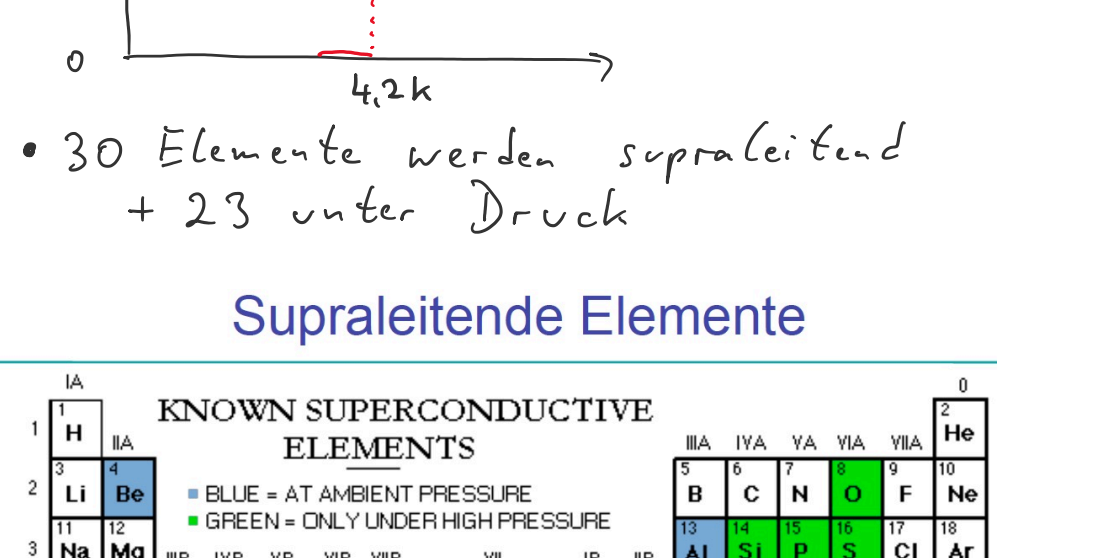


Kap 16.1-5

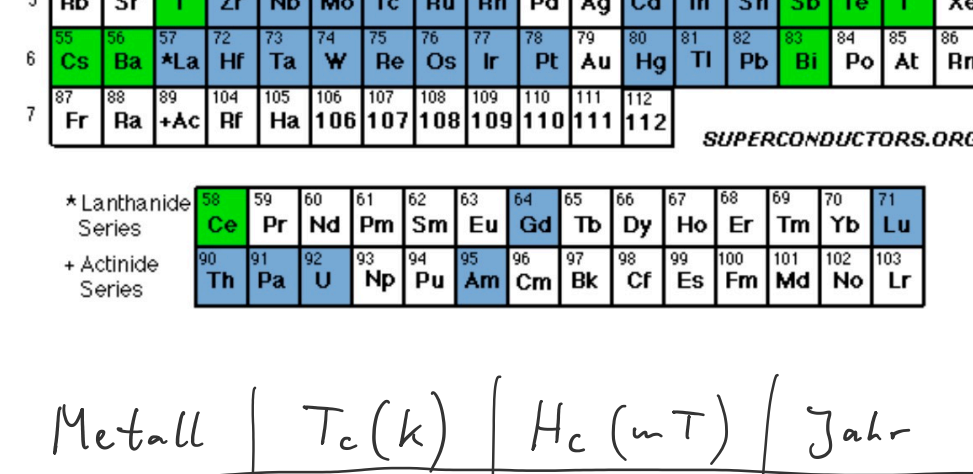
16. Supraleitung - 16.1 Historisches

- Experimente unter extremen Bedingungen
⇒ neue Phänomene
- z.B. Verflüssigung von Gasen H_2 (20K)
⇒ zum Abkühlen Ne (27K)
 N_2 (77K)
- 1908, Heike Kamerlingh-Onnes: Helium
≈ 4,2K bei 1bar ($10^5 Pa$)

- Widerstand von Metallen



1911: Hg $T_c \approx 4K$



- 30 Elemente werden supraleitend + 23 unter Druck

Supraleitende Elemente

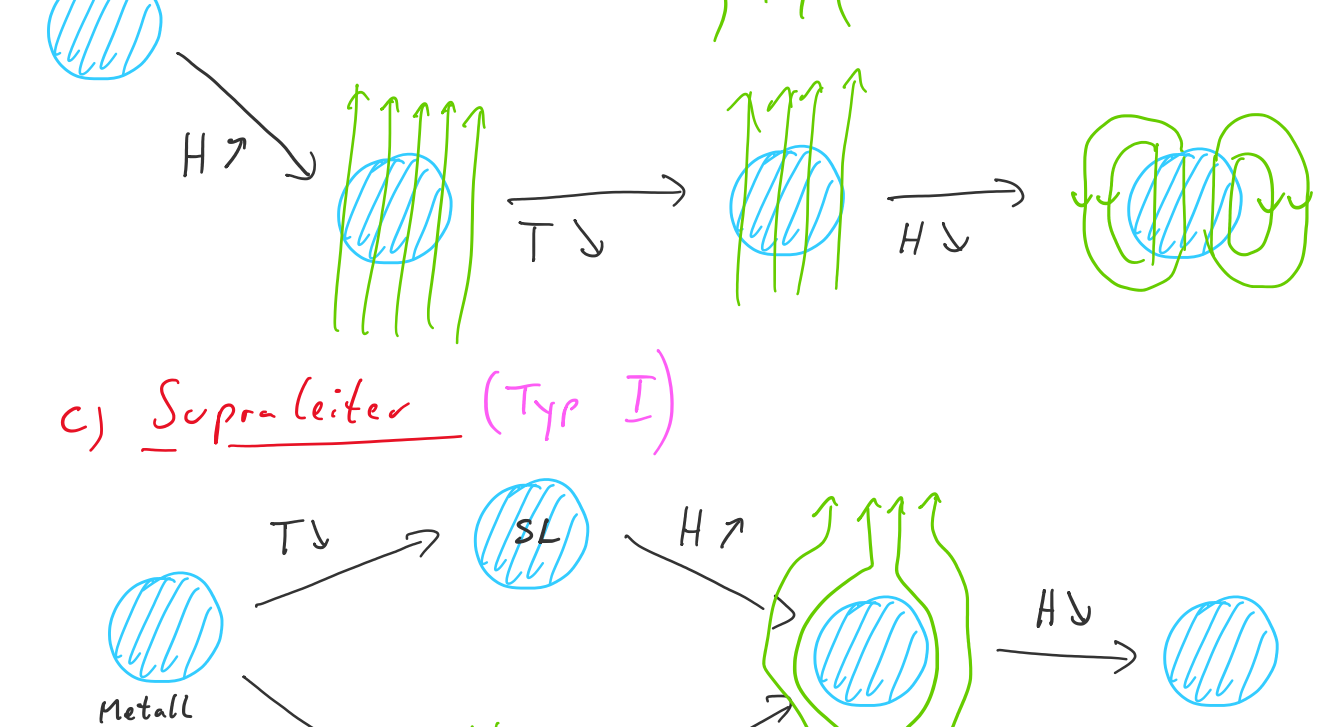
KNOWN SUPERCONDUCTIVE ELEMENTS																	
+ BLUE = AT AMBIENT PRESSURE + GREEN = ONLY UNDER HIGH PRESSURE																	
Li	Na	K	Rb	Cs	Fr	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ag
Al	Ga	In	Sn	Pb	Bi	As	Sb	Te	Se	Mo	Ru	Rh	Pd	Pt	Au	Hg	Tl
Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr				

