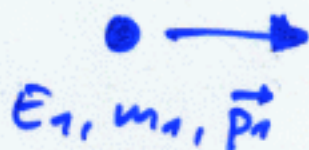
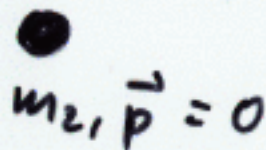


Schwerpunktsenergie - Fixed Target



$$E_1, m_1, \vec{p}_1$$



$$m_2, \vec{p} = 0$$

Vierimpulse: $P_{\text{Lab}} = \begin{pmatrix} E_1 + m_2 \\ \vec{p}_1 \end{pmatrix}$

$$P_{\text{CMS}} = \begin{pmatrix} E_1' + E_2' \\ 0 \end{pmatrix}$$

Def des CMS
Centre-of-mass-system

Lorentzinvarianz: $P_{\text{Lab}}^2 = P_{\text{CMS}}^2$

Länge der Vierimpulse ändert sich nicht durch Lorentz-Transform.

$$(E_1 + m_2)^2 - p_1^2 = (E_1' + E_2')^2 = W_{\text{CMS}}^2 = S$$

Def: s = Quadrat der verfügbaren Schwerpunktsenergie

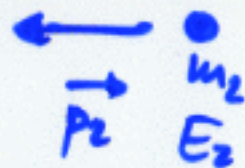
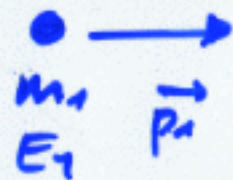
$$S = E_1^2 + m_2^2 + 2 E_1 m_2 - p_1^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2 E_1 m_2$$

Hohe Energien: $m_{1,2} \ll E_1 \Rightarrow$

$$W_{\text{CMS}} = \sqrt{s} = \sqrt{2 E_1 m_2}$$

Bei festem Target steigt im CMS verfügbare Energie nur mit $\sqrt{E_1}$

Schwerpunktsenergie - (symmetrische) Speicherringe



$$\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$$

Vierimpulse:

$$\begin{aligned} S = W^2 &= \left(E_1 + E_2 \right)^2 - \left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 \right)^2 \\ &= (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 \\ &= m_1^2 + m_2^2 + 2(E_1 E_2 - \vec{p}_1 \vec{p}_2) \end{aligned}$$

$m_1 \neq m_2$, $|\vec{p}_1| \neq |\vec{p}_2|$, $E_1 \neq E_2$ möglich (HERA, ISR, B-Factories)

hier einfach symmetrischer Fall (z.B. LEP)

$$\begin{aligned} m_1 &= m_2 = m \\ E_1 &= E_2 = E \\ \vec{p}_1 &= -\vec{p}_2 = \vec{p} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow S = 2m^2 + 2(E^2 + p^2) = 4E^2$$

$$\Rightarrow \boxed{W_{\text{CMS}} = \sqrt{S} = 2 \cdot E}$$

Im symmetrischen Speicherring steigt W_{CMS} linear mit Energie

Bsp: 400 GeV Proton auf ruhendes Proton: $\sqrt{S} = 28 \text{ GeV}$

LEP I: e^+e^- symm. Speicherring $E = 45 \text{ GeV}$: $\sqrt{S} = 90 \text{ GeV}$

$\sqrt{S} = 90 \text{ GeV}$ mit Fixed Target benötigt Strahlenergie $E = \frac{S}{2m} = \frac{90^2}{2} = 4050 \text{ GeV}$

LHC $p\bar{p}$ Speicherring 14 TeV würde $E = 10^{13} \text{ eV}$ für Fixed Target benötigt

Teilchenoptik

Lorentzkraft:

$$\vec{F}_L = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Beschleunigung
Ablenkung
Kreisbahn
Fokussierung

Bewegungsgleichung mit $m \dot{\vec{v}} = \vec{F}_L$, $m = m_0 \gamma$

$|\vec{B}| = |\frac{\vec{v}}{c}| \approx 1$
hochrelativistisch

$$\vec{E} = 0 \quad \vec{B} = (0, 0, B_z)$$

$$\vec{v} = (v_x, v_y, 0) \perp \vec{B}$$

DGL
$$\begin{cases} m \dot{x} = q y B_z \\ m \dot{y} = -q x B_z \\ \dot{z} = 0 \end{cases}$$

