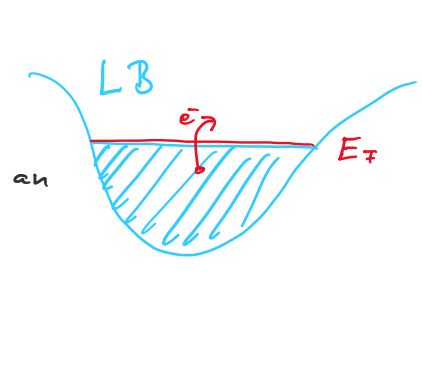

LB
e^-
Unreinheit
VB

- kleine Mengen von Unreinheiten können die optischen und elektrischen Eigenschaften dominieren
  $\Rightarrow$ diskrete Energieniveaus in der Bandlücke
  - Halbleiter Schaltkreise
  - NV-Zentren in Diamant

Diamanten

15.2 Optische Eigenschaften von Metallen

- Metalle sind gute elektrische Leiter (Band nicht ganz gefüllt)



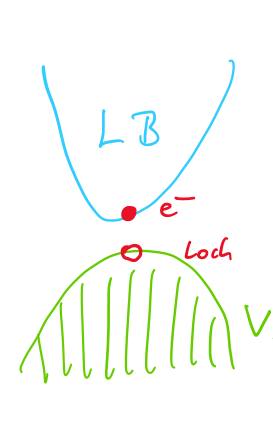
- Photon regt e^- im Leitungsband an
  - sehr kurze Lebenszeit (Niveau nicht isoliert)
  - Emission von Photon
  ↝ Reflexion, d.h. Metall glänzt

Achtung: manche Metalle können schnell oxidieren ↝ Oberfläche ist Bandisolator und kann die Reflexion dominieren

- die Farbe hängt von den Details der Bandstruktur ab, z.B. Silber hat ein breiteres Leitungsband als Gold und Kupfer
  ↝ Silber hat mehr Möglichkeiten für Absorption / Emission von Photonen
  ↝ für Cu und Au, blaue und violette Photonen sind schlechter absorbiert / emittiert
- im Detail viel komplizierter, da die Bandstruktur vom Überlap von vielen Bändern resultiert

15.3 Halbleiter - Schaltkreise

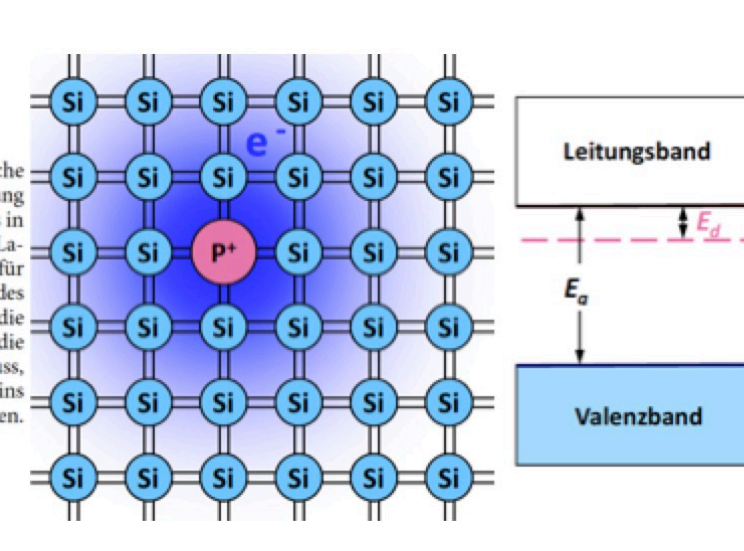
15.3.1 Dotierte Halbleiter (HL)



- durch Aktivierung hat ein reiner HL eine gleiche Zahl von e^- und Löchern
  $\Rightarrow$ intrinsische Ladungsträger
- durch Dotierung mit Unreinheiten
  $\Rightarrow$ extrinsische Ladungsträger

z.B. Si, Bandlücke 1.1eV
ersetzen wir ein Si mit einem Phosphor

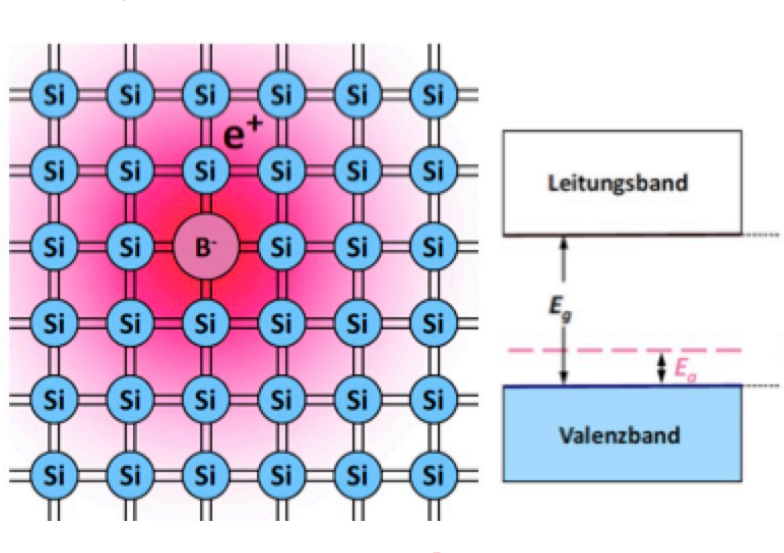
Abb. 10.9: (a) Schematische Darstellung der Wirkung eines Phosphor-Atoms in einem Si-Kristall. (b) Lage des Energieniveaus für den Grundzustand des Donatoratoms. E_d ist die Ionisierungsenergie, die aufgebracht werden muss, um den Donatorzustand ins Leitungsband anzuregen.


