

## Übungen zur Modernen Experimentalphysik II

Festkörperphysik WS 2021/2022

Besprechung am 09. Dezember 2021

### Aufgabe 7.1: Lennard-Jones-Potential (3 Punkte)

Die Wechselwirkung der Atome in Edeltgaskristallen wird in guter Näherung durch ein Lennard-Jones-Potential beschrieben. Argon mit Atommasse  $M$  kristallisiert in der fcc-Struktur (Gitterkonstante  $a$ ) und seine Bindungsenergie  $U$  pro Atom ist beim absoluten Temperatur-Nullpunkt und Druck Null gegeben durch

$$U(r) = 2\epsilon \left( p \left( \frac{\sigma}{r} \right)^{12} - q \left( \frac{\sigma}{r} \right)^6 \right)$$

mit dem Abstand nächster Nachbarn  $r$  und den Parametern  $p$ ,  $q$ ,  $\sigma$  und  $\epsilon$ . Der negative Term entspricht der anziehenden Van der Waals-Wechselwirkung (vgl. Vorlesung) während der abstoßende Term ein Resultat des Paulischen Ausschließungsprinzips ist.

- Bestimmen Sie  $\sigma$  aus dem durch die Gitterkonstante  $a$  bekannten Gleichgewichtsabstand nächster Nachbarn  $r_0$  mittels der Gleichgewichtsbedingung für  $U(r_0)$ .
- Betrachten Sie die aus  $U(r)$  resultierende Bindungskraft pro Atom bei kleinen Auslenkungen und leiten Sie daraus die Federkonstante  $D$  ab.

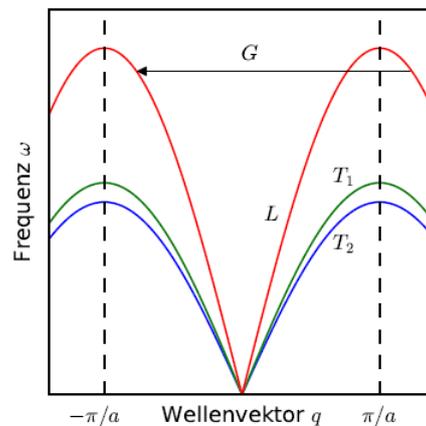
Zahlenwerte:  $M = 6.63 \cdot 10^{-26}$  kg;  $a = 5.23 \cdot 10^{-10}$  m;  $\epsilon = 1.67 \cdot 10^{-21}$  J;  $p = 12.13$ ;  $q = 14.45$ .

### Aufgabe 7.2: Drei-Phononen-Prozesse (4.5 Punkte)

Für die Wärmeleitung dielektrischer Kristalle spielen Phononen-Phononen Streuprozesse eine entscheidende Rolle. Wichtig hierbei ist, sowohl die Energie als auch den (Quasi-)Impuls der Phononen zu berücksichtigen. Bei hohen Temperaturen kommt es aufgrund der großen Wellenvektoren  $q$  vor, dass ein reziproker Gittervektor zum resultierenden Impuls hinzu addiert werden muss um den effektiven Impuls in der 1. BZ zu bestimmen (*Umlapp-Prozess*), siehe nebenstehende Skizze.

Betrachten Sie die folgenden drei-Phononen-Prozesse in einem isotropen, kristallinen Festkörper mit einatomiger Basis für kleine  $q$ , innerhalb der 1. BZ: i)  $T \leftrightarrow L, L$ , ii)  $T \leftrightarrow T, L$ , iii)  $T \leftrightarrow T, T$ , iv)  $L \leftrightarrow L, L$ , v)  $L \leftrightarrow T, L$  vi)  $L \leftrightarrow T, T$ . Hierbei steht, wie in der Skizze dargestellt,  $T$  für einen transversalen und  $L$  für einen longitudinalen Zweig.

- Welche Prozesse können unter Berücksichtigung von Energie- und Quasiimpulserhaltung im Rahmen der Debye-Näherung tatsächlich auftreten?
- Ändern sich die Auswahlregeln, wenn man gekrümmte Dispersionskurven nahe der BZ-Grenze zulässt?



*Hinweis:* Berücksichtigen Sie auch die Kolinearität der Impulse.

**Aufgabe 7.3: de Broglie-Wellenlänge eines Elektrons (2.5 Punkte)**

Zur Strukturanalyse von Festkörpern können Elektronen, Neutronen oder Photonen (Röntgenstrahlen) eingesetzt werden. Dabei muss die Wellenlänge der Analysestrahlen im atomaren Bereich liegen.

Bei welcher Energie beträgt die de-Broglie-Wellenlänge eines Elektrons, Neutrons oder Photons  $\lambda = 0.2 \text{ nm}$ ? Bei welcher Temperatur haben Elektronen und Neutronen diese mittlere kinetische Energie?