Metall	T_c (K)	H_c (mT)	Jahr
Al	1,2	10,5	1933
In	3,4	28	
Sn	3,7	30,5	
Pb	7,2	80,5	1943
Nb	9,2	206	1930
NbN	15	14T	1940
Nb ₃ Ge	23	37T	1977
H ₃ Ba ₂ Cu ₂ O ₈	140	?	1993

Anwendungen

- mag. Felder ~ 20T (Erdfeld $5 \cdot 10^{-5} T$)
- Stromleitungen
- mag. Feld Detektoren SQUID
- Photonen und Teilchen Zähler
- Quantencomputer

Phasendiagramm

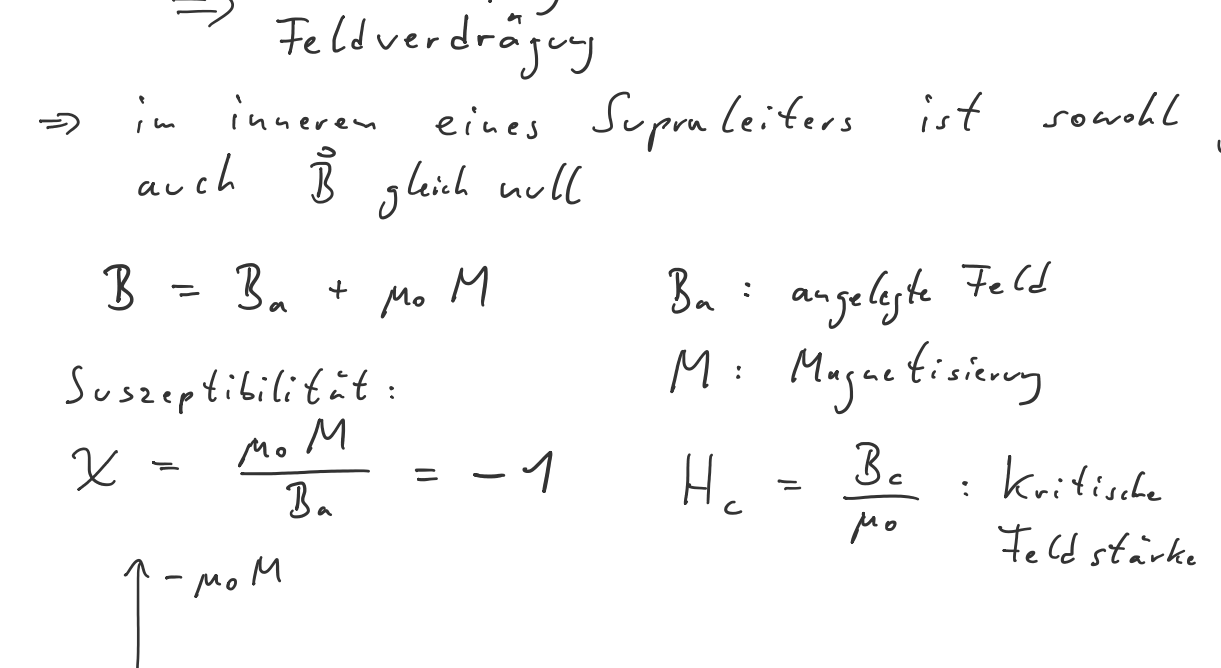


16.2 Meissner Effekt (1933)

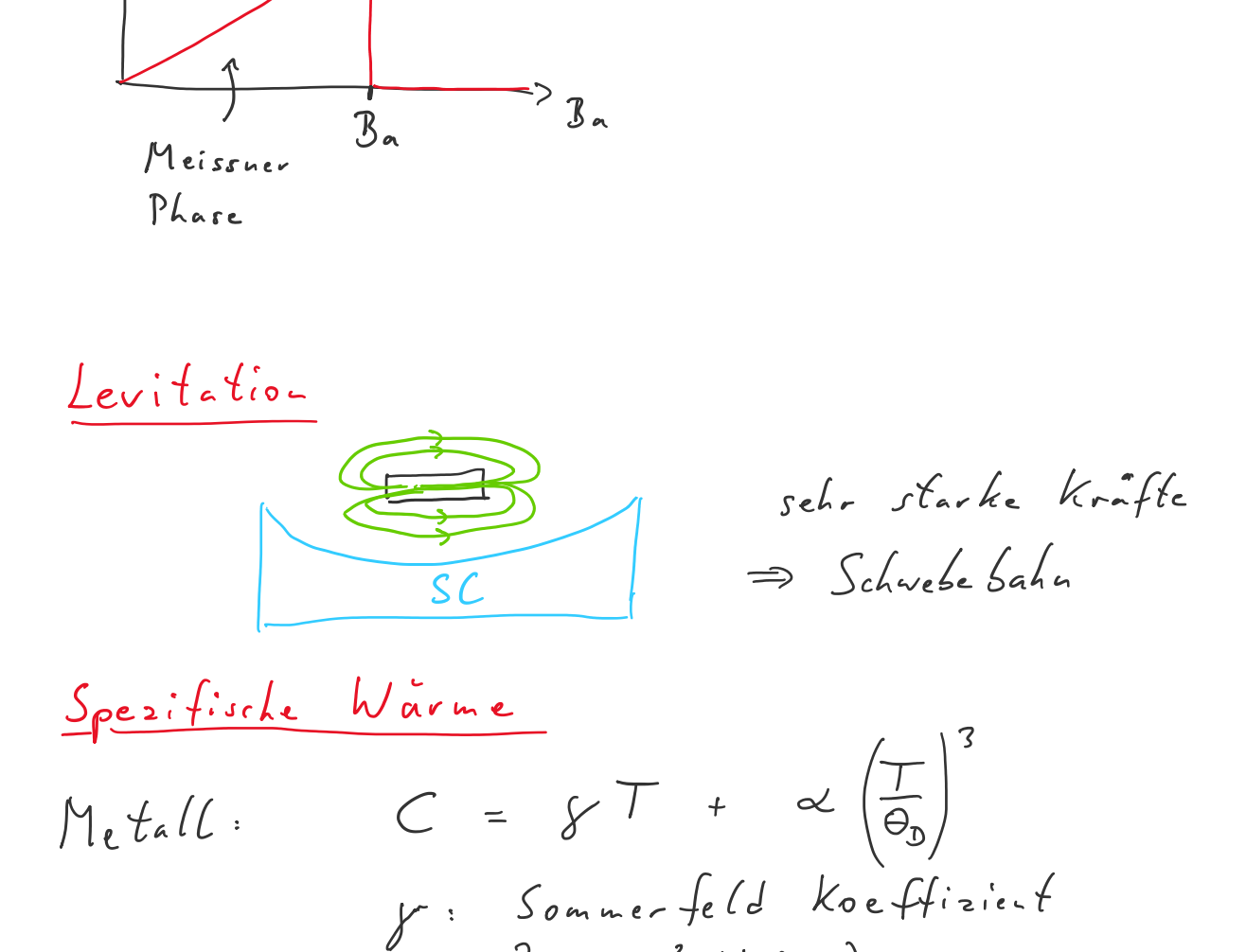
Walther Meissner + Robert Ochsenfeld

- Ist ein Supraleiter ein "idealer Leiter"?

