Übungen zur Physik V: Festkörperphysik (WS 2012/2013)

Prof. Dr. H. v. Löhneysen / Dr. G. Fischer

Übungsblatt 12: Besprechung am 31. Januar 2013

Aufgabe 1: (1 Punkte)

Erinnern Sie sich an Aufgabe 3 vom letzten Übungsblatt:
Der Energieverlauf am oberen Valenzband sei nun gegeben durch die isotrope Funktion $E(\vec{k}) = -6.25 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{eVcm}^2 \cdot |\vec{k}|^2$. Ein Elektron sei aus einem Zustand mit $k_x = 10^7/\,\mathrm{cm}$, $k_y = k_z = 0$ angeregt, wobei das Band sonst vollbesetzt bleibt. Geben Sie für den entstandenen lochartigen Zustand an:
i) das Vorzeichen und den Betrag der effektiven Masse, ii) Richtung und den Betrag des Wellenzahlvektors, iii) die Geschwindigkeit, iv) den (Kraft-)Impuls, v) die Energie und vi) die Stromdichte (wählen Sie dazu $n = 1/m^3$).

Aufgabe 2: (2,5 Punkte)

Die Messung der magnetischen Suszeptibilität $\chi = \mu_0 M/B$ von reinen Metallen zeigt bei tiefen Temperaturen eine oszillierende Abhängigkeit vom angelegten Magnetfeld (De Haas-van Alphen-Effekt). Mit Hilfe der Beziehung, $S_K\left(\frac{1}{B_{n+1}} - \frac{1}{B_n}\right) = \frac{2\pi e}{\hbar}$, können die Extremalflächen S_K der Fermi-Fläche bestimmt werden.

a) Betrachten Sie das Elektronengas von Gold als ein System freier Elektronen der Dichte $n = 5,9 \cdot 10^{22}\,\mathrm{cm}^{-3}$ und schätzen Sie ab, welche Größe für die Extremalfläche der Fermi-Kugel zu erwarten ist.

b) Im Experiment beobachten wir für ein Feld parallel zur [001]-Richtung eines Gold-Einkristalles Oszillationen mit einer Periode von $\Delta(1/B) = \frac{1}{B_{n+1}} - \frac{1}{B_n} = 1,95 \cdot 10^{-5}1/\mathrm{T}$. Ist das Magnetfeld dagegen parallel zur [111]-Richtung, so werden zwei sich überlagernde Oszillationen mit den Perioden $2,05 \cdot 10^{-5}1/\mathrm{T}$ und $6 \cdot 10^{-4}1/\mathrm{T}$ beoachtet. Berechnen Sie jeweils die Größe der dazugehörigen Extremalfläche S_K und interpretieren Sie die Ergebnisse anhand der Fermi-Fläche von Gold.

c) Begründen Sie qualitativ, warum im Experiment (z.B. De Haas-van Alphen-Effekt oder Zyklotronresonanz) immer nur extremale Bahnen von Elektronen, die sich auf Flächen konstanter Energie bewegen, beobachtet werden.

Aufgabe 3: (1,5 Punkte)

Ein homogener, dissipativer Elektronenstrom fließt parallel zu einer Kante durch eine rechteckige Leiterplatte (j_x = eingespeißter Strom). Wie liegen die Äquipotentiallinien, wenn ein Magnetfeld $\vec{B}$ (z-Richtung) senkrecht auf der Platte und damit senkrecht auf $\vec{E}$ steht? Betrachten Sie sowohl einen kurzgeschlossenen ($E_H = 0$), als auch einen offenen Hall-Messkreis ($j_y = 0$).

Aufgabe 4: (3 Punkte)

Betrachten Sie die Boltzmann-Gleichung und wenden Sie die in der Vorlesung hergeleitete Nichtgleichgewichtsverteilung

$$f(\vec{r},\vec{k}) = f_0 + e\tau \frac{\partial f_0}{\partial E} \vec{v} \cdot \left(\vec{E}(\vec{r}) + \frac{1}{e} \nabla \mu(\vec{r}) + \frac{E-\mu}{eT} \nabla T(\vec{r}) \right)$$

für die folgenden Fälle an:

$$\begin{array}{lccccccccccc} \text{(a)} & \vec{E} & \neq & 0 & ; & \nabla\mu(\vec{r}) & = & 0 & ; & \nabla T(\vec{r}) & = & 0 \\ \text{(b)} & \vec{E} & = & 0 & ; & \nabla\mu(\vec{r}) & = & 0 & ; & \nabla T(\vec{r}) & \neq & 0 \end{array}$$

$\vec{E}(\vec{r})$, $\mu(\vec{r})$ und $T(\vec{r})$ sind das elektrische Feld, das chemische Potential bzw. die Temperatur am Ort $\vec{r}$, und f_0 ist die Fermi-Verteilung. Stellen Sie die Funktionen f, f_0 und $f - f_0$ graphisch dar. Behandeln Sie die beiden Fälle eindimensional und im stationären Zustand.

Aufgabe 5: (2 Punkte)

a) Leiten Sie die Beziehung, $\epsilon(0,k) = 1 + \frac{k_0^2}{k^2}$, für die dielektrische Funktion des freien Elektronengases in der Thomas-Fermi-Näherung her. Dabei ist k_0^{-1} die Thomas-Fermi-Abschirmlänge. $\epsilon(\omega,k)$ ist definiert durch $D(\omega,k) = \epsilon_0\, \epsilon(\omega,k)\, E(\omega,k)$.

   Hinweis: Ein elektrisches Potential $\phi(x)$ induziert Ladungen im Fermigas. Die induzierte Ladungsdichte ist näherungsweise gegeben durch: $\rho^{\text{ind}}(x) \approx -e^2 N(E_{\text{F}})\phi(x)$

b) Berechnen Sie näherungsweise für $k \ll k_0$ die Schallgeschwindigkeit eines Metalls aus der Nullstelle der gesamten dielektrischen Funktion: $\epsilon_{\text{ges}}(k) = 1 + \frac{P}{E \cdot \epsilon_0} + \frac{k_0^2}{k^2}$. Benutzen Sie dabei für die dielektrische Funktion der Ionenpaare die Ergebnisse von Übungsblatt 7 und die Näherung $\omega_T \to 0$.

Die Anmeldung zur Modulprüfung (alte PO 2008) "Modernen Experimentalphysik II" ist in QISPOS freigeschaltet. Falls Sie die Vorleistung bereits aus einem früheren Semester besitzen, können Sie sich ab sofort zur Klausur (1.03.2013) anmelden.