

## ÜBUNGSAUFGABEN (VIII)

(Besprechung am Donnerstag, 19.12.2013)

### Aufgabe 1: (6 Punkte)

Gegeben sei ein freies Elektronengas mit Dispersionsbeziehung  $E(\vec{k}) = \hbar^2 k^2 / 2m$  in einem zweidimensionalen Gitter der Gitterkonstante  $a$ . Die Zustände im  $k$ -Raum seien besetzt bis zu dem Radius  $k_F = 1.75 \pi / a$  der Fermikugel.

- Konstruieren Sie die ersten vier Brillouinzone eines ebenen quadratischen Gitters.
- Markieren Sie für die ersten vier Brillouinzone die von Elektronen des freien Elektronengases besetzten Zustände.
- Markieren Sie die besetzten Zustände im reduzierten Zonenschema mittels Überführen der Zustände höherer Brillouinzone in äquivalente Zustände der ersten Brillouinzone.

*Hinweis:* Erstellen Sie die Zeichnungen mit einem geeigneten Computerprogramm.

### Aufgabe 2: (8 Punkte)

Im Tight-Binding-Modell erhält man für die möglichen Energiezustände  $E(\vec{k})$  eines Elektrons in einem zweidimensionalen quadratischen Gitter mit Gitterkonstante  $a$  die Relation

$$\hat{E} = \frac{E(\vec{k}) - E_0}{2W} = \cos k_x a + \cos k_y a$$

mit den Komponenten  $k_x$  und  $k_y$  des Wellenvektors  $\vec{k}$ , der Energie  $E_0$  der ungestörten Elektronenzustände sowie der Austauschenergie  $W$  direkt benachbarter Gitterplätze (vgl. Vorlesung).

- Erstellen Sie mittels Computer einen Plot mit Linien konstanter Energie in der 1. Brillouinzone für Werte  $\hat{E}$  von  $-2$  bis  $+2$  mit  $\Delta \hat{E} = 0.25$ .
- Zeigen Sie, dass die Isolinien die Grenzen der Brillouinzone unter einem rechten Winkel schneiden. (Tipp: bestimmen Sie das Differential  $dE$ ).
- Nähern Sie für die Fälle  $|\vec{k}|a \ll \pi$  nahe der unteren Bandkante ( $\hat{E} \simeq -2$ ) sowie  $E(\vec{k}) = E_0$  für die Mitte des Bandes ( $\hat{E} = 0$ ) die Isolinien durch analytische Ausdrücke der Form  $k_x(k_y)$  bzw.  $k_y(k_x)$ .
- Jeder Gitterplatz sei mit einem Elektron besetzt. Welche Form hat dann die Fermioberfläche im  $k$ -Raum bei tiefen Temperaturen? Wie sieht die entsprechende Fermioberfläche für ein nahezu vollständig gefülltes Band aus?