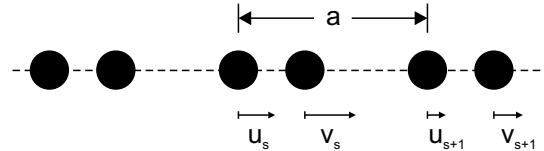


ÜBUNGSAUFGABEN (VI)

(Besprechung am Donnerstag, 5.12.2013)

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Ein lineares Gitter mit Gitterkonstante a hat eine Basis, die aus zwei identischen Atomen der Masse M besteht. Die beiden Basisatome liegen auf der Gittergeraden und ihr Gleichgewichtsabstand b ist kleiner als die halbe Gitterkonstante, $b < a/2$. Zwischen den Basisatomen wirkt eine Federkraft mit Kraftkonstante D_1 und zwischen nebeneinander liegenden Atomen benachbarter Basen wirkt eine Federkraft mit Kraftkonstante D_2 . Das linke Atom der Basis s habe die Auslenkung u_s aus der Ruhelage, das rechte Atom die Auslenkung v_s (vgl. Zeichnung).



Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für die beiden Atome der Basis s auf und bestimmen Sie mit Hilfe eines Lösungsansatzes zweier propagierender Wellen die Dispersionsrelation $\omega(k)$ der longitudinalen akustischen und optischen Phononen. Skizzieren Sie die resultierenden Dispersionszweige in der 1. Brillouinzone für $D_1/M = 50 \text{ s}^{-2}$ und $D_2/M = 25 \text{ s}^{-2}$.

Aufgabe 2: (5 Punkte)

In der Vorlesung wurden für ein einfaches Gitter in drei Dimensionen (Gitterkonstante a , Seitenlängen L , Volumen $V = L^3$) die Zustanddichte $D(\omega)$ und die Debye-Temperatur Θ_D akustischer Phononen in der Debye-Näherung $\omega = vk$ berechnet. Bestimmen Sie $D(\omega)$ und Θ_D auf analoge Weise für folgende Fälle: a) eine lineare Kette mit $\omega = vk$; b) ein zweidimensionales Gitter mit $\omega = vk$; c) ein dreidimensionales Gitter mit $\omega \propto k^2$.

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Mit Hilfe der Zustanddichte in der Debye-Näherung wurden in der Vorlesung für akustische Phononen die innere Energie $U(T)$ und die spezifische Wärme $C_v(T)$ im Falle eines dreidimensionalen Gitters mit einheitlicher Schallgeschwindigkeit v für alle Schwingungsmoden bestimmt. Berechnen Sie diese Größen in gleicher Weise für ein zweidimensionales Gitter in den Näherungen hoher Temperatur ($T \gg \Theta_D$) und niedriger Temperatur ($T \ll \Theta_D$).