

Aufgabe 7: freies Elektronengas

Gegeben sei ein (monovalentes) Metall, dass im Modell des freien Elektronengases pro Atom ein Elektron zur Verfügung stellt. Berechnen Sie die mittlere Energie pro Elektron bei tiefen Temperaturen, $T \rightarrow 0$, für ein

- (a) eindimensionales,
- (b) zweidimensionales und
- (c) dreidimensionales Elektronengas.

(3 Punkte)

Aufgabe 8: Boltzmann und Fermi

Zeigen Sie, dass für $E - \mu \gg k_B T$ die klassische Maxwell-Boltzmann-Verteilungsfunktion für Leitungselektronen im Festkörper als Grenzfall der Fermi-Dirac-Verteilungsfunktion

$$f(\vec{k}) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E(\vec{k}) - \mu}{k_B T}\right) + 1}$$

betrachtet werden kann.

(3 Punkte)

Aufgabe 9: etwas Thermodynamik

- (a) Zeigen Sie, dass die kinetische Energie des Elektronengases in drei Dimensionen $E = \frac{3}{5} E_F N$ ist.
- (b) Berechnen Sie den Druck $P = -\partial E / \partial V$ und dann den Kompressionsmodul $B = -V \partial P / \partial V$.
- (c) Gegeben sei die atomare Dichte von Natrium (Na) $2.53 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ und die von Kalium (K) $1.33 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$. Berechnen Sie den durch die Elektronen hervorgerufenen Kompressionsmodul unter der Annahme, dass beide Metalle monovalent sind, d.h. ein freies Elektron pro Atom haben. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit den gemessenen Werten von 6.3 GPa (Na) and 3.1 GPa (K).

(2 Punkte)

Bitte Rückseite beachten.

Aufgabe 10: Fermi, Elektronen und die Sonne

- (a) Gegeben ist $M = 2 \times 10^{33}$ g als Masse der Sonne. Schätzen Sie die Zahl der Elektronen ab. In einem Weißen Zwerg kann diese Zahl als freie Elektronen durch Ionisation innerhalb einer Kugel mit dem Radius 2×10^9 cm konzentriert sein. Berechnen Sie die Fermienergie der Elektronen in eV.
- (b) Die Energie eines Elektrons im relativistischen Grenzfall $E \gtrsim mc^2$ hängt mit dem Wellenvektor über $E \sim pc = \hbar kc$ zusammen. Zeigen Sie, dass die Fermienergie in diesem Grenzfall ungefähr $E_F = \hbar c(N/V)^{1/3}$ beträgt.

(2 Punkte)