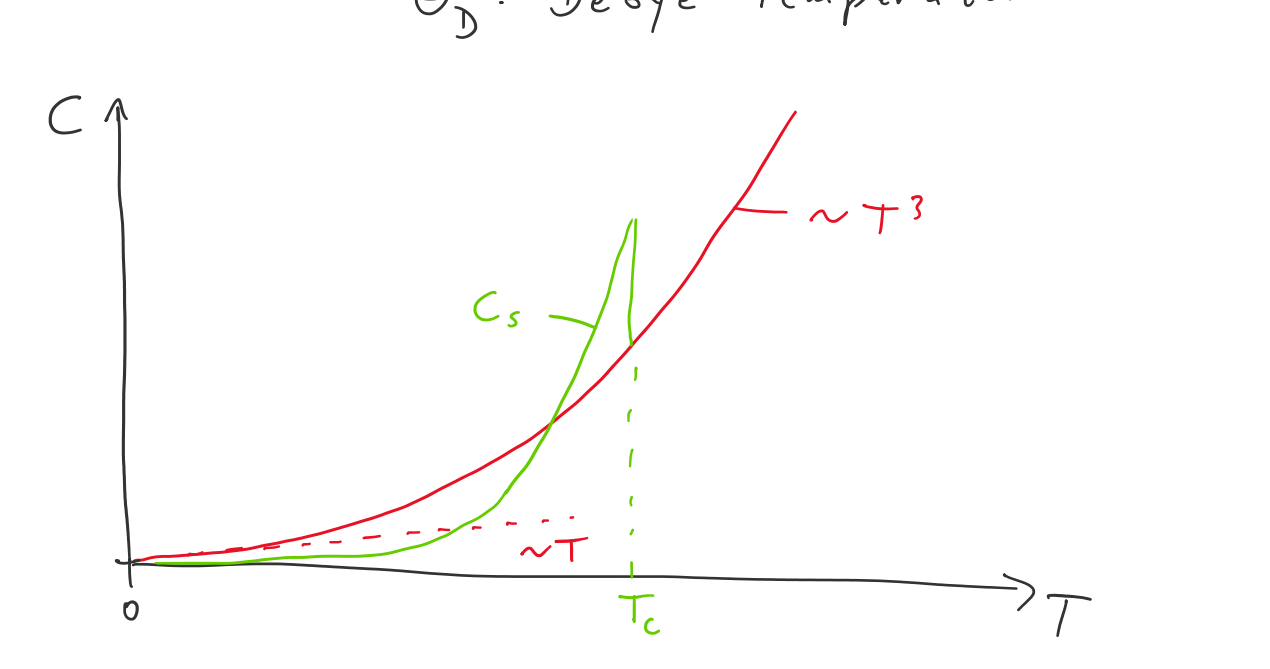
a) Leiter



b) Idealer Leiter



c) Supraleiter (Typ I)



Meissner Effekt:

Induktion von Abstromströmen

⇒ Feldausstoßung
Feldverdrängung

⇒ im inneren eines Supraleiters ist sowohl $\vec{j}$ als auch $\vec{B}$ gleich null

$$\vec{B} = \vec{B}_a + \mu_0 \vec{M} \quad \vec{B}_a: \text{angew. Feld} \quad \vec{M}: \text{Magnetisierung}$$

$$\chi = \frac{\mu_0 \vec{M}}{\vec{B}_a} = -1 \quad H_c = \frac{\vec{B}_a}{\mu_0}: \text{kritische Feldstärke}$$

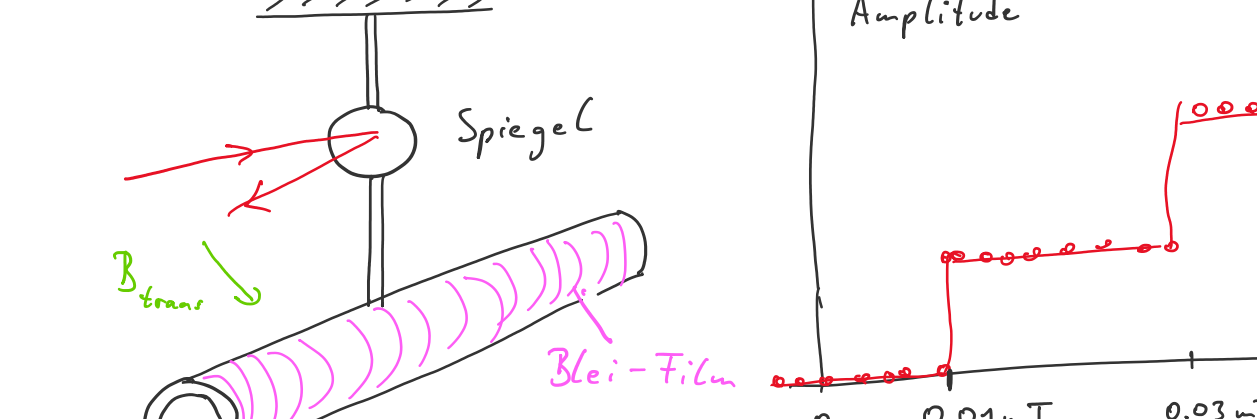
Suszeptibilität:

