

6. Elastische Streuung am Nukleon

6.1 Formfaktoren des Nukleons (p,n)

e-Streuung am H und D \Rightarrow Daten über p,n
aber es gilt zu beachten:

- Rückstoß wichtig
- Magnetisches Moment
- elektrische und magnetische Formfaktoren

*: "ohne Rückstoß"

Erinnerung: $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}^* = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Ru.}} \cdot \left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)$

$\rightarrow \cos^2 \frac{\theta}{2}$ für $\beta \rightarrow 1$

$$= \frac{4 Z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2}{4 E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

$$E = E', \quad |\vec{p}| = |\vec{p}'|, \quad |\vec{q}| = 2 |\vec{p}| \sin \frac{\theta}{2}$$

6.1 Formfaktoren des Nukleons (p,n) (Forts.)

zu a.) Vgl. $\rho(r)$ -Daten $\Rightarrow R(p) \simeq 1 \text{ fm}$

$$\Rightarrow |\vec{q}| = \frac{4.5 \hbar}{R} = \frac{4.5 \cdot 197 \text{ MeV fm}}{1 \text{ fm} \cdot c} \approx 900 \text{ MeV}/c$$

D.h. E_{kin} ist nicht mehr klein gegen $m_p, m_n \approx 938 \text{ MeV}/c^2$

Im Mott-WQ ist E und E' enthalten (gut), aber **Phasenraumdichte** $\frac{dn}{dE_f}$ muss modifiziert werden;

Es gilt nicht mehr $dE_f = dE' \simeq dE$ so einfach ...

Vielmehr gilt:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott}^* \cdot \left(\frac{E'}{E} \right)$$

*[Herleitung
in Perkins]*

Benutze im Folgenden lorentz-invariante Größe **Viererimpulsübertrag**

Def.: $Q^2 := -\tilde{q}^2$

$$\begin{aligned} \tilde{q}^2 &= (\tilde{p} - \tilde{p}')^2 \\ &= 2m_e^2 c^2 - 2(E E' / c^2 - |\vec{p}| |\vec{p}'| \cos \Theta) \\ &\simeq -\frac{4 E E'}{c^2} \sin^2 \frac{\Theta}{2} \end{aligned}$$

Ersetze $|\vec{q}|^2 \rightarrow \tilde{q}^2$ oder Q^2 im Mott-WQ

6.1 Formfaktoren des Nukleons (p,n) (Forts.)

zu b.) bisher WW zwischen e^- - und Kernladungen etc.;

nun auch WW von e-Strom und magnetischem Moment von p,n berücksichtigen!

Aus rel. QM, Dirac-Gleichung:

⇒ magn. Moment eines punktförmigen (pf) Spin 1/2-Teilchens ist

$$\mu = \frac{g}{2} \cdot \frac{e\hbar}{2M} \quad g = 2$$

Magneton

Magn. WW gibt zusätzl. \sin^2 -Term im WQ:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{S=1/2}^{pf} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \cdot \left(1 + 2\tau \tan^2 \frac{\Theta}{2}\right)$$

$$\text{mit } \tau = \frac{Q^2}{4M^2c^2}$$

Magn. Term wichtig bei hohem Q^2 -Übertrag und großen Streuwinkeln

Magn. WW ist mit Umklappen des Nukleonspins verknüpft.

Aus \vec{L} - und \vec{S} -Erhaltung

⇒ Drehimpuls und Helizitätserhaltung unvereinbar bei Streuung um 0°

⇒ Streuung um 180° wird favorisiert
Zusatzterm $\propto \sin^2 \frac{\Theta}{2}$

Bea:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}^* \frac{E'}{E} \propto \underbrace{\cos^2 \frac{\Theta}{2}}_{\text{Spin 1/2-Teilchen}}$$

$\frac{\sin^2 \Theta/2}{\cos^2 \Theta/2} \Leftrightarrow$ mit $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}$ verglichen

Plausibilität betrachtung:

6.1 Formfaktoren des Nukleons (p,n) (Forts.)

Wie erklärt sich der Faktor 2τ ?

