Ergänzung zum Übungsblatt 8

Aufgabe 1: Hohlraumstrahlung

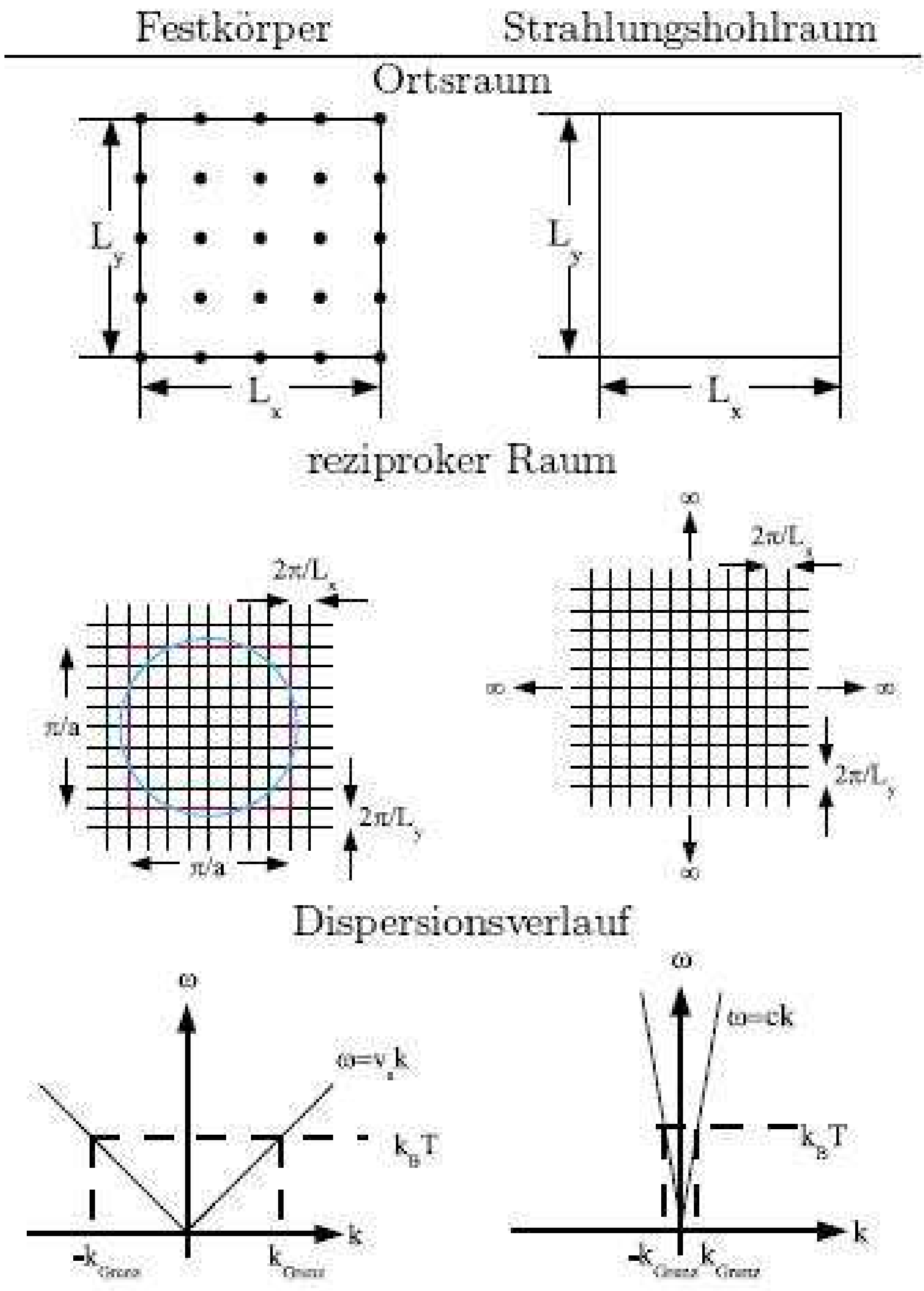
Energieinhalt eines Bose-Einstein-Gases bei Raumtemperatur und bei tiefen Temperaturen unter Vernachlässigung der Nullpunktsenergie:

$$< U >= \sum_{\vec{k},s} \frac{\hbar\omega}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_s(\vec{k})}{k_B T}\right) - 1}$$

s Polarisationszweige

	Festkörper (nur akust. Äste)	Strahlungshohlraum
Quanten	Phononen: Quanten des Ionen-auslenkungsfeldes	Photonen: Quanten des Strahlungsfeldes
Polarisations-richtungen	1 longitudinal +2 transversal (s=3)	2 transversal
Zahl der Zustände	nur Zustände innerhalb der 1. BZ haben phys. Bedeutung	Zahl der Zustände ist unbegrenzt
Dispersion	nur in der Debye Näherung gilt der lin. und isotrope Zusammenhang $\omega(\vec{k}) = v_s k$	Es gilt streng ein lin. und isotroper Zusammenhang $\omega(\vec{k}) = ck$
Summation der Zustände	$\sum\limits_k \to \int\limits_{k=0}^{k_D} d^3k$	$\sum\limits_k \to \int\limits_{k=0}^{\infty} d^3k$
Energieinhalt für $T \to 0$	Integration kann bis ∞ ausgedehnt werden $< U >_{\mathrm{FK}}= \frac{3V(k_BT)^4}{2\pi^2\hbar^3 v_s^3} \cdot \underbrace{\int\limits_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx}_{\pi^4/15}$ $< U >_{\mathrm{FK}}= V \frac{\pi^2}{10} \frac{(k_BT)^4}{(\hbar v_s)^3}$	Man erhält das Stefan-Boltzmann-Gesetz $< U >_{\mathrm{SB}}= \frac{2V(k_BT)^4}{2\pi^2\hbar^3 c^3} \underbrace{\int\limits_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx}_{\pi^4/15}$ $< U >_{\mathrm{SB}}= V \frac{\pi^2}{15} \frac{(k_BT)^4}{(\hbar c)^3}$
Energieinhalt bei hohen T: $k_BT >> \hbar\omega_D$	$< u >_{\mathrm{FK}}= 3nk_BT = 3\frac{N}{V} k_BT$	$< u >_{\mathrm{SB}}$ wie oben

Anschauliche Darstellung für 2 Dimensionen:



(x-Achse beim Dispersionsverlauf jeweils von $-k_{\text{Grenz}}$ bis $+k_{\text{Grenz}}$)