Si
P⁺
e⁻
Leitungsband
Valenzband
E_c
E_D
E_d
E_v

P-Atom entspricht ein Si + Proton + e^- (+ Neutronen)
$\Rightarrow$ Donatoratom

B-Atom $\hat{=}$ Si - Proton - e^- (- Neutronen)
$\Rightarrow$ Akzeptoratom

Abb. 10.10: (a) Schematische Darstellung der Wirkung eines Bor-Atoms in einem Si-Kristall. (b) Lage des Energieniveaus für den Grundzustand des Akzeptoratoms. E_a ist die Ionisierungsenergie, die aufgebracht werden muss, um den Akzeptorzustand ins Valenzband anzuregen.


Si
B⁻
e⁺
Leitungsband
Valenzband
E_c
E_a
E_A
E_v

15.3.2 Energiezustände von Dotierung

- Donatoratom P: e^- geht ins LB, bleibt aber zur positiven Ladung des P gebunden
  - Bindungsenergie "zieht" das Niveau unter das LB
- Beschreibung wie für das Wasserstoffatom, aber eff. Masse m_e^* (meist kleiner als m_e) und Potential mit ε_r (relative Permeabilität)

$$V = \frac{e^2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

- Eigenzustände des Wasserstoffatoms

$$E_n^{H\text{-}Atom} = -\frac{R_y}{n^2} \qquad R_y = \frac{m_e e^2}{8\varepsilon_0^2 h^2} \approx 13{,}6\,eV$$

Rydbergkonstante

- Radius des H-atoms

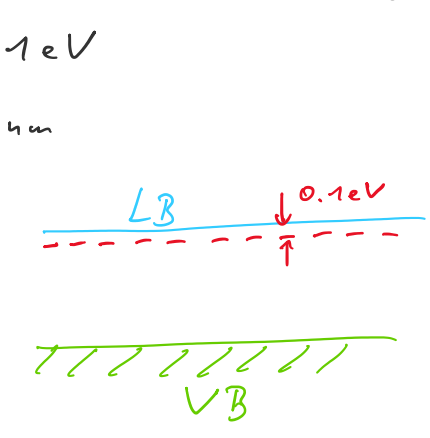
$$r_n \approx n^2 a_0 \qquad a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} \approx 0.51 \cdot 10^{-10}$$

Bohr-Radius

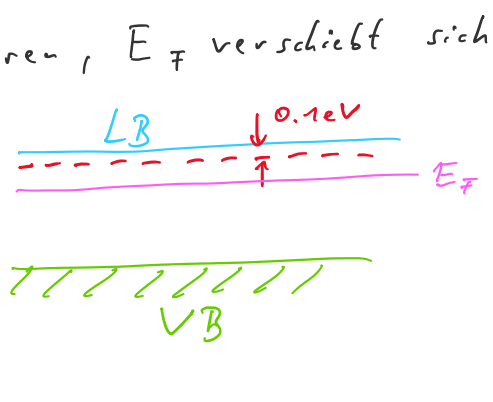
- Analog für Dotierung:

$$\varepsilon_0 \to \varepsilon_0 \varepsilon_r$$
$$m_e \to m_e^*$$
$$\Rightarrow R_y^{eff} = R_y \frac{m_e^*}{m_e} \frac{1}{\varepsilon_r^2}$$
$$a_0^{eff} = a_0 \, \varepsilon_r \frac{m_e}{m_e^*}$$

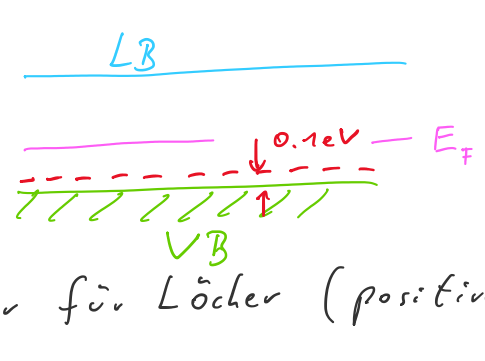
- für die meisten Halbleiter: $\varepsilon_r \approx 10$, $\frac{m_e}{m_e^*} \approx 3$
  z.B. für Si, $R_y^{eff} \approx 0.1eV$
  $a_0^{eff} \approx 3\,nm$
- Donatorenergiezustand



- nur geringe T nötig, um e^- in LB zu aktivieren
  - bei tiefen T, e^- frieren aus
  - bei 300k, e^- bewegen sich als freie e^-
- kleine Verteilung von Donatorenenergie
- für starke Konzentration $\Rightarrow$ Donatorband
- für T=0, ohne Dotierung, E_F in der Mitte der Bandlücke
- mit Donatoren, E_F verschiebt sich in Richtung LB