Differenzieren
und
Einsetzen $\Rightarrow$

$$v_x = -v_0 \cos \omega t$$

$$v_y = v_0 \sin \omega t$$

$$\omega = \frac{q B_z}{m}$$

Integration:
$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{v_0}{\omega} \begin{pmatrix} -\sin \omega t \\ -\cos \omega t \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ Kreisbahn mit Radius

$$R = \frac{v_0}{\omega} = \frac{v_0 m}{q B_z} \quad \text{Impuls}$$

$$p = q B R$$

Impuls $\propto$ Krümmungsradius der Spur im Magnetfeld
 $\Rightarrow$ Methode zur Impulsmessung in Detektoren

Wenn $v_z \neq 0 \Rightarrow$ allgemeiner Fall: Bahn eines gel. Teilchens im homogenen Magnetfeld = Helix (Schraubenbahn)

- Einheiten und nützliche Beziehungen

Energie := $1 \text{ eV} = 1e \cdot 1V = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

	MeV	GeV	TeV	PeV	EeV
10 hoch	6	9	12	15	18

$E, \vec{p}, m$ (Ruhemasse) :

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

oder

$$E^2 = p^2 + m^2$$

mit $c=1$

„natürliche Einheiten“ :

$$\hbar = c = \pi [= 2\pi] \equiv 1$$

Beispiel: $m_p = 938 \frac{\text{MeV}}{c^2}$

oft auch $m_p = 938 \text{ MeV}$ genannt.

Nützlich: $\hbar c = 197.3 \text{ MeV fm}$
 $\hbar = 197.3 \frac{\text{MeV fm}}{c}$

$\cdot c \searrow$
 $= 6.58 \cdot 10^{-22} \text{ MeV s}$

Anwendung z.B.

$$\Delta p \cdot \Delta x \approx \hbar/2$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar/2$$

Feinstrukturkonstante: $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137}$ in jedem System

Atomphysik häufig: $4\pi\epsilon_0 = 1 \Rightarrow \alpha = e^2$

Teilchenphysik: $\epsilon_0 = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{e^2}{4\pi}$

⇒ elegante & korrekte Formeln!

- Wirkungsquerschnitt

Maß für die Reaktionswahrscheinlichkeit in Stößen

$$\dot{N}: \text{Streu rate} = \dot{N}_a^{\text{vorher}} - \dot{N}_a^{\text{nachher}}$$

n_a = Teilchendichte, A Strahlfläche

$$\text{Fluss } \phi_a = \frac{\dot{N}_a}{A} = n_a \cdot v_a$$

Zahl der Targetteilchen im Strahl: $N_b = n_b \cdot A \cdot d$

↙ Dicke des Targets

↳ $\dot{N} = \underbrace{\phi_a}_{\text{Luminosität } \mathcal{L}} \underbrace{N_b}_{\text{gesamt vom Strahl gesehene Fläche}} \cdot \underbrace{\sigma_b}_{\text{Querschnittsfläche eines Streuteilchens}}$

$$\begin{aligned} \sigma_b &= \frac{\dot{N}}{\phi_a \cdot N_b} = \frac{\# \text{ Reaktionen / Zeit}}{\# \text{ Strahlteil. / Zeit / Fläche} \cdot \# \text{ Streuzentren}} \\ &= \frac{\# \text{ Reaktionen / Zeit}}{\# \text{ Strahlteilchen / Zeit} \cdot \# \text{ Streuzentren / Fläche}} \end{aligned}$$

(Strahl homogen und zeitlich konstant) ! 9

$$\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{elastisch}} + \sigma_{\text{inelastisch}}$$

$$\text{Einheit: } 1 \text{ barn} = 1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$$

Barn = Scheune
= groß!

- Wirkungsquerschnitt Beispiele: pp bei 10 GeV: $\sigma \approx 40 \text{ mb}$
 νp bei 10 GeV: $\sigma \approx 70 \text{ fb}$

- Luminosität: $\mathcal{L} = \Phi_a N_b = \dot{N}_a n_b d = n_a v_a N_b$

analog bei Speicherringen: $\mathcal{L} = \frac{N_1 N_2}{A} \cdot v$

$N_1, N_2 = \# \text{ Teilchen in Paketen (Bunches)}$

$v = \# \text{ der kollidierenden Pakete pro Sekunde}$

Anzahl der beobachtbaren Reaktionen: $\dot{N} = \mathcal{L} \cdot \sigma$

- differentielle Wirkungsquerschnitte: $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, $\frac{d\sigma}{dE}$

$\frac{d\sigma}{d\text{LIPS}}$

→ Lorentz-Invariant
Phase
Space