$$\chi = \frac{\mu_0 \vec{M}}{\vec{B}_a} = -1$$

$$\vec{B} = \vec{B}_a + \mu_0 \vec{M}$$

Meissner Phase

Levitation



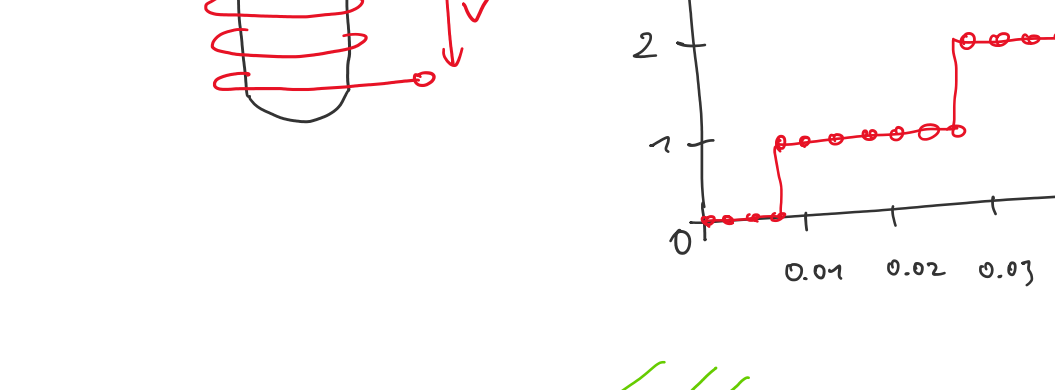
Spezifische Wärme

$$C = \gamma T + \alpha \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3$$