LB
0.1eV
E_F
VB

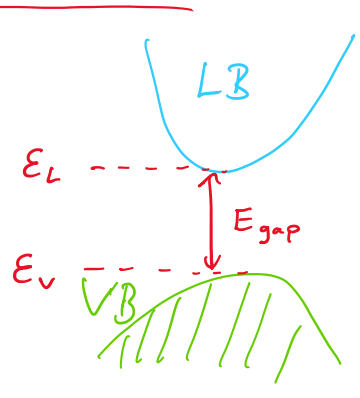
- Akzeptorenergiezustand


LB
0.1eV
E_F
VB

- analog aber für Löcher (positive Ladung)
- bei 300k, ein e^- wird vom Akzeptor gebunden und läßt ein Loch im VB

15.3.3 Statistische Mechanik von HL

- Bandlücke $E_{gap} = \mathcal{E}_L - \mathcal{E}_V$
  $\mathcal{E}_L$: Minimum des LB
  $\mathcal{E}_V$: Maximum des VB


LB
$\mathcal{E}_L$
E_{gap}
$\mathcal{E}_V$
VB

- Eq. (4.10): Zustandsdichte für freie e^- (3D + zwei Spinrichtungen)

$$g(\varepsilon \geq 0) = \frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{\varepsilon}$$

- mit eff. Masse

$$g_L(\varepsilon \geq \varepsilon_L) = \frac{(2m_e^*)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3}\sqrt{\varepsilon - \varepsilon_L}$$ Zustandsdichte für Elektronen

$$g_V(\varepsilon \leq \varepsilon_V) = \frac{(2m_h^*)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3}\sqrt{\varepsilon_V - \varepsilon}$$ Löcher

- **Elektronendichte**

$$n(T) = \int_{\varepsilon_L}^{\infty} d\varepsilon\, g_L(\varepsilon)\, n_F(\beta(\varepsilon-\mu))$$

Fermi's Verteilungsfkt
chem. Pot
$\beta = \frac{1}{k_B T}$

- wenn chem. Potential "weit genug" unter LB
  d.h. $\beta(\varepsilon - \mu) \gg 1$

$$\frac{1}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)}+1} \approx e^{-\beta(\varepsilon-\mu)}$$

$\Rightarrow$ Fermistatistik kann mit Boltzmannstatistik ersetzt werden, wenn T genug groß und e^--Dichte klein ist (nicht zu stark dotiert)

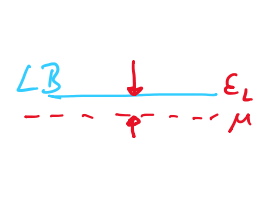
$$n(T) \approx \int_{\varepsilon_L}^{\infty} d\varepsilon\, g_L(\varepsilon) e^{-\beta(\varepsilon-\mu)}$$
$$= \frac{(2m_e^*)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} \int_{\varepsilon_L}^{\infty} d\varepsilon\, (\varepsilon - \varepsilon_L)^{1/2} \cdot e^{-\beta(\varepsilon-\mu)}$$
$$= \frac{(2m_e^*)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} e^{-\beta(\mu-\varepsilon_L)} \int_{\varepsilon_L}^{\infty} d\varepsilon \,(\varepsilon-\varepsilon_L)^{1/2} e^{-\beta(\varepsilon-\varepsilon_L)}$$

mit $y^2 = x = \varepsilon - \varepsilon_L$

$$\int_0^{\infty} dx\, x^{1/2} e^{-\beta x} = 2\int_0^{\infty} dy\, y\, y\, e^{-\beta y^2} = -2\frac{d}{d\beta}\int_0^{\infty} dy\, e^{-\beta y^2}$$
$$= -\frac{d}{d\beta}\sqrt{\frac{\pi}{\beta}} = \frac{1}{2}\beta^{-3/2}\sqrt{\pi}$$

$$\Rightarrow n(T) \approx \frac{1}{4}\left(\frac{2m_e^* k_B T}{\pi\hbar^2}\right)^{3/2} e^{-\beta(\varepsilon_L - \mu)} \quad (15.1)$$

↝ hauptsächlich Boltzmann-Aktivierung vom chem. Potential
Vorfaktor ändert sich nur wenig


LB
$\mathcal{E}_L$
μ
VB

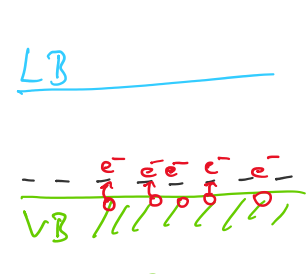
- Analog für Löcher
  mit n_F: Fermiverteilung: Wahrscheinlichkeit, daß ein Zustand mit einem e^- besetzt ist
  (bei T=0, kein e^- besetzt)
  $1 - n_F$: Wahr., daß ein Loch besetzt ist
  (bei T=0, alle Löcher besetzt)
- **Löcherdichte**

$$p(T) = \int_{-\infty}^{\varepsilon_V} d\varepsilon\, g_V(\varepsilon)\left[1 - \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)}+1}\right] = \int_{-\infty}^{\varepsilon_V} d\varepsilon \frac{g_V(\varepsilon)\, e^{\beta(\varepsilon-\mu)}}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)}+1}$$

wenn μ "weit genug" über dem VB, $e^{\beta(\varepsilon-\mu)} \ll 1$

$$\sim p(T) \approx \int_{-\infty}^{\varepsilon_V} d\varepsilon\, g_V(\varepsilon)\, e^{\beta(\varepsilon-\mu)}$$
$$\sim p(T) \approx \frac{1}{4}\left(\frac{2m_h^* k_B T}{\pi\hbar^2}\right)^{3/2} e^{-\beta(\mu-\varepsilon_V)} \quad (15.2)$$

