

10. Schwache Wechselwirkung

Leptonfamilien

geladene Leptonen:

	e^+	μ^+	τ^+
Masse	0.5	105	1777
τ	∞	2 μs	0.3 ps

MeV

$$\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_\mu \nu_e$$

aber nicht: $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$

$$\left(\frac{\Gamma(\mu \rightarrow e \gamma)}{\Gamma(\mu \rightarrow \text{alle})} < 5 \cdot 10^{-11} \right)$$

Identität des Neutrinos:
Kopplung an geladene Leptonen:
 $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

$$\begin{aligned} \bar{\nu}_e + p &\rightarrow n + e^+ \\ \bar{\nu}_e + n &\rightarrow p + e^- \end{aligned}$$

e^- und $\bar{\nu}_e$ sind gekoppelt
 e^+ und ν_e sind gekoppelt
10-1

Leptonfamilien

Schwache Prozesse

geladene und neutrale
Ströme

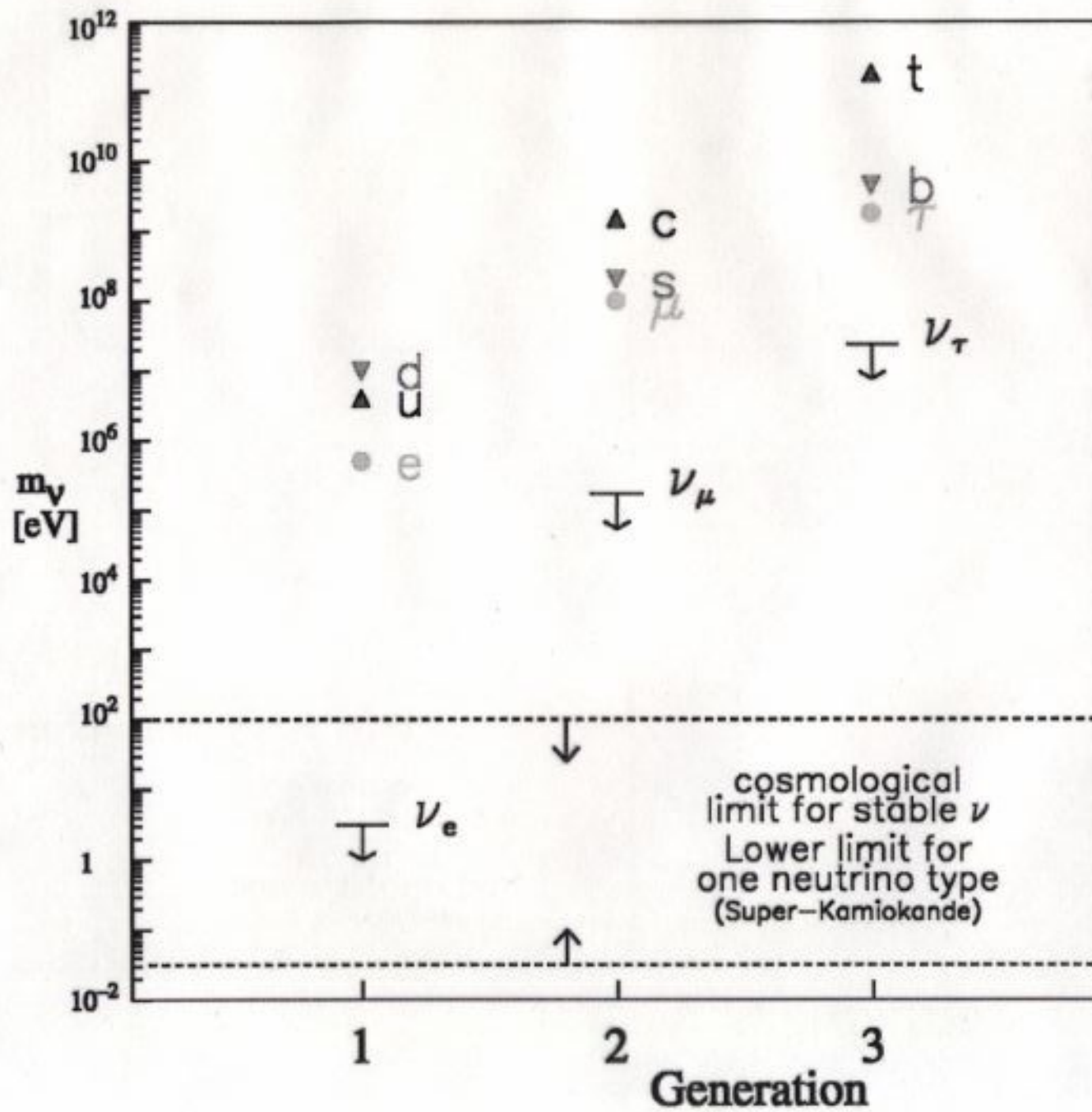
