

3 - Stabilität der Kerne

- Beta-Zerfall

{	β^- : e^- -Abstrahlung	$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$
	β^+ : e^+ -Abstrahlung	$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$
	EC : Elektroneneinfang	$p + e^- \rightarrow n + \nu_e$

- Alpha-Zerfall : Emission eines ${}^4\text{He}$ -Kerns

- Kernspaltung : spontane Spaltung, i. d. sehr unwahrscheinlich
Kernnummer ab Uran, ab $Z \geq 110$ wichtiger
als α -Zerfall

Stabile Kerne : nur in schmalen Band in Z, N -Ebene

Instabile Kerne zerfallen unabhängig voneinander
und zu nicht vorhersehbarer Zeit.

- Aktivität einer Probe mit N Kernen:

$$A = - \frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N$$

↑
Zerfallskonstante

Zahl der Zerfälle pro Zeiteinheit

1 Bq =

1 Becquerel =

1 Zerfall pro Sekunde

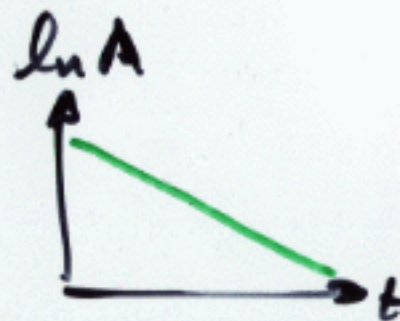
Lebensdauer $\tau = \frac{1}{\lambda}$

Halbwertszeit $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$

→ $\frac{dN}{N} = -\lambda \cdot dt$ integrieren: Lösung: $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$
 $= N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

- Messungen von λ, A :

- τ kurz (≤ 1 Jahr): $A(t) = \lambda \cdot N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$
ergibt direkt λ :



- τ lang: N erforderlich, problematisch bei Stoffgemischen

3.1. Betazerfall

Betrachte Isobare mit $A = \text{const.}$

B.W.-Formel kann als quadratische Funktion von Z geschrieben werden:

$$M(A, Z) = \alpha \cdot A - \beta \cdot Z + \gamma Z^2 + \delta \cdot A^{-1/2}$$

$$\left[\frac{a_0}{A} + \frac{a_c}{A^{1/3}} \right]$$

$$a_0 + (M_n - M_p - m_e)$$

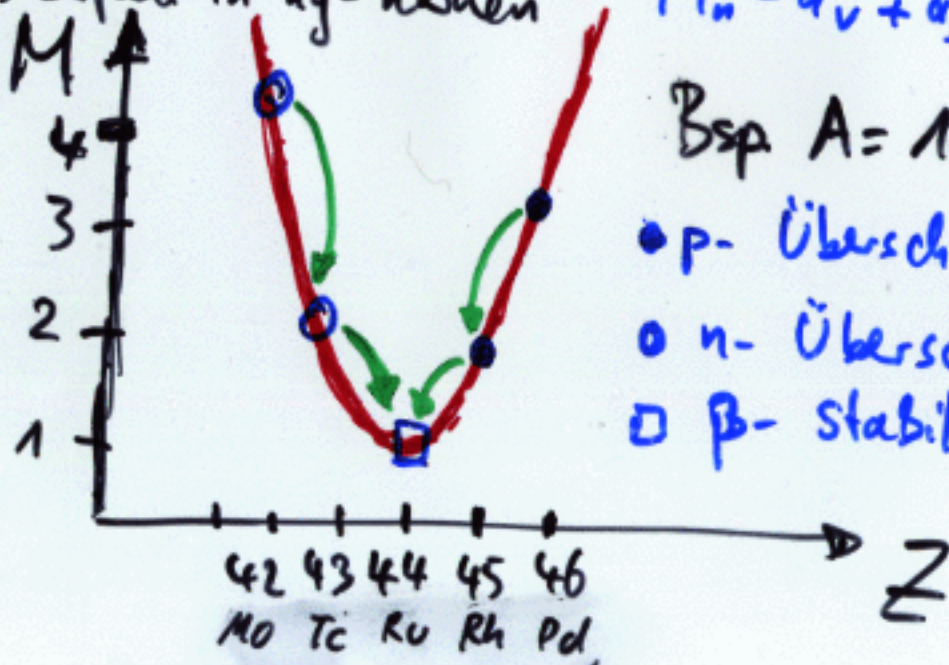
$L \ 0, \pm 11 : \begin{matrix} \text{ug.} & \text{gg.} \\ \downarrow & \downarrow \\ A \text{ ungerade} & A \text{ gerade} \\ \downarrow & \downarrow \\ \text{Parabel} & 2 \text{ vertikal} \\ & \text{versetzte} \\ & \text{Parabeln.} \end{matrix}$