↝ Boltzmann-Aktivierung von e^- zu Akzeptoren



- **Massenwirkungsgesetz** (analog der chem. Reaktionskinetik)
  Gleichgewicht zwischen

$$A + B \rightleftharpoons AB$$

[X]: Konzentration von X

Gleichgewichtskonstante $K = \frac{[AB]}{[A][B]}$

K ist unabhängig von den einzelnen Konzentrationen

$\Rightarrow$ für Halbleiter

$$e + h \rightleftharpoons 0 \qquad [e] = n \quad [h] = p$$

↝ $n \cdot p$ = konstant (unabhängig von der Dotierung)
mit (15.1) und (15.2), und $E_{gap} = \mathcal{E}_L - \mathcal{E}_V$

$$n(T)\,p(T) = \frac{1}{2}\left(\frac{k_B T}{\pi\hbar^2}\right)^3 (m_e^* m_h^*)^{3/2} e^{-\beta E_{gap}} \quad (15.3)$$

- **Intrinsische HL**
- Anzahl der e^- und Löcher identisch: $p = n$
- teile (15.1) durch (15.2)

$$1 = \left(\frac{m_e^*}{m_h^*}\right)^{3/2} e^{-\beta(\mathcal{E}_V + \mathcal{E}_L - 2\mu)}$$
$$\curvearrowright \mu = \frac{1}{2}(\mathcal{E}_L + \mathcal{E}_V) + \frac{3}{4}(k_B T)\log\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right) \quad (15.4)$$

↝ für T=0 ↝ μ in der Mitte der Lücke

- mit (15.3)

$$n_{intr.} = p_{intr.} = \sqrt{np} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{k_B T}{\pi\hbar^2}\right)^{3/2} (m_e^* m_h^*)^{3/4} e^{-\beta E_{gap}/2}$$

- **Extrinsische HL** (dotierte HL)
- Massenwirkungsgesetz gilt auch hier
- für T nicht "zu klein" ↝ keine Ladungsträger ausgefroren
  Dotierungsdichte $D = n - p$
  = (Donatorendichte) − (Akzeptorendichte)

15.4 Bandlücken Engineering

15.4.1 Konstruktion der Bandlücke

Beispiel $E_{gap}(GaAs) = 1.4eV$
$E_{gap}(AlAs) = 2.7eV$
selbe Kristallographische Struktur

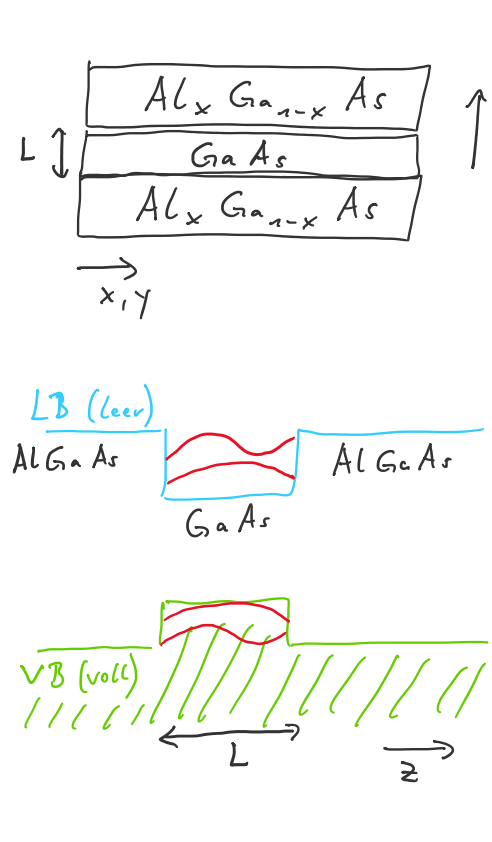
Legierung: $Al_x Ga_{1-x} As$

↝ $E_{gap}(x) = (1-x)\,1.4eV + x\; 2.7eV$ für $x < 0.4$

- Analog für Strukturen mit 3,4 oder 5 Elemente
- Anwendung: LASER ↝ Wellenlänge kann engineer werden