Das Matrixelement \mathcal{A} der mag. WW ist ($E_{mag} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$)

$$\mathcal{A} \propto \mu \propto 1/M$$

$$\mathcal{A} \propto \vec{B}_{e-} \propto \text{Ablenkung aus } \int F_B dt \propto Q$$

$$\left. \begin{array}{l} \mathcal{A} \propto \mu \propto 1/M \\ \mathcal{A} \propto \vec{B}_{e-} \propto \text{Ablenkung aus } \int F_B dt \propto Q \end{array} \right\} \mathcal{A} \propto \frac{Q}{M}$$

Im WQ geht \mathcal{A}^2 ein $\Rightarrow \tau = \frac{Q^2}{4M^2 c^2}$

Für Dirac-Teilchen:

$$g(e) = g(\mu) = 2$$

Aus $g = 2$ -Exp. und QED ✓

p,n bestehen aus Quarks (anomales magn. Moment):

noch nicht wirklich verstanden... Beitrag von gluonen... virtuelle $q\bar{q}$ u.v.a.m.

gemessen $\left\{ \begin{array}{l} \mu_p = \frac{g_p}{2} \mu_N = +2.79 \mu_N \quad p = (\text{und})^{++-} \\ \mu_n = \frac{g_n}{2} \mu_N = -1.91 \mu_N \quad n = (\text{odd})^{+-} \end{array} \right.$

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2M_p} = 3.1 \cdot 10^{-14} \text{ MeV/T}$$

$\mu_N \hat{=} \text{„Kernmagneton“ (vgl. oben)}$

6.1 Formfaktoren des Nukleons (p,n) (Forts.)

Zu c.) elektrische $G_E(Q^2)$ und magnetische $G_M(Q^2)$ FF werden benötigt (1950):

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rosenbluth}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \cdot \left(\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} + G_M^2 2\tau \tan^2 \frac{\Theta}{2}\right)$$

$$\tau = \tau(Q^2)$$

Im Falle $Q^2 \rightarrow 0$ folgt:

$$G_E(Q^2) \rightarrow \frac{Ze}{e}; \quad G_M(Q^2) \rightarrow \frac{\mu}{\mu_N}$$

Also für Nukleonen:

Proton

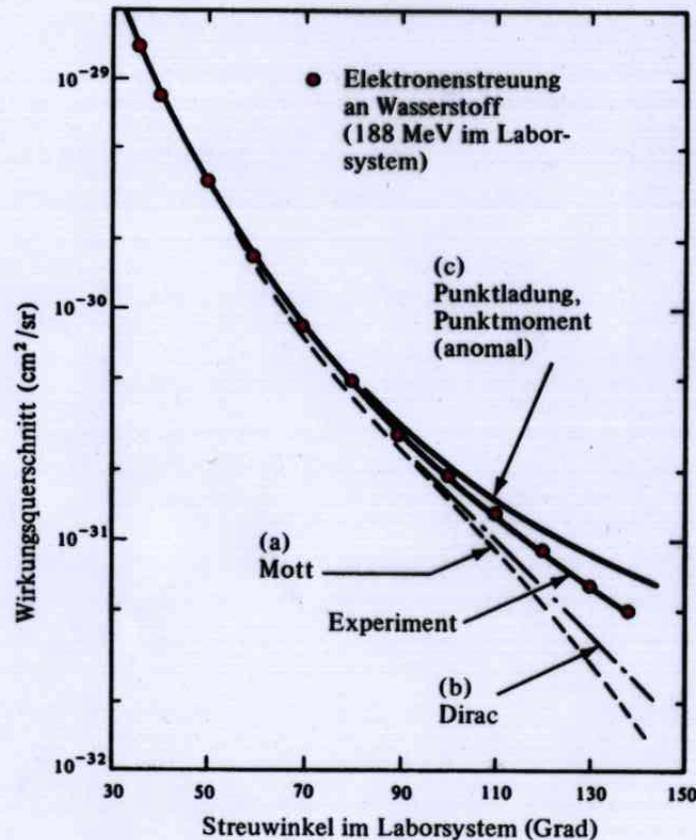
$$G_E^p(Q^2 = 0) = 1$$

$$G_M^p(Q^2 = 0) = 2.79$$

Neutron

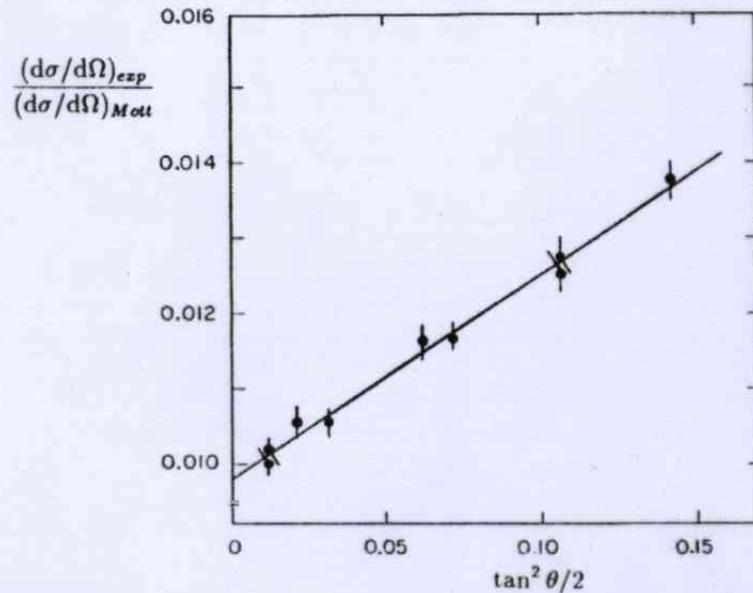
$$G_E^n(Q^2 = 0) = 0$$

$$G_M^n(Q^2 = 0) = -1.91$$



Rosenbluth-Diagramm

Experimentell bestimmt man $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rosenbluth}} / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}$ als Fkt. von $\tan^2 \frac{\Theta}{2}$



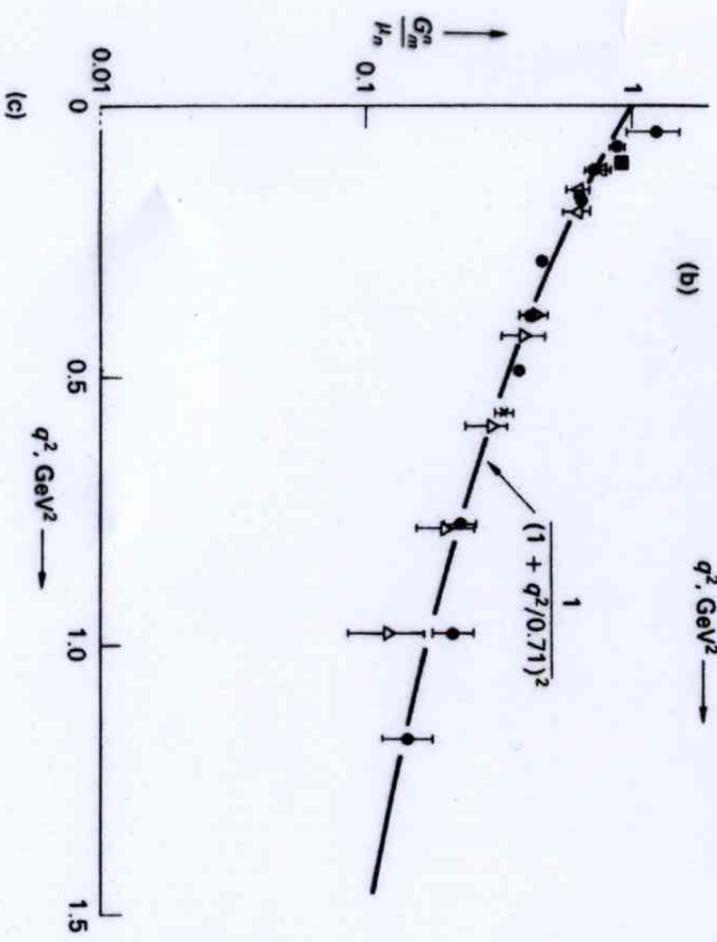
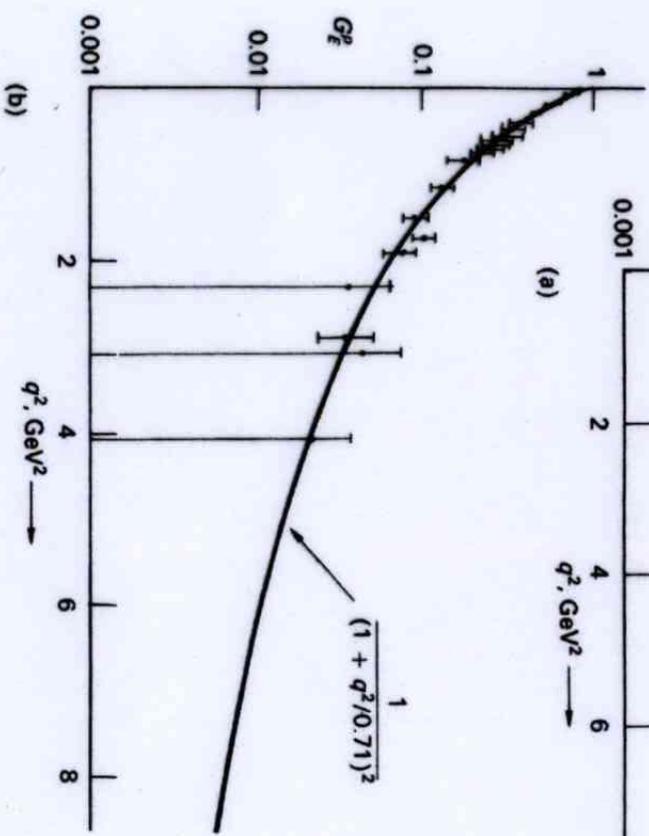
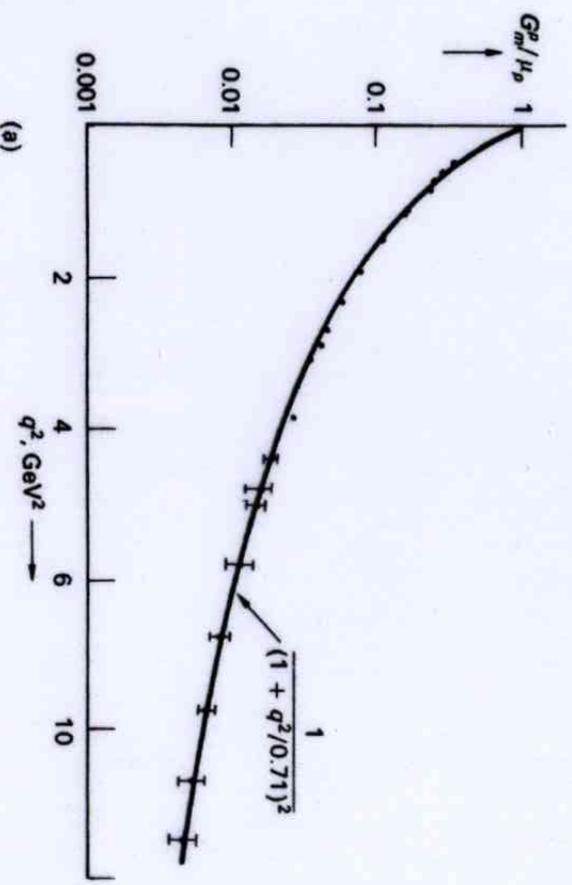
Beschuss von
Wasserstoff-Targets mit e^-
 $E = 400 \text{ MeV} - 16 \text{ GeV}$
genaue Messung von E' und
 Θ in Magn.-Spektrometern