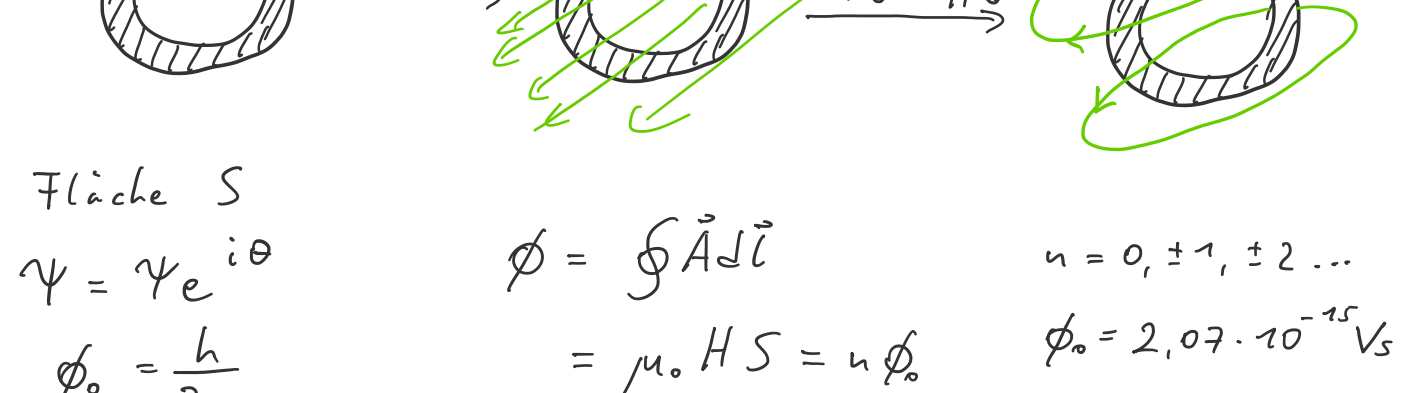
Metall: γ : Sommerfeld Koeffizient

$\gamma = \frac{2}{3} \pi^2 k_B^2 N(E_F)$

Θ_D : Debye Temperatur

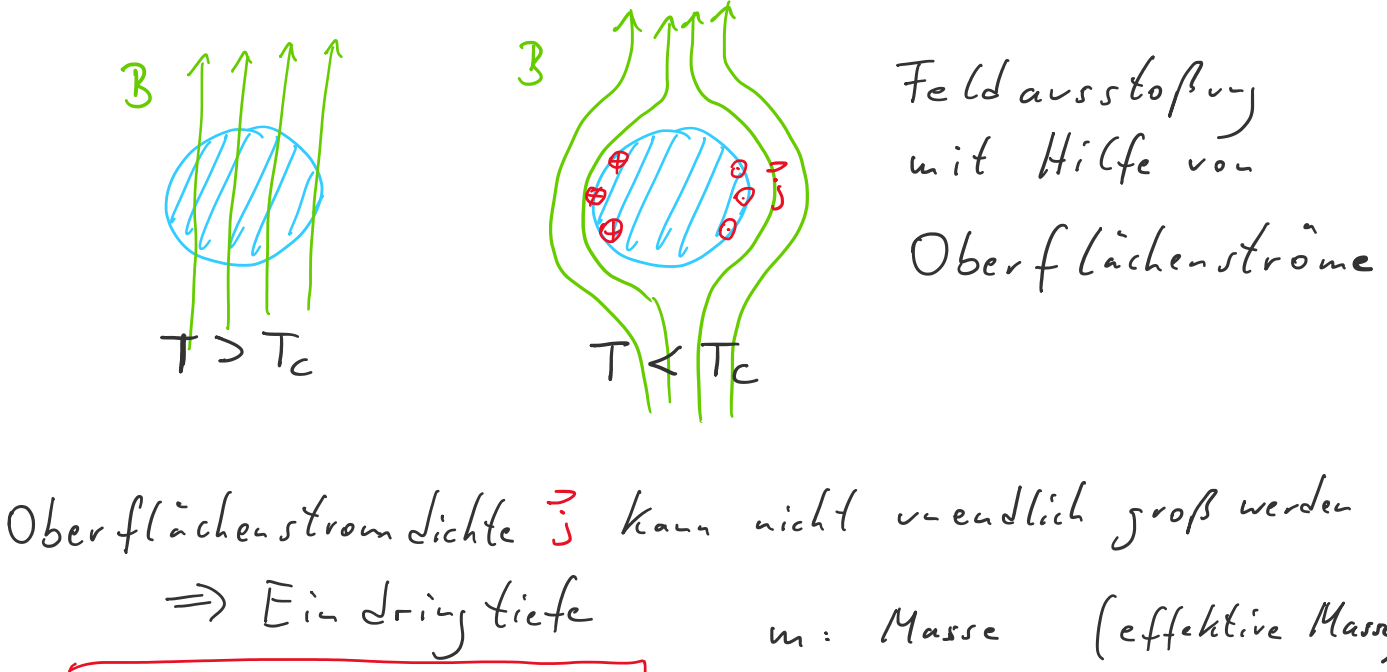


Typ II



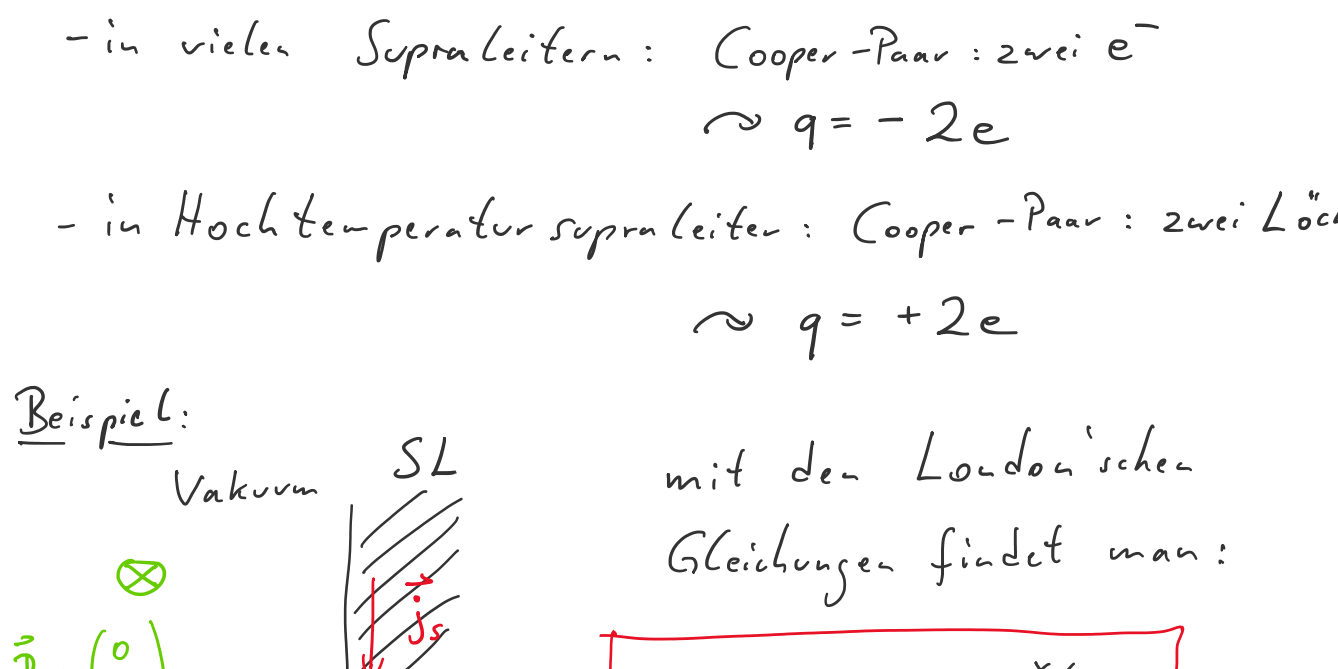
16.3 Magnetische Flussquantisierung (1961)

Doll und Näbauer



Deaver and Fairbank

Sn Zylinder, $l = 0,9 \text{ cm}$, $\phi = 13 \mu\text{m}$

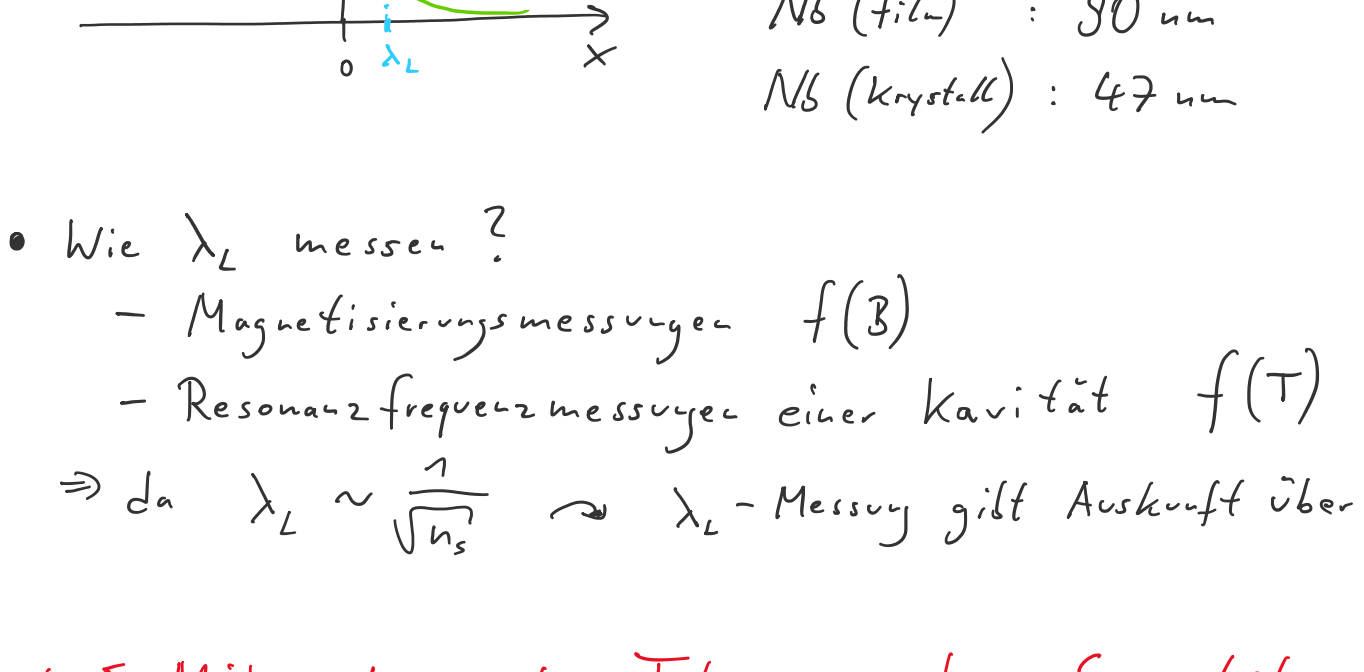


Fläche S

$$\psi = \frac{q}{2e} \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = \mu_0 H S = n \phi$$

$$\phi_0 = \frac{h}{2e} = 2,07 \cdot 10^{-15} \text{ Vs} \approx 2 \mu\text{T} \text{ für } 1 \mu\text{m}^2$$

16.4 London's Eindringtiefe



Oberflächenstromdichte $\vec{j}$ kann nicht unendlich groß werden

⇒ Eindringtiefe

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 q^2 n_s}} \quad m: \text{Masse (effektive Masse)} \quad q: \text{Ladung} \quad n_s: \text{Cooper-Paar-Dichte}$$

- in vielen Supraleitern: Cooper-Paar: zwei e^-
⇒ $q = -2e$

- in Hochtemperatur-Supraleitern: Cooper-Paar: zwei Löcher
⇒ $q = +2e$

Beispiel:

Vakuum SL mit den London'schen Gleichungen findet man:

$$\vec{B}_z(x) = B_a e^{-x/\lambda_L}$$

Typische Werte für λ_L

Al: 50 nm

Pb: 40 nm

Nb (Film): 90 nm

Nb (Kryotek): 47 nm

Wie λ_L messen?