Quarkmischung

Paritätsverletzung

$\hookrightarrow$ 11. Symmetrien

$$\begin{aligned} \tau^+ &\rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\tau \\ &\rightarrow \mu^+ \nu_\mu \bar{\nu}_\tau \\ &\rightarrow \pi^+ \bar{\nu}_e \\ &\rightarrow \rho^+ \bar{\nu}_e \\ &\rightarrow a_1^+ \bar{\nu}_e \end{aligned}$$

> 50% zerfall in
Hadronen
energetisch möglich

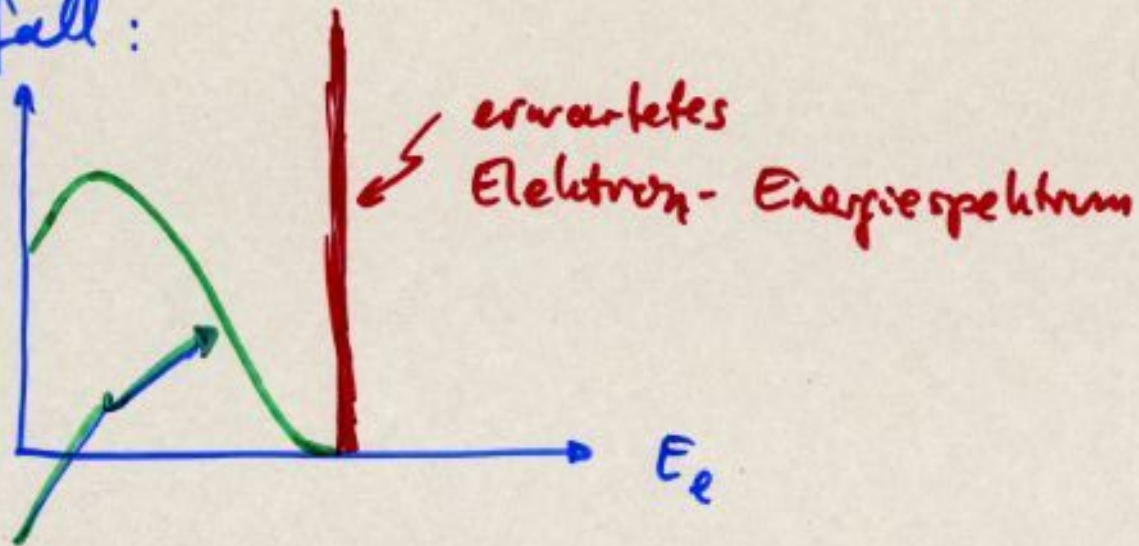


"Erfindung des Neutrinos"

Pauli 1930

2-Körper-Endzustand: Impulse der Zerfallsteilchen im Schwerpunktsystem eindeutig festgelegt

β -Zerfall:

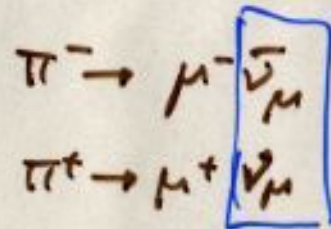


beobachtetes Energiespektrum

- Möglichkeiten:
1. Energiesatz ist nicht gültig
 2. Es wird ein 3., unbeobachtbares Teilchen erzeugt. Kann Spektrum erklären!