15.4.2 Nicht-homogene Bandlücke

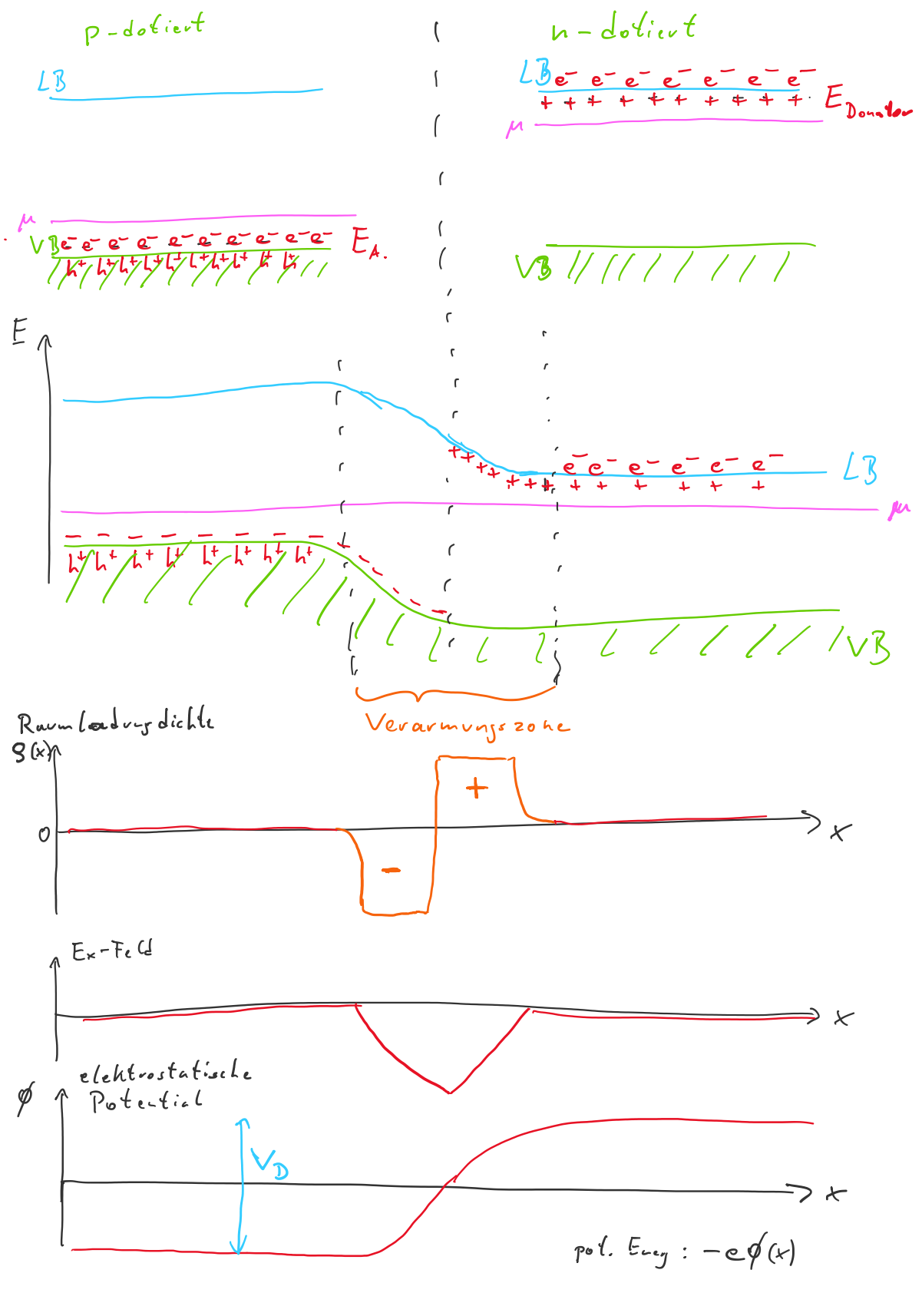
- Kombination von kleiner und großer Bandlücke