- Magnetisierungsmessungen $f(B)$

- Resonanzfrequenzmessungen einer Kavität $f(T)$

⇒ da $\lambda_L \sim \frac{1}{\sqrt{n_s}} \sim \lambda_c$ -Messung gilt Auskunft über n_s

16.5 Mikroskopische Theorie der Supraleitung

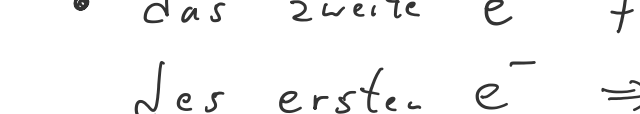
BCS-Theorie (J. Bardeen, L.N. Cooper, J.R. Schrieffer, 1957)

Theorie sollte erklären:

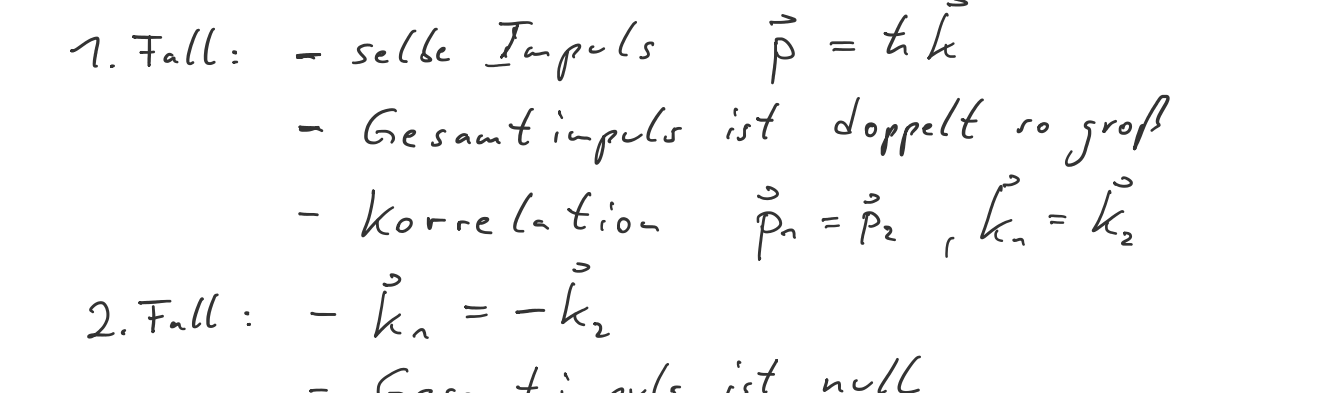
- idealer Leiter für $T < T_c$
- Meissner Effekt
- Phasenübergang 2. Ordnung
- Isotopeneffekt: $T_c \cdot M^\alpha = \text{konst.}$, mit $\alpha \approx 0,5$

16.5.1 Wechselwirkungen

a) abstoßend (Coulomb's)



b) anziehend



c) dynamisch

- die Polarisationsstärke hängt von den charakteristischen Gitterschwingungen ab

$$\Rightarrow T_c \sim \frac{1}{M^\alpha} \quad \alpha \approx 0,5$$

- das zweite e^- fliegt im Polarisationschwanz des ersten e^- ⇒ kleinere Energie, da Gitter schon verformt ist

1. Fall: - selbe Impuls $\vec{p} = \hbar \vec{k}$

- Gesamtimpuls ist doppelt so groß

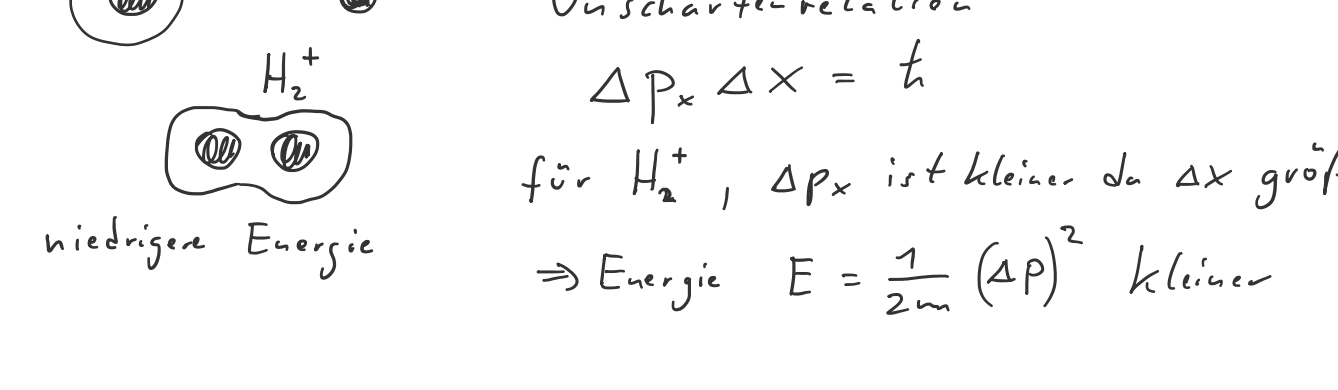
- Korrelation $\vec{p}_1 = \vec{p}_2, \vec{k}_1 = \vec{k}_2$