Betazerfall in ug-Kernen

$$M_n - a_v + a_s A^{-1/3} + \frac{a_0}{4}$$

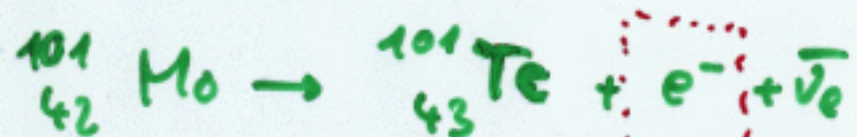
Bsp $A = 101$

- p-Überschuss
- n-Überschuss
- β-stabil



Minimum der Masse bei $Z = \frac{B}{2\gamma}$

n-Überschuss



β^- -Zerfall

Nukleonumwandlung:



auch für freie Neutronen,

$$M_n > M_p + m_e$$

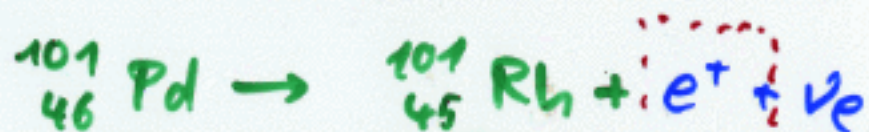
$\tau \approx 11$ Minuten

Bethe-Weizsäcker-Gl. gilt

↳ Energiebedingungen:

$$M(A, Z) > M(A, Z+1)$$

p-Überschuss



β^+ -Zerfall



geht nur in Kernen,

da $M_n > M_p$

für Atommassen inkl. Elektronenbeitr.

$$M(A, Z) > M(A, Z-1) + 2 \cdot m_e$$

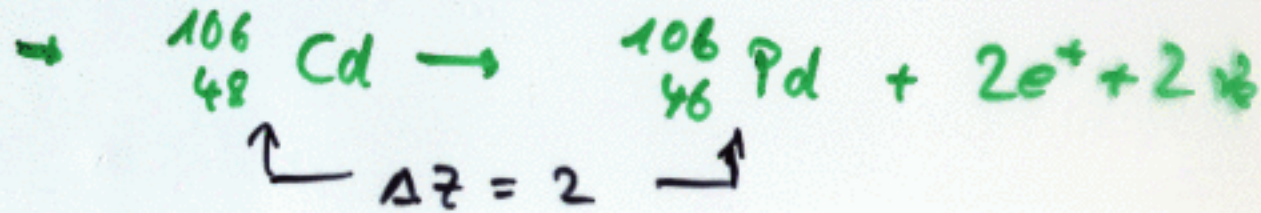
β -Zerfall in geraden Kernen

Beispiel: $A = 106$

Stabilstes Isobar: $^{106}_{46}\text{Pd}$

Auch $^{106}_{48}\text{Cd}$ β -stabil, weil die benachbarten Kerne

$^{106}_{47}\text{Ag}$ und $^{106}_{49}\text{In}$ (uu) energetisch höher liegen



extrem unwahrscheinlich
„doppelter β -Zerfall ($\beta\beta 2\nu$)“

uu-Kerne:

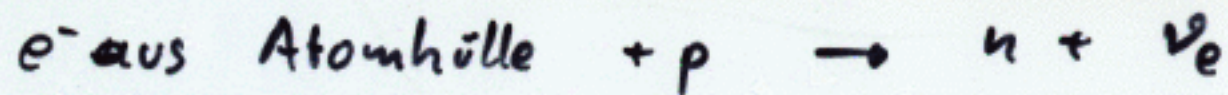
alle uu-Kerne sind β -instabil, weil es benachbarten gg-Kern mit kleinerer Energie gibt.