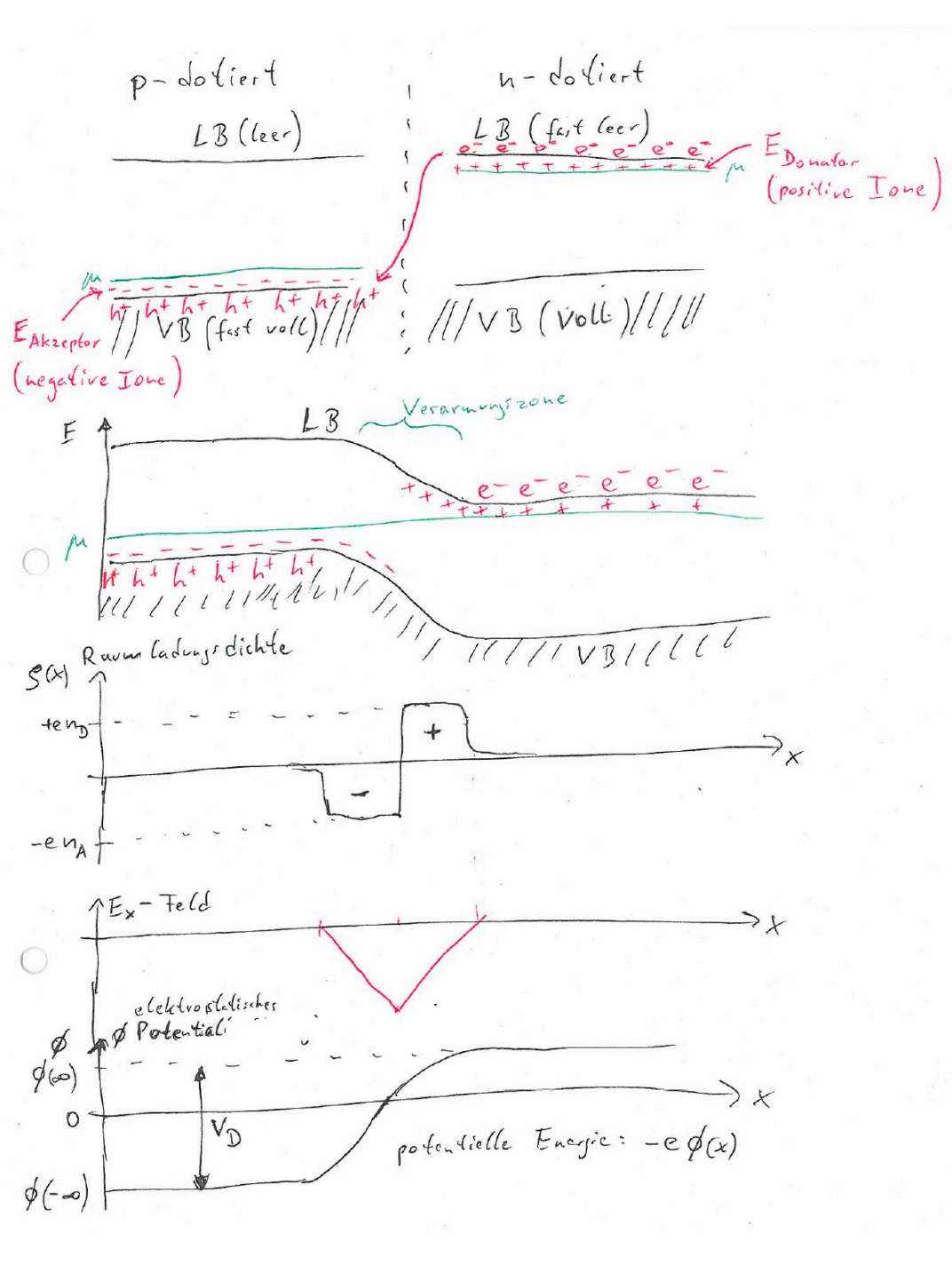

$Al_x Ga_{1-x} As$
GaAs
$Al_x Ga_{1-x} As$
L
z
x,y
LB (leer)
AlGaAs
GaAs
AlGaAs
VB (voll)
L
z

- quantum well:
  2D-Schicht von HL mit kleiner Bandlücke in einem HL mit großer Bandlücke
  $\Rightarrow$ HL-heterostruktur
- quantum wire:
  1D-Quantendraht
- quantum dot:
  0D-Quantenpunkt

- Bandenergieänderung: Potentialänderung für e^- und h^+
  ↝ e^- oder h kann in der Heterostruktur gefangen werden
  ↝ Teilchen im Topfpotential
  ↝ diskrete Energieniveaus
- Dotierung in der Nähe der Heterostruktur, um quantum well mit e oder h zu besetzen
  ↝ lange mittlere Weglänge, da Defekt außerhalb
- viele interessante Phänomäne und Anwendungen

15.5 p-n Übergang

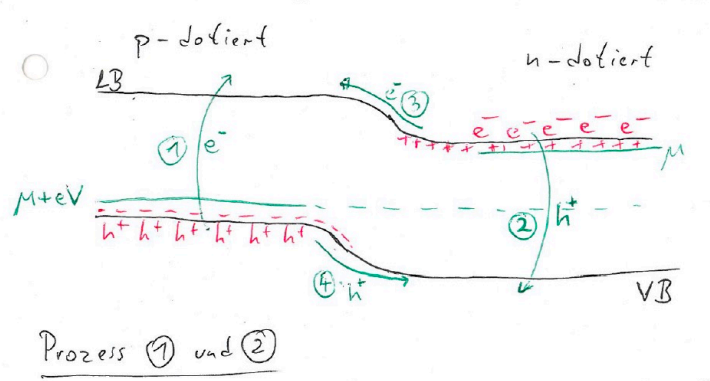

p-dotiert
n-dotiert
LB
$E_{Donator}$
μ
VB
E_A
E
LB
μ
VB
Verarmungszone
Raumladungsdichte
$\rho(x)$
0
+
−
x
E_x-Feld
x
ϕ
elektrostatische Potential
V_D
x
pot. Energ: $-e\phi(x)$


p-dotiert
n-dotiert
LB (leer)
LB (fast leer)
$E_{Donator}$ (positive Ione)
$E_{Akzeptor}$ (negative Ione)
VB (fast voll)
VB (voll)
E
LB
Verarmungszone
μ
VB
$\rho(x)$
Raumladungsdichte
$+en_D$
$-en_A$
x
E_x-Feld
x
elektrostatische Potential
ϕ
$\phi(\infty)$
0
$\phi(-\infty)$
V_D
potentielle Energie: $-e\phi(x)$
x

- beide HL sind neutral (freie e^- und h^+ komp.)
- wenn beide HL verbunden werden, Annihilation von e^- und h^+
- Energiegewinn von E_{gap} pro Ann.
- Bildung einer Verarmungszone mit keine freien Ladungsträger
- diese Region ist geladen
- E-Feld baut sich auf bis $E_{gap} \approx e\phi(x)$

15.5 Solarzelle
- Licht kann e^--h^+-Paare kreieren, wenn Energie groß genug
  $\Rightarrow$ im HL schnelle Annihilation
- In der Depletionsregion (Verarmungszone) separiert das E-Feld die Ladungsträger,
  e^- fließen zur n-dotierten Region
  h^+ " " p-dotierten R.
  } Strom zur p-dot. R
  $\Rightarrow$ Solarzelle, Photodiode, Photovoltaik

