Wolfgang Wernsdorfer, Amir-Abbas Haghighirad, Karlsruher Institut für Technologie

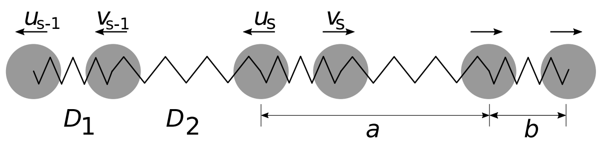
Übungen zur Modernen Experimentalphysik II

WS 2019/2020

Übungsblatt 4 Besprechung am 14. Nov 2019

Aufgabe 11

Eine lineare Kette mit einer Basis s aus zwei identischen Atomen der Masse M habe eine Gitterkonstante a. Der Gleichgewichtsabstand b der beiden Basisatome sei kleiner als die halbe Gitterkonstante, $b < a/2$. Zwischen den Basisatomen wirke eine Federkraft mit Kraftkonstante D_1 und zwischen nebeneinander liegenden Atomen benachbarter Basen eine Federkraft mit Kraftkonstante D_2. Das linke Atom der Basis s habe die Auslenkung u_s aus der Ruhelage, das rechte Atom die Auslenkung v_s. Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für die beiden Atome der



Basis s auf und bestimmen Sie mit Hilfe eines Lösungsansatzes zweier propagierender Wellen die Dispersionsrelation $\omega(k)$ der longitudinalen Schwingungen der Basis (sog. akustische Phononen) und der longitudinalen Schwingungen der Atome in der Basis relativ zueinander (sog. optische Phononen). Skizzieren Sie die resultierenden Dispersionszweige in der 1. Brillouinzone für $D_1/M = 50\,\text{sec}^{-2}$ und $D_2/M = 25\,\text{sec}^{-2}$. Warum spricht man von akustischen und optischen Zweigen? Skizzieren sie die Zustandsdichte und markieren sie die Van Hove Singularitäten, was ist hier besonders und warum?

(5 Punkte)

Aufgabe 12

Betrachten Sie eine lineare Kette, diesmal mit einer einatomiger Basis. Erweitern Sie das Model, indem Sie nicht nur Federn zwischen nächsten Nachbarn sondern auch Federn zwischen übernächsten Nachbarn berücksichtigen. Seien die Federkonstanten zwischen nächsten Nachbarn D_1 und übernächsten Nachbarn D_2, jedes Atom habe die Masse m.

(a) Berechnen Sie die Dispersionskurve $\omega(k)$ für dieses Modell

(b) Berechnen sie die Schallgeschwindigkeit für $k \ll \pi/a$. Wie groß ist die Gruppengeschwindigkeit am Rand der Brillouinzone ?

Hinweis: Gehen sie analog zu Aufgabe 11 vor. (2.5 Punkte)

Aufgabe 13

Zeigen Sie, dass sich für große Wellenlängen ($\lambda \gg a$) die Bewegungsgleichung der einatomigen linearen Kette

$$m\ddot{u}_n = -D(2u_n - u_{n-1} - u_{n+1})$$

zur Wellengleichung des elastischen Kontinuums vereinfachen lässt:

$$\partial^2 u/\partial t^2 = c^2_{Schall} \cdot \partial^2 u/\partial x^2.$$

Hinweis: Für den Übergang $u_n(t) \rightarrow u(x,t)$ ist es hilfreich u_n durch eine Taylorentwicklung auszudrücken. *(2.5 Punkte)*