Pauli 1930: Möglichkeit 2

Verschiedenheit von ν_μ, ν_e :



↑
diese Neutrinos induzieren bei
Absorption stets nur $\mu^\pm$, nie $e^\pm$

→ Existenz von 2 Neutrinosorten

Steinberger, Schwartz, Lederman 1962

Inzwischen, Es gibt 3 Neutrino-Familien

- 1) LEP: Form der Z^0 -Resonanz
- 2) Urknall-Nukleosynthese

Leptonzahl-Erhaltung (für jede Familie individuell)

$$L_l = N(l) - N(\bar{l}) + N(\nu_l) - N(\bar{\nu}_l)$$

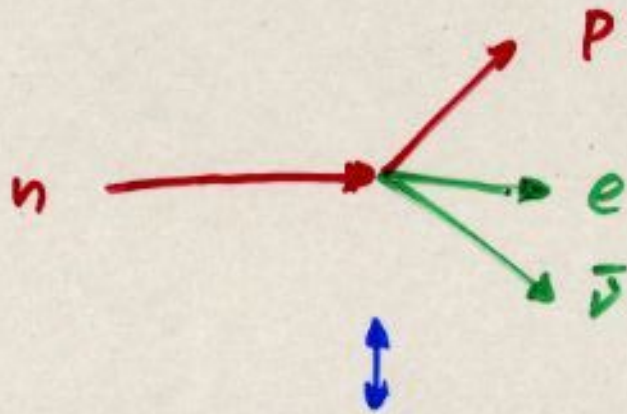
$$l = e, \mu, \tau$$

Gesamt-Leptonzahl: $L = L_e + L_\mu + L_\tau$

(L wird durch seit einigen Jahren beobachteten Neutrino-Oszillationen verletzt)

Schwache Prozesse:

historisch: Fermi - 4-Fermion-Wechselwirkung:



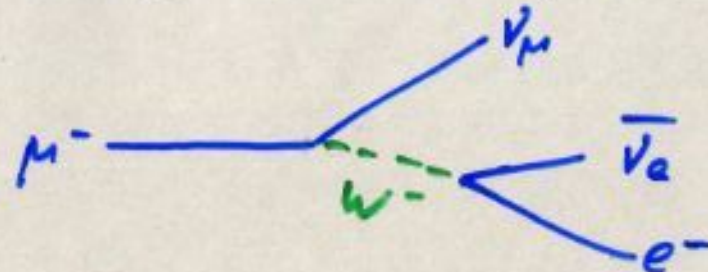
punktförmiger Vertex, an dem ein Neutron vernichtet und ein Proton, ein Elektron und ein Antineutrino erzeugt werden.

Kopplungskonstante: $G_F = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \cdot (\hbar c)^3$

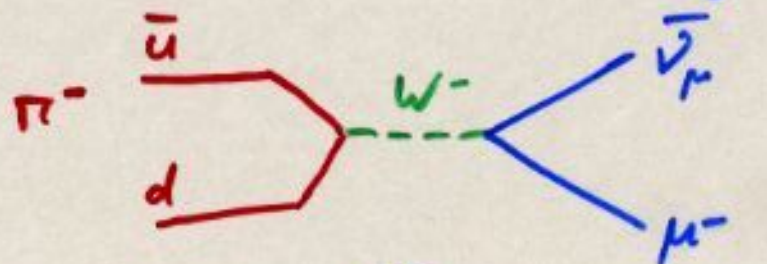
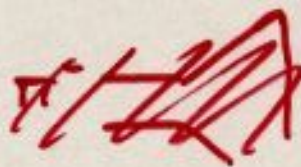
(Fermi - Kopplungskonstante, klein !)