15.6 Diode
ein p-n Übergang kann als Gleichrichterdiode funkieren


p-dotiert
n-dotiert
LB
① e^-
③
μ
μ+eV
② h^+
④ h
VB

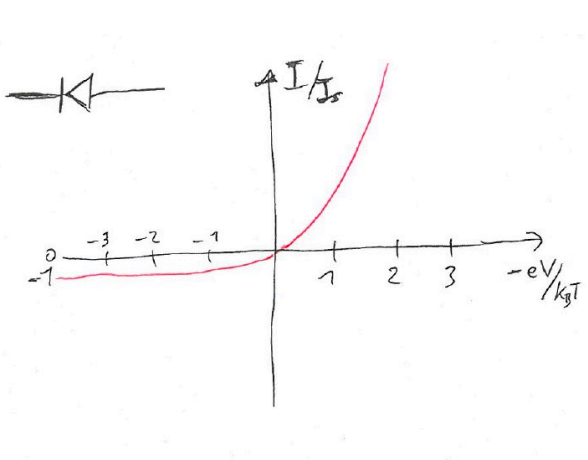
Prozess ① und ②
- thermische Aktivierung von e^- ↝ ein Teil fließt nach rechts / links } Strom nach links
  " " von h^+ ↝ " "
  Ladungsträger $\sim e^{-E_{gap}/k_BT}$
  $\Rightarrow I_{links} \sim e^{-E_{gap}/k_BT}$ (15.5)

Prozess ③ und ④
- thermische Aktivierung von e^- und h^+
  $\Rightarrow I_{rechts} \sim e^{-(E_{gap}+eV)/k_BT}$ (15.6)

Vorfaktor von (15.5) und (15.6) ist gleich, da für eV=0 kein Strom

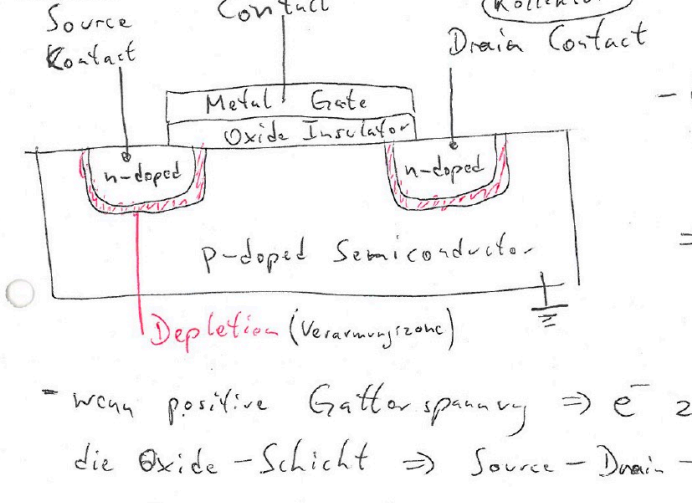
$\Rightarrow$ Gesamtstrom $I_{total} = I_s(T)\left(e^{-eV/k_BT} - 1\right)$ (15.7) ($I_{rechts} - I_{links}$)

