

Übungen zur Physik V: Festkörperphysik (WS 2012/2013)

Prof. Dr. H. v. Löhneysen / Dr. G. Fischer

Übungsblatt 9

Besprechung am 10. Januar 2013

Aufgabe 1 (3,5 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Fermi-Dirac-Verteilung

$$f_i = \frac{1}{e^{\frac{E_i - \mu}{k_B T}} + 1}$$

im Falle von

- a) kleiner Teilchenzahldichte n (und kleinem festem T) (1 P.) oder
 - b) hoher Temperatur T (und fester Teilchenzahl N) (1 P.)
- auf die Maxwell-Boltzmann-Verteilung

$$f_i = N \frac{e^{-\frac{E_i}{k_B T}}}{\sum_i e^{-\frac{E_i}{k_B T}}}$$

reduziert werden kann. Benutzen Sie dabei $N = \sum f_i$.

- c) Wie groß ist bei $T = 0$ und endlicher Temperatur die Halbwertsbreite der Ableitung der Fermi-Dirac-Verteilung nach der Energie? (1,5 P.)

Aufgabe 2 (3 Punkte)

- a) Berechnen Sie für Kupfer die Sommerfeld-Konstante γ im Modell freier Elektronen und vergleichen Sie diese mit dem experimentellen Wert, $\gamma_{exp} = 1.092 \cdot 10^{-5} \text{ J/gK}^2$. Wie groß ist demnach die effektive Masse eines Cu-Leitungselektrons? (1,5 P.)

Starten Sie mit der inneren Energie : $U(T) = U_0 + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 D(E_F)$ und berechnen Sie daraus die spezifische Wärme c_V .

- b) Bei welcher (tiefen) Temperatur wird für Kupfer der elektronische Beitrag so groß wie der Gitterbeitrag zur spezifischen Wärme? (1 P.)

Hinweis: Für Kupfer beträgt die Fermi-Energie $E_F = 7.0 \text{ eV}$ und die Debye-Temperatur $\Theta_D = 343 \text{ K}$. Die innere Energie des Gitters in Tieftemperaturnäherung ist: $U(T) = (3\pi^4 N k_B^4 T^4) / (5\hbar^3 \omega_D^3)$.

- c) Bei welcher (hohen) Temperatur ließe sich der elektronische Beitrag c_e gegenüber dem Gitterbeitrag c_g nachweisen, d. h. $c_e \approx 0.1 c_g$? (0,5 P.)

Aufgabe 3 (2,5 Punkte)

Zeigen Sie, dass sich die Kompressibilität κ_e eines Fermi-Gases im Potentialkasten für $T = 0$ durch

$$\kappa_e = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{n \cdot E_F}$$

darstellen lässt. n ist die Elektronendichte.

Leiten Sie dafür zunächst die Grundzustandsenergie eines Elektronengases her (vgl. Vorlesung; $U = \frac{3}{5} N E_F$).

Setzen Sie die Zahlenwerte für Natrium ($E_F = 3.23 \text{ eV}$) ein und vergleichen Sie den elektronischen Beitrag κ_e mit dem experimentellen Wert $\kappa^{\text{Na}} = 1.5 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N}$.

Wir wünschen Ihnen schöne Feiertage und
einen guten Rutsch in ein erfolgreiches Jahr 2013!