Heute: Austausch von schweren Vektorbosonen $W^\pm, Z^0$

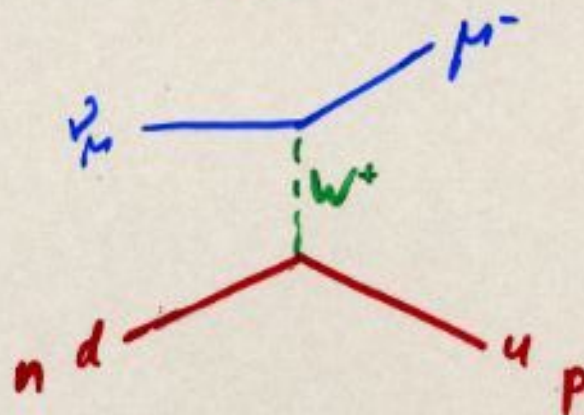
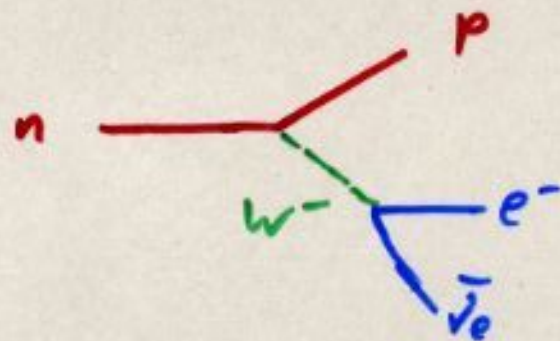
geladener Strom: leptonischer Prozess:



semileptonischer Prozess



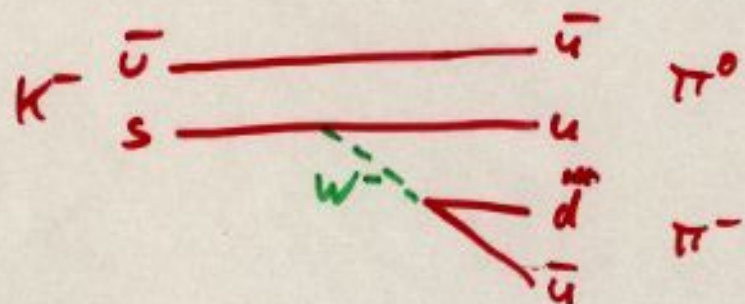
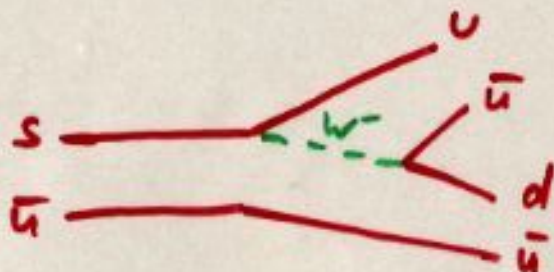
Pion-Zerfall