Ausnahmen: ^2_1H , ^6_3Li , $^{10}_5\text{B}$, $^{14}_7\text{N}$

→
Bild



Elektroneneinfang (EC) electron capture



e^- -Wellenfunktion im Kern > 0 , vor allem bei schweren Kernen und Elektronen der K-Schale

↳ Emission von charakteristischer Röntgenstrahlung, wenn sich die Atomhülle neu ordnet; Anregungsenergie ε

Energiebilanz für EC:

$$M(A, Z) > M(A, Z-1) + \varepsilon$$

Typische β -Lebensdauern:

β -Zerfall = schwache Wechselwirkung

$$ms \lesssim \tau \lesssim 10^{16} \text{ Jahre}$$

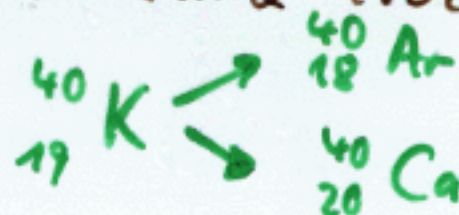
$$\frac{1}{\tau} \propto \Delta E^5$$

freies Neutron: $\Delta E = 0,78 \text{ MeV}$

$$\tau_n = 886,7 \pm 1,9 \text{ s}$$

Manchmal: konkurrierende Prozesse:

Beispiel:



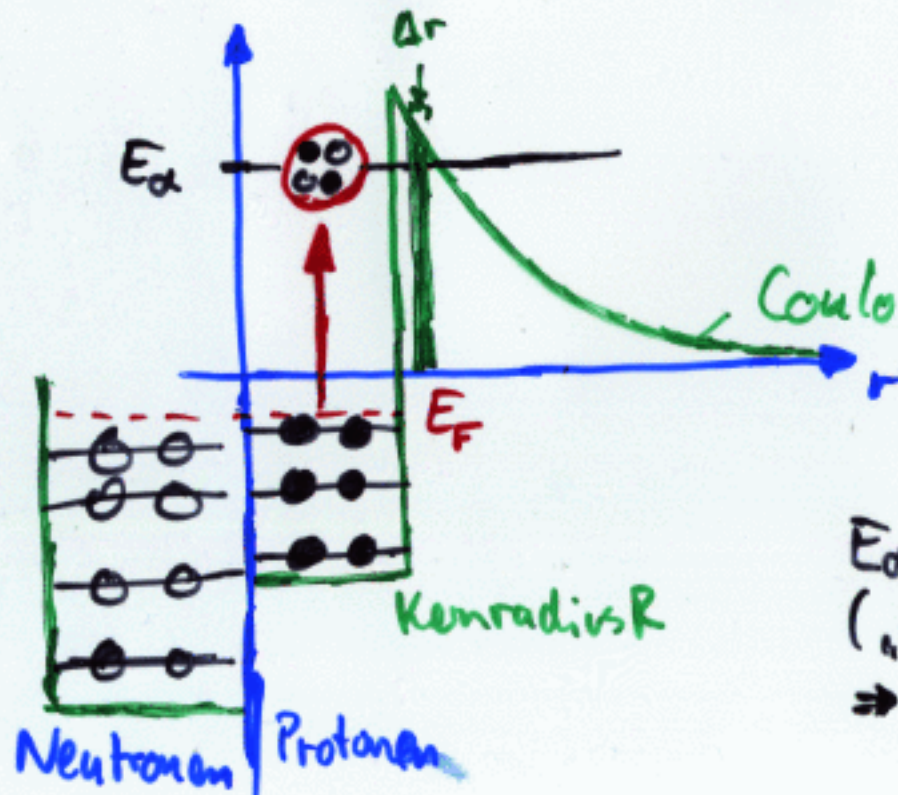
3.2 α -Zerfall

p, n auch in schweren Kernen mit $\lesssim 8 \text{ MeV}$ gebunden $\rightarrow$
i.a. kein Entweichen möglich

Aber: Bildung gebundener Sub-systeme aus n Nukleonen kann deren
Bindungsenergie freisetzen und Emission verursachen.

