

Übungen zur Physik V: Festkörperphysik (WS 2012/2013)

Prof. Dr. H. v. Löhneysen / Dr. G. Fischer

Übungsblatt 6

Besprechung am 13. Dezember 2012

Aufgabe 1 (1,5 Punkte)

Schätzen Sie die Debye-Temperatur von Natrium unter der Annahme ab, dass festes Natrium eine isotrope Dispersionsrelation für Phononen hat. Benutzen Sie dazu folgende Zahlenwerte: Kompressionsmodul: $K_{\text{Na}} = 8,3 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$, Dichte: $\rho_{\text{Na}} = 10^3 \text{ kg/m}^3$ und Gitterkonstante $a_{\text{Na}} = 4,225 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Natrium hat bcc-Struktur.

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Innere Energie eines Kristalls aufgrund der thermischen Anregung von Phononen

$$U = \sum_{k,s} \hbar \omega \left(\langle n \rangle + \frac{1}{2} \right)$$

näherungsweise als

$$U = \int Z(\omega) \varepsilon(\omega) d\omega$$

geschrieben werden kann, d.h. dass die Summation über diskrete Zustände zu einer Integration über quasi-kontinuierliche Zustände (sehr kleine Abstände) übergehen kann. Dabei ist $Z(\omega)$ die Zustandsdichte und $\varepsilon(\omega)$ die Energie der einzelnen Phononenzustände.

Aufgabe 3 (3,5 Punkte)

Leiten Sie die Dielektrizitätskonstanten $\epsilon(\omega)$ für einem Ionenkristall her und skizzieren Sie $\epsilon(\omega)$ (Diskussion der Funktion):

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_{\infty} + \frac{\epsilon_{\infty} - \epsilon_0}{\omega^2/\omega_T^2 - 1} \quad \text{mit} \quad \omega_T^2 = \bar{\omega}^2 \left(\frac{\epsilon_{\infty} + 2}{\epsilon_0 + 2} \right) \quad \text{und} \quad \bar{\omega}^2 = \frac{2f}{\mu}$$

Hinweis: Betrachten Sie die Bewegungsgleichung einer zweiatomigen linearen Kette mit positiven und negativen Ionen im Limes $k \rightarrow 0$ mit $\mu = \frac{mM}{m+M}$, der Federkonstanten

f , der Auslenkungsdifferenz u der beiden Ionen einer Elementarzelle und dem lokalen elektrischen Feld E^{lok} , das über eine Elementarzelle konstant ist. Sie erhalten dann:

$$\ddot{u} = \frac{e}{\mu} E^{lok} - \frac{2f}{\mu} u.$$

Führen Sie zur Lösung der Bewegungsgleichung die Polarisierung, $P := Neu$ (Polarisation von N Elementarzellen pro Volumeneinheit mit Dipolmoment eu), ein und verknüpfen diese mit der Polarisierbarkeit $\alpha = \frac{P}{E^{lok}} + \alpha^\pm$.

Benutzen Sie die Clausius-Mossotti-Gleichung in den Grenzfällen $\omega \ll \frac{2f}{\mu}$ und $\omega \gg \frac{2f}{\mu}$.

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Berechnen, skizzieren und diskutieren Sie die Dispersionsrelation $\omega = \omega(k)$ für die Ausbreitung elektromagnetischer Strahlung der Frequenz ω mit Wellenzahlvektor k in einem Ionenkristall mit der Dielektrizitätskonstanten

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_\infty - \epsilon_0}{\omega^2/\omega_T^2 - 1}.$$