2. Fall: - $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2$

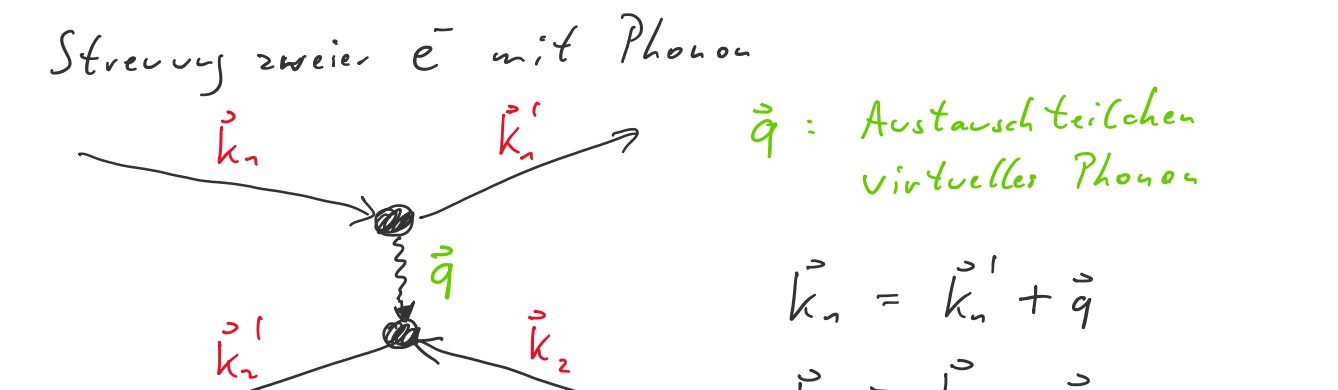
- Gesamtimpuls ist null

16.5.2 Austauschwechselwirkung (mindestens ein 3-Körperproblem)

a) abstoßend



b) anziehend



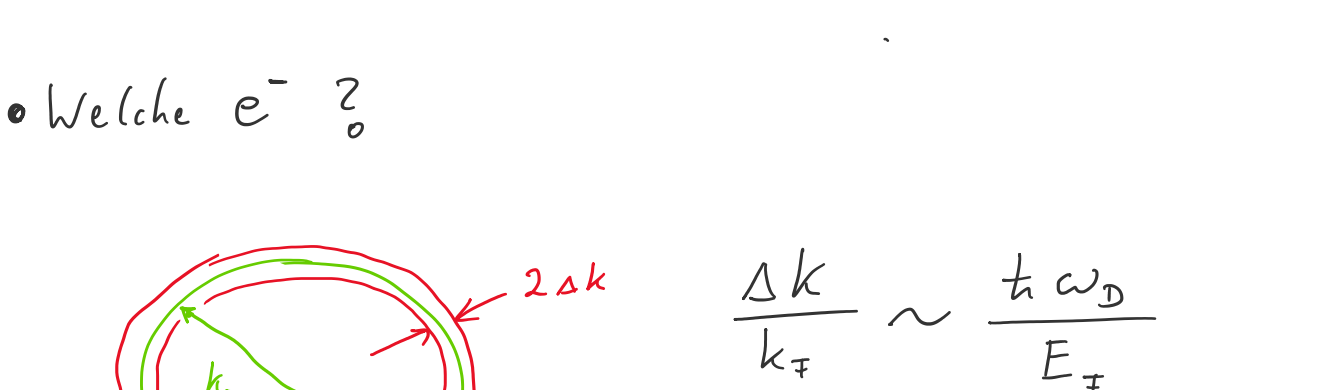
Unschärferelation $\Delta p_x \Delta x = \hbar$

für H^+ , Δp_x ist klein, da Δx größer

⇒ Energie $E = \frac{1}{2m} (\Delta p)^2$ kleiner

c) Virtuelle Austausch WW

Streuung zweier e^- mit Phonon



$$\vec{k}_1 = \vec{k}_1' + \vec{q}$$

$$\vec{k}_2 = \vec{k}_2' - \vec{q}$$

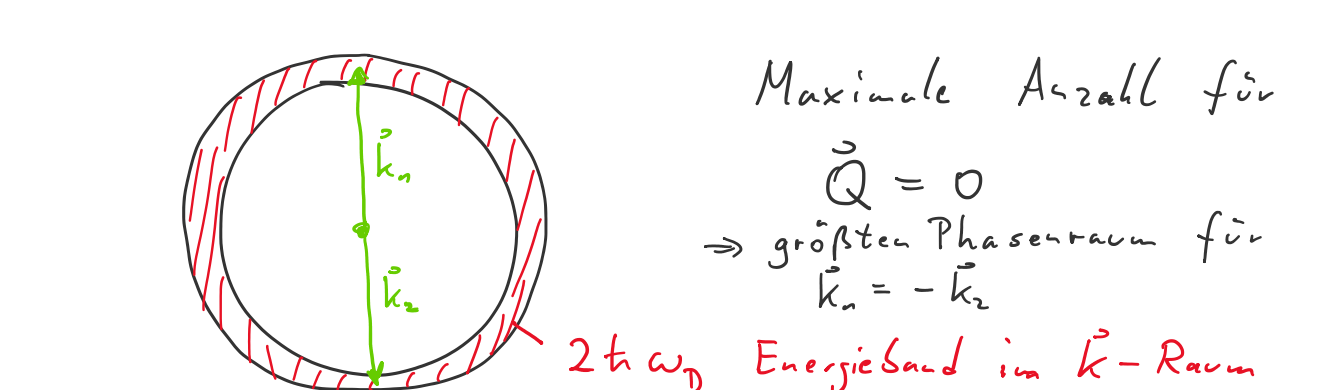
$$\Rightarrow \vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_1' + \vec{k}_2'$$

⇒ zwei e^- ww mit einem virtuellen Phonon (nur Möglichkeit, daß diese Phonon existieren könnte)

- wenn ein echter Phonon erzeugt wird

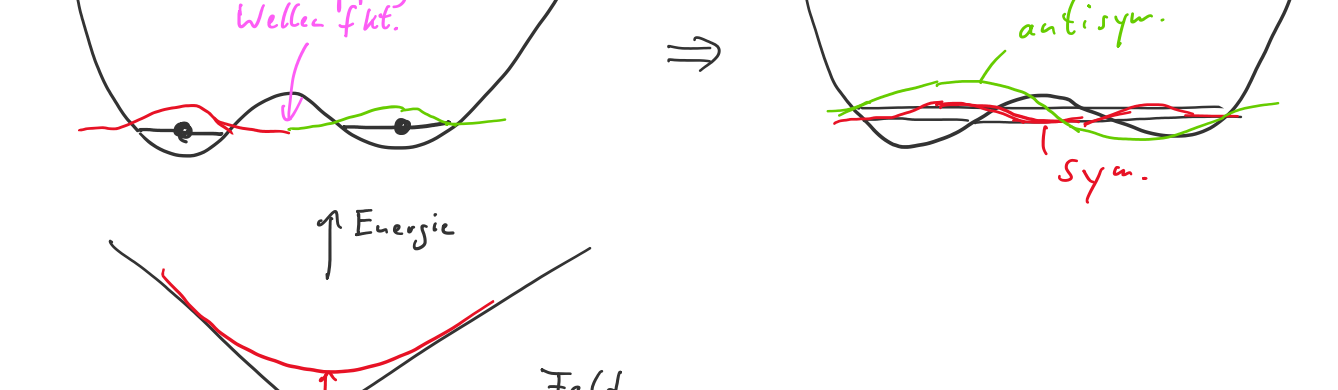
⇒ elektrischer Widerstand

Welche e^- ?



$$\frac{\Delta k}{k_T} \sim \frac{\hbar \omega_D}{E_F}$$

Welche $\vec{k}$?



