

Übungen zur Modernen Experimentalphysik II

Festkörperphysik WS 2021/2022

Besprechung am 20. Januar 2021

Aufgabe 9.1) Auffrischungsaufgabe (3 Punkte)

Gegeben sei ein freies Elektronengas mit Dispersionsbeziehung $E(\vec{k}) = \hbar^2 k^2 / 2m$ in einem zweidimensionalen Gitter der Gitterkonstante a . Die Zustände im k -Raum seien besetzt bis zu dem Radius $k_F = 1.75 \pi / a$ der Fermikugel.

- Konstruieren Sie die ersten vier Brillouinzone eines ebenen quadratischen Gitters.¹
- Markieren Sie für die ersten vier Zonen die von Elektronen des freien Elektronengases besetzten Zustände.
- Markieren Sie die besetzten Zustände im reduzierten Zonenschema mittels Überführen der Zustände höherer Brillouinzone in äquivalente Zustände der ersten Brillouinzone.

Hinweis: Zeichnen Sie die Zonen mit einem geeigneten Zeichenprogramm.

¹*Hinweis:* die zu Zone $n+1$ gehörigen Bereiche werden durch Überschreitender Seiten (aber nicht der Ecken!) von Zone n erreicht

Aufgabe 9.2) Tight-Binding-Modell (7 Punkte)

Im Tight-Binding-Modell erhält man für die möglichen Energiezustände $E(\vec{k})$ eines Elektrons in einem zweidimensionalen quadratischen Gitter mit Gitterkonstante a die Relation

$$\hat{E} = \frac{E(\vec{k}) - E_0}{2W} = \cos k_x a + \cos k_y a$$

mit den Komponenten k_x und k_y des Wellenvektors \vec{k} , der Energie E_0 der ungestörten Elektronenzustände sowie der Austauschenergie W direkt benachbarter Gitterplätze (vgl. Vorlesung).

- Erstellen Sie mittels Computer einen Plot mit Linien konstanter Energie in der 1. Brillouinzone für Werte \hat{E} von -2 bis $+2$ mit Abständen $\Delta \hat{E} = 0.25$.
- Zeigen Sie, dass die Isolinien die Grenzen der Brillouinzone unter einem rechten Winkel schneiden. (Tipp: bestimmen Sie das Differential dE .)
- Nähern Sie für die Fälle $|\vec{k}|a \ll \pi$ nahe der unteren Bandkante ($\hat{E} \simeq +2$) sowie $E(\vec{k}) = E_0$ für die Mitte des Bandes ($\hat{E} = 0$) die Isolinien durch analytische Ausdrücke der Form $k_x(k_y)$ bzw. $k_y(k_x)$.
- Jeder Gitterplatz sei mit einem Elektron besetzt. Welche Form hat dann die Fermioberfläche im k -Raum bei tiefen Temperaturen? Wie sieht die entsprechende Fermioberfläche für ein nahezu vollständig gefülltes Band aus?