Wahrscheinlichkeit nimmt drastisch mit n ab.

Besonders günstig: $m=4$: ${}^4\text{He} = 2p + 2n = \alpha\text{-Teilchen}$
m klein und $E_B \approx 7 \text{ MeV/m}$ groß
(vgl. $m=2, 3, 5, \dots$)



Coulombpotential $V_C = 2 \cdot (z-2) \cdot \frac{dte}{r}$

$\uparrow$ $\uparrow$
 $q(\alpha)$ $q(\text{Restkern})$

E_α wird frei, wenn Potentialwall
(„Coulomb-Barriere“) durchdrungen werden kann
 $\Rightarrow$ Tunneleffekt

α -Teilchen $\hat{=}$ Wellenpaket, stößt sehr oft gegen Potentialwall

Coulomb-Barriere $\Rightarrow$ Wahrscheinlichkeit für Tunneleffekt durch q.m.
Rechnung mit Überlagerung dünner Potentialwände
der Dicke Δr berechenbar

$\Rightarrow$ Lebensdauer von α -Strahlern: ns $\leftrightarrow 10^{17}$ a

Transmission an dünner Wand: $T \approx e^{-2K\Delta r}$ $K = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m|E-V|}$
(E = Teilchenenergie; V = Höhe der Barriere mit Dicke Δr)

Insgesamt: $G = \int_R^{r_2} K dr = \frac{1}{\hbar} \int_R^{r_2} \sqrt{2m|E-V(r)|} dr$

$$= \frac{\pi \cdot 2(Z-2)\alpha}{\beta} \quad \text{"Gamow-Faktor"} \quad \beta = \frac{v}{c}$$

$T = e^{-2G}$ variiert über viele Größenordnungen

direkter Zusammenhang zwischen $\lambda = \frac{1}{\tau}$ und kinetischer
Energie des α -Teilchens

Gesamtwahrscheinlichkeit für α -Zerfall

$$\lambda = w(\alpha) \cdot \frac{V_0}{2R} \cdot e^{-2G}$$

Bildungswahr-
scheinlichkeit für
 α im Kern

Stöße an
Potentialwall,
 $V_0 = V_\alpha$ im Kern,
ca. $0.1 \cdot c$

Tunnel-
wahrscheinlichkeit

kleine Unterschiede in $E \rightarrow$ große Unterschiede in λ

α -Zerfall bis $A \geq 140$ energetisch möglich, aber τ „unbeobachtbar“ lang

Beispiel: ^{238}U in Gestein $\rightarrow$ Kette bis ^{222}Rn (gasförmig)