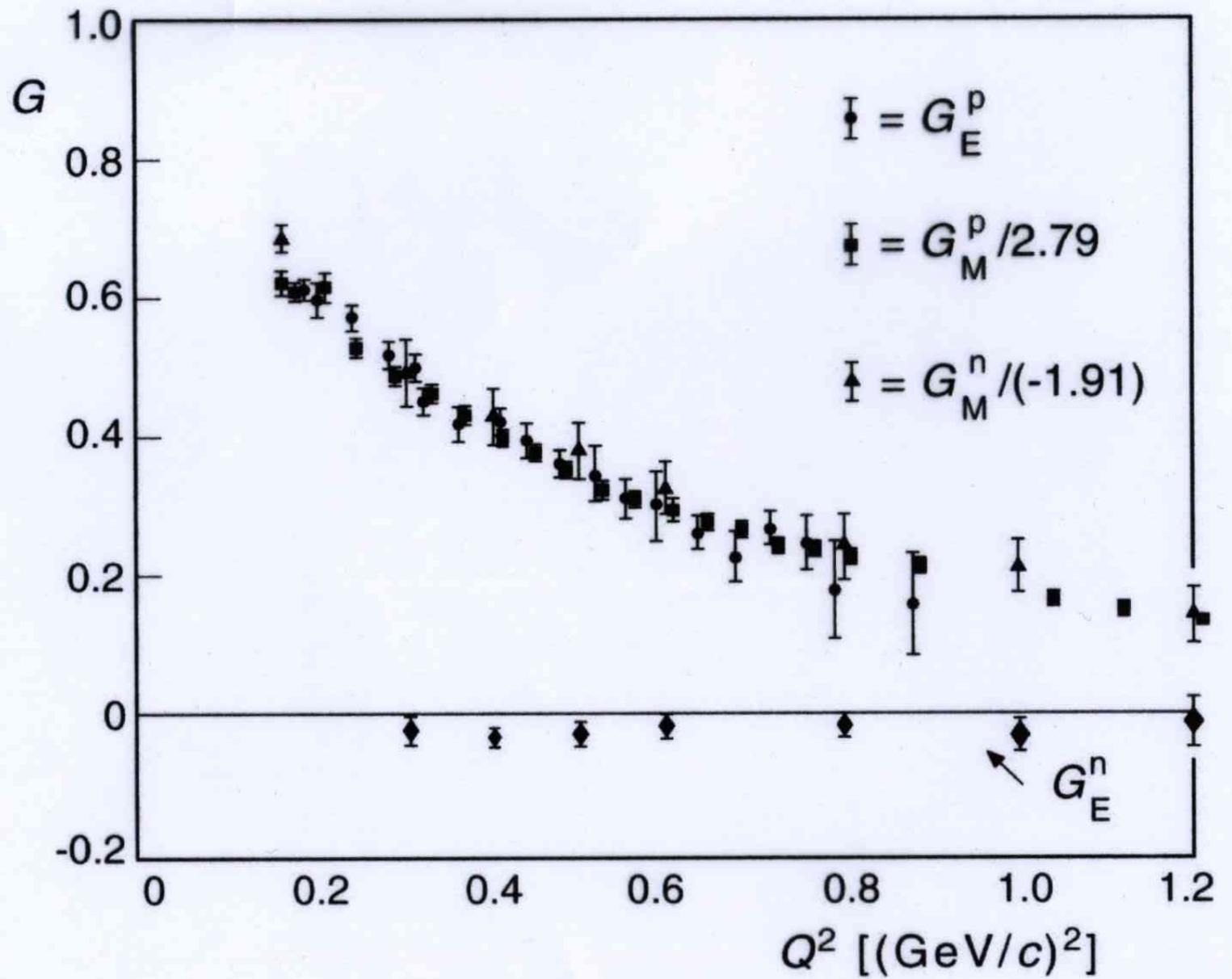
[Perkins Kap 6, Anh. G;
Cheng/O'Neill, Ch. 4]