$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{Q} = \vec{k}_1' + \vec{k}_2'$$

↑ Gesamtimpuls

Maximale Anzahl für $\vec{Q} = 0$

⇒ größter Phasenraum für $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2$

2-fach Energieband im $\vec{k}$ -Raum

16.5.3 Quanten superposition



↑ Energie

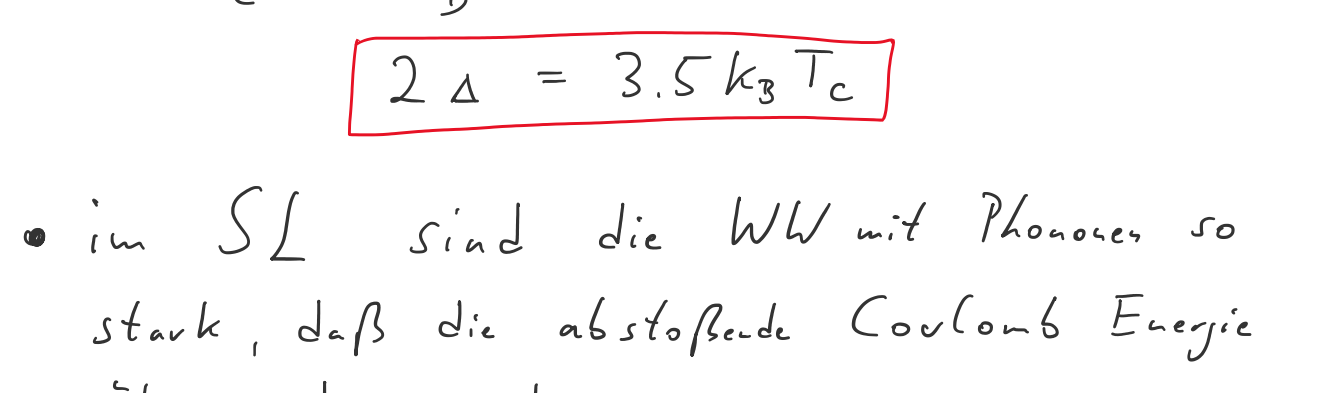
2Δ

tiefer Energie

16.5.4 Kondensierung von Cooper-Paaren

Rechnung im Master $\begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}$

Zustandsdichte:



e^- in der Bandbreite 2Δ kondensieren zu Cooper Paaren

⇒ Bosonen können alle in denselben Energiezustand

⇒ Kondensat, beschreiben durch eine makroskopische Wellenfunktion $\Psi = \Psi_0 e^{i\varphi}$, φ : Phase

BCS-Theorie $\Rightarrow T_c = 1,13 \frac{\hbar \omega_c}{k_B} \exp \left[-\frac{1}{N(E_F) V} \right]$

$$\omega_c \approx \omega_D$$

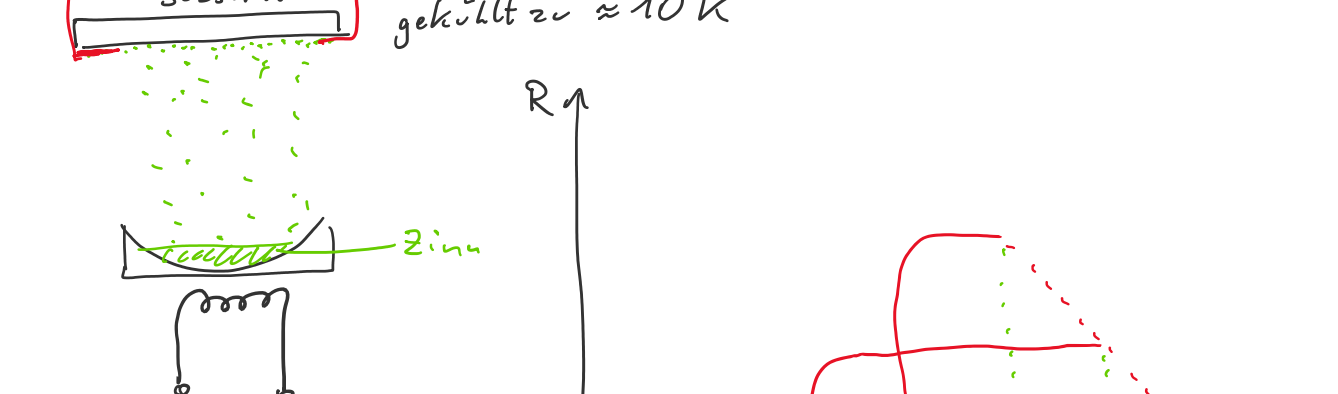
$$2\Delta = 3,5 k_B T_c$$

- im SL sind die WW mit Phononen so stark, daß die abstoßende Coulomb Energie überwunden wird

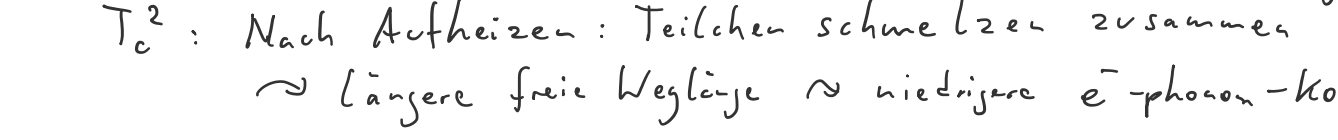
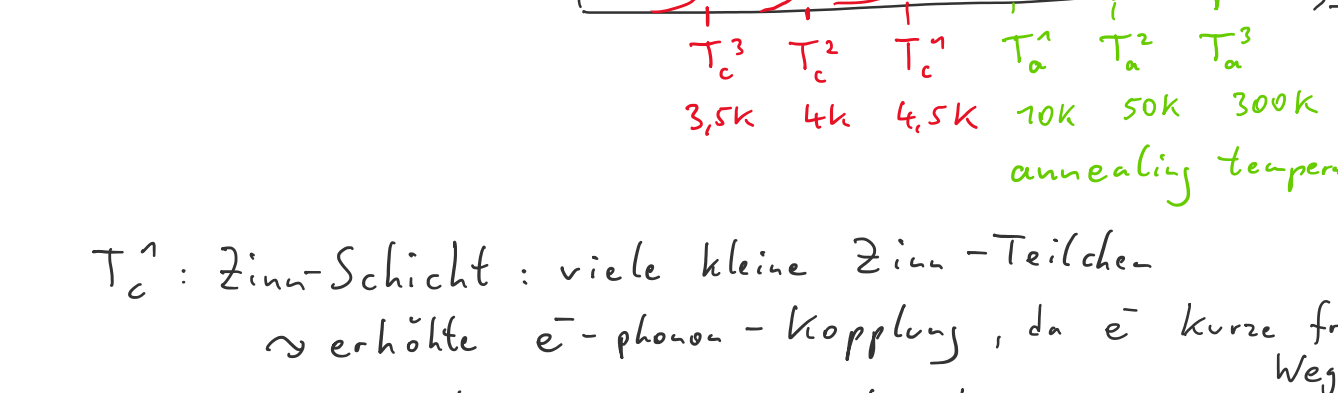
- Kohärenzlänge eines Cooper-Paars ξ_0
100 - 1000 nm

viel größer als der mittlere Abstand zwischen zwei freien e^- (≈ ein paar 0,1 nm)

- Cooper-Paare überlappen stark



16.5.5 Experiment bzgl. Elektron-Phonon-Koppelung



T1: Zinn-Schicht: viele kleine Zinn-Teilchen

⇒ erhöhte e-Phonon-Koppelung, da e- kurze freie Weglänge

T2: Nach Aufheizen: Teilchen schwelzen zusammen

⇒ längere freie Weglänge ≈ niedrige e-Phonon-Kopp.