

ÜBUNGSAUFGABEN (XI)

(Besprechung am 23.1.2014)

Aufgabe 1: (4 Punkte)

In der Vorlesung wurden die allgemeinen Transportgleichungen für die elektrische Stromdichte \vec{j} und die Wärmestromdichte \vec{w} diskutiert,

$$\begin{aligned}\text{grad} \frac{\eta}{e} &= \frac{\vec{j}}{\sigma} + \epsilon \text{grad} T \\ \vec{w} &= \Pi \vec{j} - \kappa \text{grad} T ,\end{aligned}$$

mit Leitfähigkeit σ , Seebeck-Koeffizient ϵ , Peltier-Koeffizienten Π , Wärmeleitfähigkeit κ , elektrischem Potential Φ , chemischem Potential μ und elektrochemischem Potential $\eta = \mu - e\Phi$. Leiten Sie daraus die Diffusionsgleichung für die Elektronendichte $n_e = N_e/V$ mit Diffusionskoeffizienten D her,

$$\Delta n_e - \frac{1}{D} \frac{\partial n_e}{\partial t} = 0 .$$

Nehmen Sie an, dass $\text{grad} \Phi = \text{grad} T = 0$ ist und die Elektronendichte als Funktion der Elektronenenergie E durch die Boltzmannverteilung $n_e = n_e^0 \exp\left(-\frac{E-\mu}{k_B T}\right)$ gegeben ist.

Hinweis: Benutzen Sie die Kontinuitätsgleichung der Elektrodynamik.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Leiten Sie für $\text{grad} \eta = 0$ aus obigen Transportgleichungen die Wärmeleitungsgleichung

$$\Delta T - \frac{1}{D_W} \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

ab. Drücken Sie die Temperaturleitfähigkeit D_W durch die in Aufgabe 1 benannten Größen aus.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Das Wiedemann-Franz'sche Gesetz besagt, dass für viele Metalle das Verhältnis von elektrischer Leitfähigkeit σ und Wärmeleitfähigkeit κ nur von der Temperatur T abhängt, spezifische Eigenschaften des Materials darin also nicht eingehen,

$$\frac{\kappa}{\sigma} = L \cdot T \quad ; \quad L = 2.44 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}\Omega}{\text{K}^2} .$$

- Berechnen Sie anhand von Literaturwerten für σ und κ die Lorenz-Zahl L der Metalle Al, Cu, Zn, Ag, W, Pt, Au und Pb bei Raumtemperatur und vergleichen Sie diese mit dem im Wiedemann-Franz'schen Gesetz vorhergesagten Wert. Diskutieren Sie mögliche Gründe für die Abweichungen.
- Hinsichtlich der Wärmeleitfähigkeit übertrifft hochreiner Diamant mit $\kappa(25^\circ\text{C}) = 2320 \text{ W/mK}$ sogar den besten metallischen Leiter Silber deutlich. Andererseits ist reiner Diamant aber ein elektrischer Isolator. Wie lassen sich diese Eigenschaften mit dem Wiedemann-Franz'schen Gesetz vereinbaren?