Abb. 6.1. Quotient aus gemessenem und Mott-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{Mott}}$ als Funktion von $\tan^2 \frac{\Theta}{2}$ bei einem Viererimpulsübertrag von $Q^2 = 2.5 \text{ GeV}^2/c^2$ [Ta67] Taylor 1967 LP-Konf.

Gerade mit Steigung $G_M^p(Q^2)$ und Achsenabschnitt $\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau}$ bei $\Theta = 0^\circ$

Für verschiedene Q^2 durchführen $\Rightarrow G_E(Q^2)$ und $G_M(Q^2)$ separat





Dipolfit

Gemeinsame Beschreibung von p und n durch Dipolfit:

$$\rho_N(r) = \rho(0) \cdot e^{-a r} \text{ mit } a = 4.27 \text{ fm}^{-1}$$

⇒ Nukleonen sind diffuse Gebilde

„Dipolskalierung“:

$$G_E^p(Q^2) = \frac{G_M^p(Q^2)}{2.79} = \frac{G_M^n(Q^2)}{-1.91} = G^{Dipol}(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{0.71(\text{GeV}/c)^2}\right)^{-2}$$

Vgl. $\rho(r)$ und FF-Tabelle!

„Radien“ aus Steigung von $G_{E,M}(Q^2)|_{Q^2=0}$

$$\langle r^2 \rangle = -6\hbar^2 \left. \frac{dG^{Dipol}}{dQ^2} \right|_{Q^2=0} = \frac{12}{a^2} = 0.66 \text{ fm}^2$$

und somit $\langle r^2 \rangle_{Dipol}^{1/2} = 0.81 \text{ fm}$

(Neuere Daten ergeben $\langle r^2 \rangle_p^{1/2} = 0.862 \text{ fm}$)

Elektrischer Formfaktor des Neutrons

$G_E^n(Q^2)$ ist schwierig zu messen: eD-Streuung und nachträgliches Subtrahieren des eH-Anteils

Eleganter:

Reaktor-n an Atom-e streuen, dabei ist Q^2 klein. e-Nachweis führt zu (& zusätzl. Foldy-Term)

$$-6\hbar^2 \left. \frac{dG_E^n(Q^2)}{dQ^2} \right|_{Q^2=0} = \langle r^2 \rangle = -0.113(5) \text{ fm}^2$$

⚡ Neutron nur nach außen neutral;

Geladene Konstituenten im Innern, die auch das magn. Moment tragen!