mit Sättigungsstrom $I_s \sim e^{-E_{gap}/k_BT}$ Diodengleichung

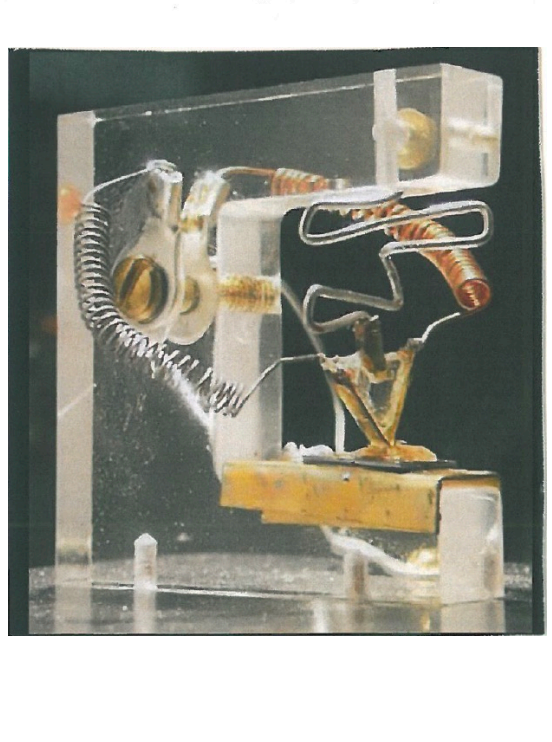


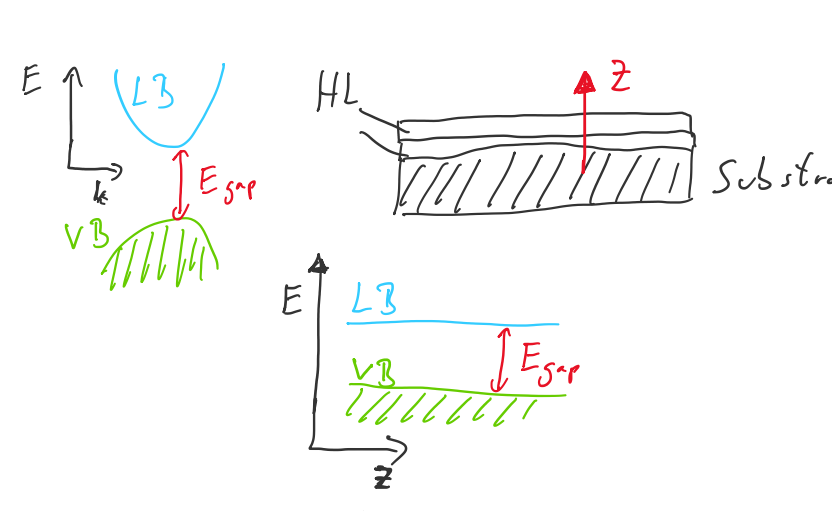
15.7 Transistor (Bardeen, Brattain, Shockley, 1947)

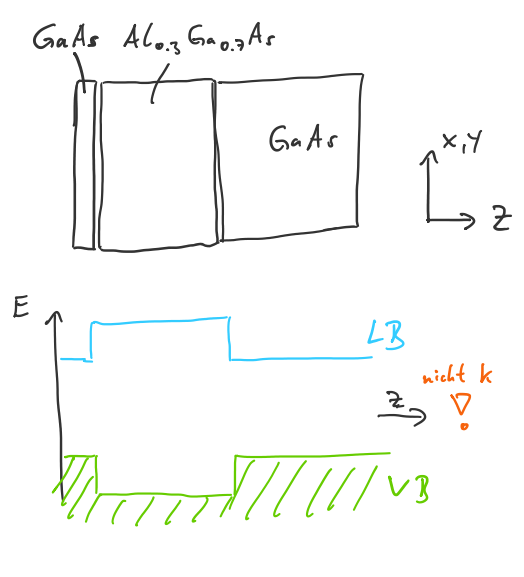
- es gibt viele verschiedene Transistoren
- MOSFET: Metal-Oxide-Semiconductor Field Effekt Transistor

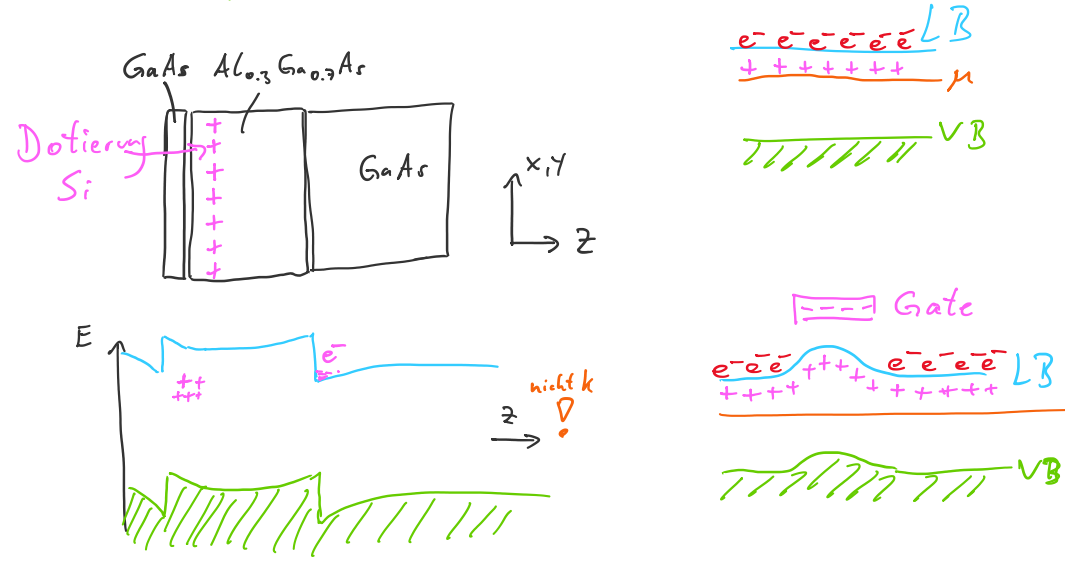

Emitter
Source Kontakt
Basis
Gate Contact
V=0
Kollektor
Drain Contact
Metal Gate
Oxide Insulator
n-doped
n-doped
p-doped Semiconductor
Depletion (Verarmungszone)

- ohne Gatterspannung ist es wie eine n-p-n Übergang
  $\Rightarrow$ kein Strom möglich zwischen Source-Drain
- wenn positive Gatterspannung $\Rightarrow e^-$ zieht es unter die Oxide-Schicht $\Rightarrow$ Source-Drain-Strom möglich
  $\Rightarrow$ Field-Effekt
- für $V > V_{threshold}$ (Schwelle) ↝ wie n-Bereich
- n-MOSFET ⇔ p-MOSFET




E
LB
k
E_{gap}
VB
HL
z
Substrat
E
LB
E_{gap}
VB
z


GaAs
$Al_{0.3}Ga_{0.7}As$
GaAs
x,y
z
E
LB
nicht k
z
VB


GaAs
$Al_{0.3}Ga_{0.7}As$
Dotierung Si
GaAs
x,y
z
LB
μ
VB
E
nicht k
z
Gate
LB
μ
VB