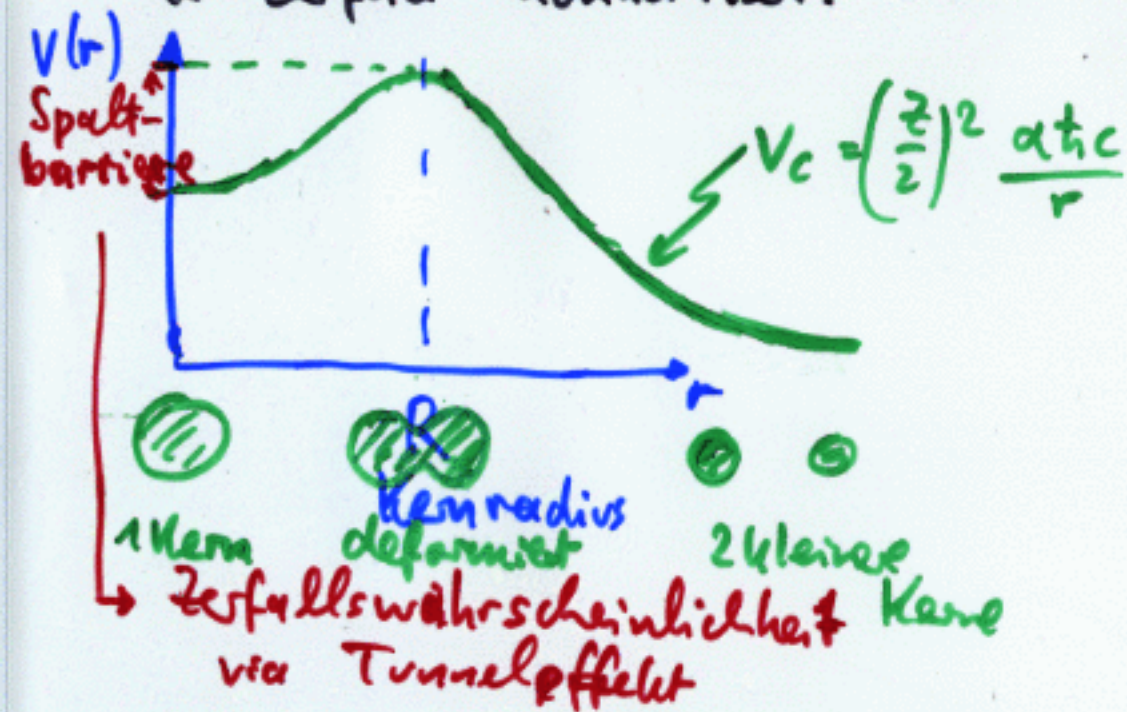
4 Zerfallsketten

↓
Atemwege
40% der natür-
lichen Strahlen-
belastung

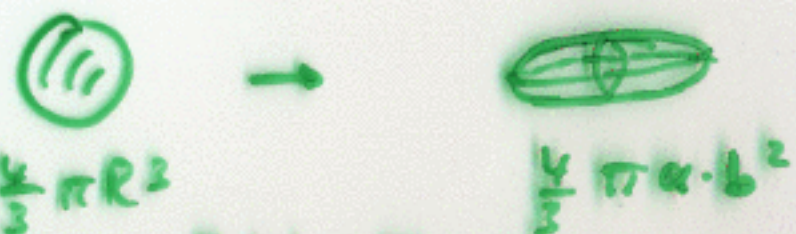
$E_B = \max$ für ^{56}Fe

Kerne mit $Z > 40$ können sich prinzipiell in 2 leichtere Kernfragmente spalten und Energie freisetzen.

Potentialwall aber so hoch, dass erst ab Uran dieser Prozess mit α -Zerfall konkurriert.



Betrachte
Oberflächen- und
Coulombenergie bei
Verformung (konstantes Vol)

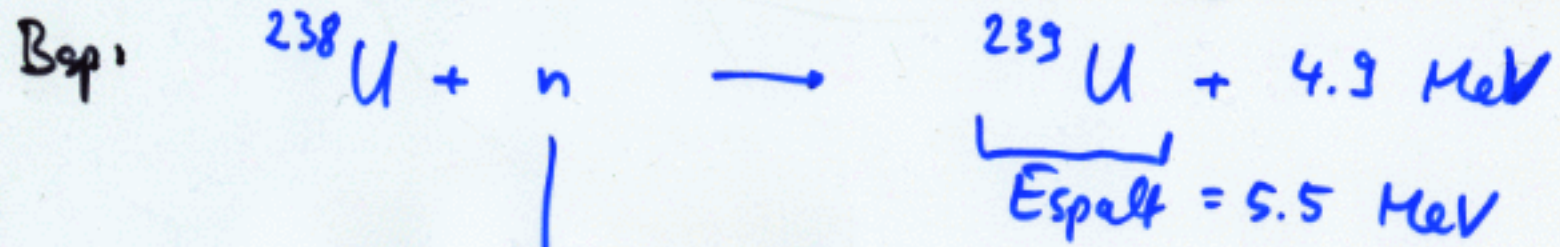


Geometrie + B.W. - Formel:

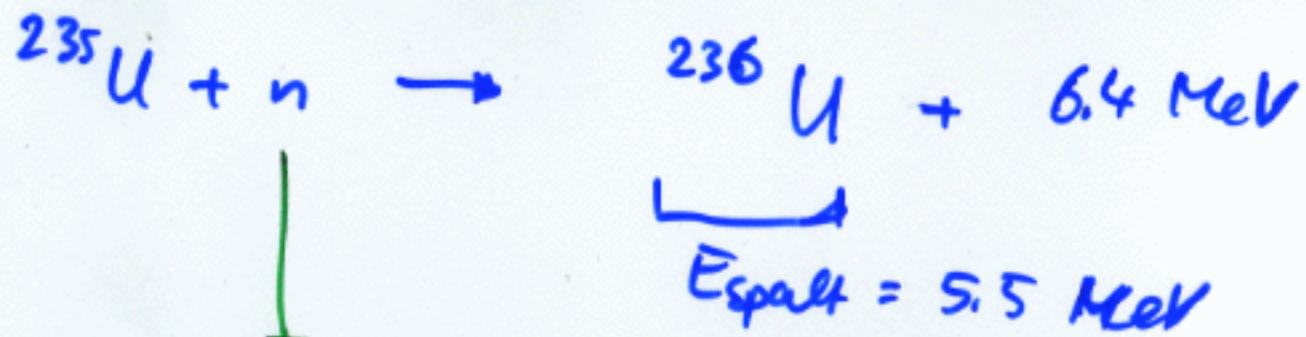
Spaltbarriere ≈ 0 für $\frac{Z^2}{A} \geq \frac{26}{9} \approx 48$ d.h. $Z > 116, A > 270$

$Z \geq 92$: E_{sp} nur 6 MeV, kann durch Beschuss mit Teilchen zugeführt werden $\Rightarrow$ induzierte Spaltung

Neutroneneinfang an Kernen mit N ungerade: + Paarungsenergie!

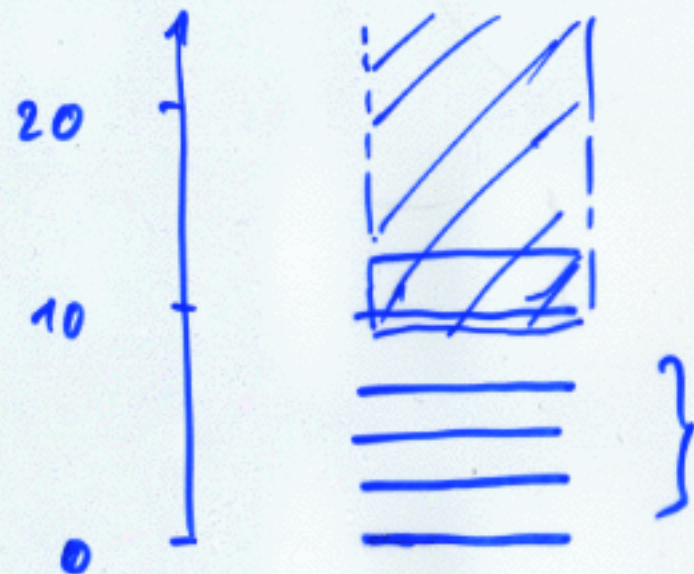


$E_n > 5.5 - 4.9 = 0.6 \text{ MeV}$ erforderlich, um sofortige
Kernspaltung auszulösen („schnelle Neutronen“):
Einfangwahrscheinlichkeit klein ($\propto \frac{1}{v}$)



E_n thermisch ausreichend, um ^{235}U zu spalten
⇒ Kernkraftwerk

3.4
 $E [\text{MeV}]$
 Angeregte Kernzustände ; γ -Zerfall
 (analog zu Atom-Anregungszuständen)



Kontinuum
 } Überlappung von Zuständen (Breite)

diskrete angeregte Zustände, definiertes J^P ,
 unterschiedliche Lebensdauern
 Grundzustand

γ -Emission $\tau = 10^{-9} - 10^{-14}$

↳ elektromagnetisch,
 Photonen

$E_{\text{Anr}} \gtrsim 8 \text{ MeV}$: n-Emission möglich
 „Dipolresonanz“