

Übungen zur Physik V: Festkörperphysik (WS 2010/2011)

A. Ustinov / G. Fischer

Übungsblatt 10

Besprechung am 20. Januar 2010

Aufgabe 1

Im LCAO-Formalismus wird die Wellenfunktion eines stark gebundenen Kristallelektrons näherungsweise durch eine Linearkombination

$$\Psi_{n,k_x}(x) = \sum_j^N \alpha_j \cdot \varphi_n(x - R_j)$$

atomarer Wellenfunktionen $\varphi_n(x - R_j)$ beschrieben. Ein "eindimensionaler Kristall" bestehe aus N gleichen Atomen im Abstand a an den Orten $R_j = j \cdot a$, $j = 1, \dots, N$. Zeigen Sie, dass bei geeigneter Wahl der α_j die Wellenfunktion $\Psi_{n,k_x}(x)$ als Blochwelle

$$\Psi_{n,k_x}(x) = e^{ik_x x} \cdot u_{n,k_x}(x)$$

mit $u_{n,k_x}(x + pa) = u_{n,k_x}(x)$ und $p = \pm 1, \pm 2, \dots$ geschrieben werden kann, wenn man die Summe von $-\infty$ bis $+\infty$ laufen lässt.

Aufgabe 2

- Erklären Sie kurz was man unter der effektiven Masse von Elektronen im periodischen Potential versteht und warum die effektive Masse auch negativ werden kann. Zeichnen Sie dazu die Dispersionsrelation $E(k)$ und die dazugehörige effektive Masse m^* in einer eindimensionalen Darstellung.
- Was sind Blochoszillationen und warum sind sie schwer zu beobachten?
- An einem Kristall liegt ein elektrisches Gleichfeld $\vec{E}$ an und es kommt zu Bloch-Oszillationen. Berechnen Sie Periodendauer und Frequenz dieser Oszillationen, wenn die Ausdehnung der ersten Brillouin-Zone $2\pi/a$ beträgt. Schätzen Sie auch die Amplitude δx der Auslenkung ab, wobei Sie als mittlere Geschwindigkeit die Fermigeschwindigkeit einsetzen.

Zahlenwerte: $\vec{E} = 1\text{kV}$, $a = 2 \text{ \AA}$ und $v_F = 10^6 \text{ m/s}$.

Aufgabe 3

- a) Betrachten Sie ein einfaches quadratisches Gitter in zwei Dimensionen. Zeigen Sie, dass die kinetische Energie eines freien Elektrons an einer Ecke der ersten Brillouin-Zone doppelt so groß ist wie die eines Elektrons im Mittelpunkt einer Seitenfläche der Zone.
- b) Wie groß ist dieses Verhältnis für ein einfaches kubisches Gitter in drei Dimensionen?
- c) Konstruieren Sie die ersten vier Brillouin-Zonen eines primitiven quadratischen Gitters der Gitterkonstanten a . Bestimmen Sie die Fermi-Fläche eines freien Elektronengases im reduzierten Zonenschema in der ersten bis vierten Zone. Wählen Sie die Elektronenkonzentration so, dass $k_F = 0.85 \cdot (2\pi/a)$ ist.

Aufgabe 4

- a) Das Erdalkalimetall Barium steht in der zweiten Hauptgruppe des Periodensystems. Zur Vereinfachung betrachten Sie Barium als zweidimensionales Metall mit der Gestalt eines quadratischen Gitters. Ermitteln Sie den kürzesten Abstand einer Begrenzungsfläche in der ersten Brillouinzone und berechnen Sie die Fermi-Wellenzahl.
- b) In a) hat die Fermi-Fläche die Begrenzung der 1. BZ überschritten. Berechnen Sie nun die Elektronendichte, die ein kubisch-flächenzentrierter Silberkristall haben müsste, damit die Fermi-Fläche gerade die 1. BZ berührt. Die Gitterkonstante von Silber beträgt 0,408 nm.

Die Anmeldung zur Vorleistung "Modernen Experimentalphysik II (Festkörper)" ist in QISPOS freigeschaltet.

Bitte melden Sie sich bis spätestens zum 2.2.2011 zur Vorleistung an!