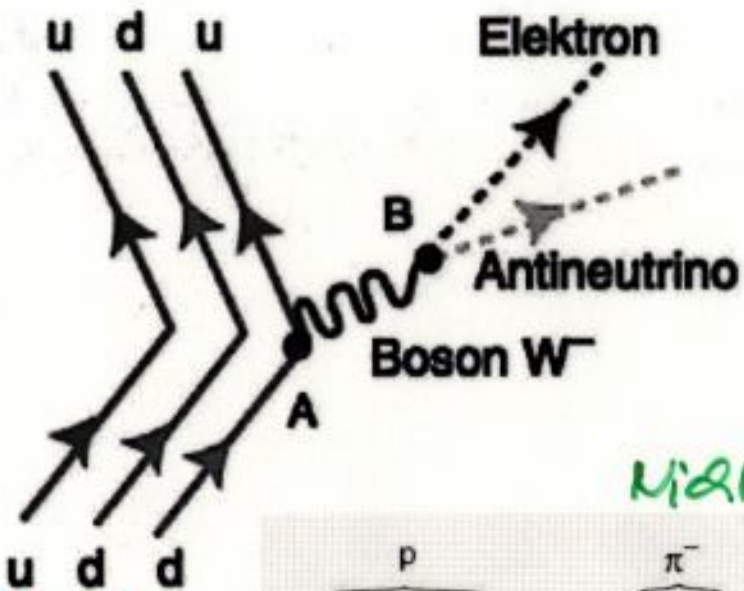
Neutrino-Streuung am Neutron

nichtleptonischer Prozess

K^-

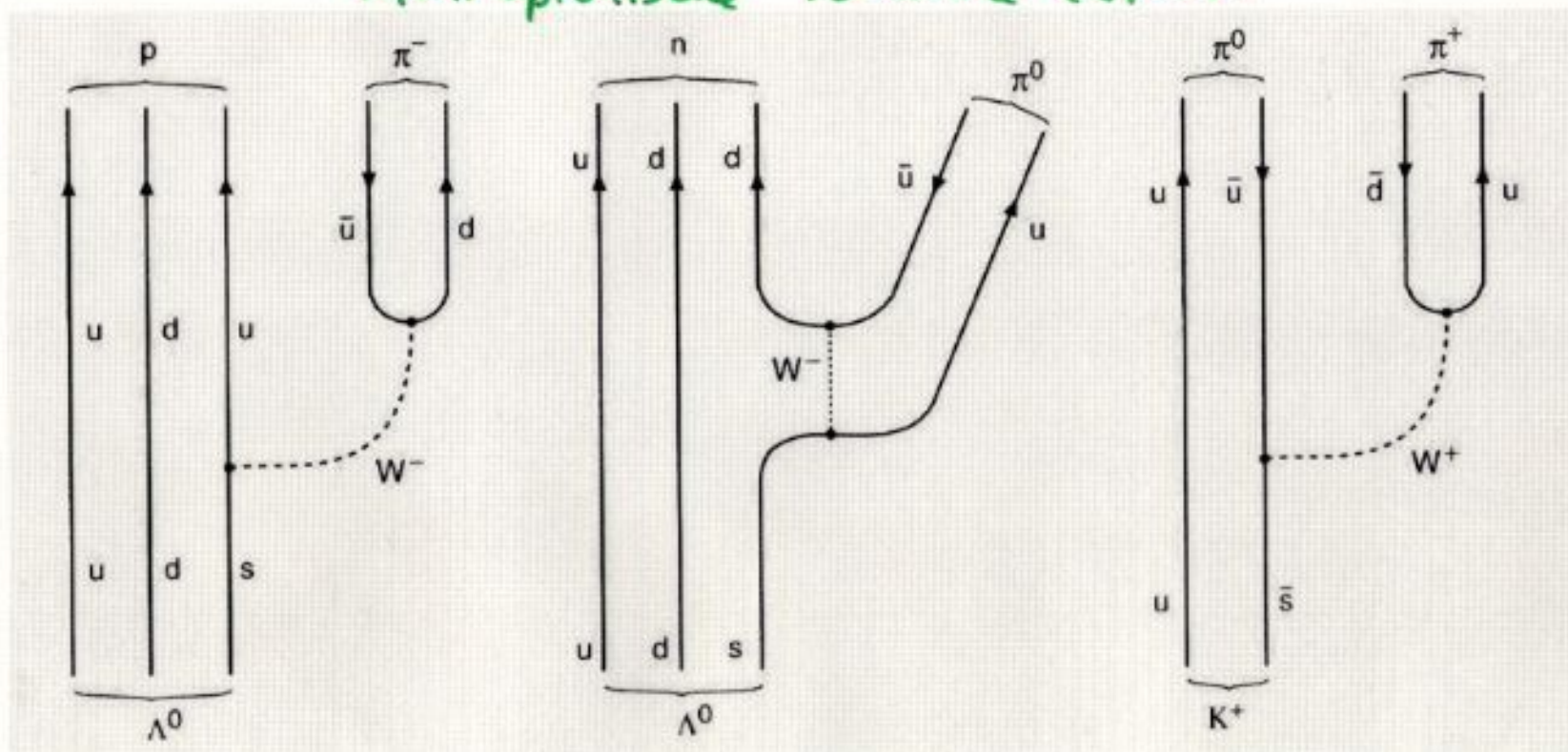


Neutron-Zerfall:
 semi-leptonischer Prozess



"Zuschauer"
 Spectator-
 quarks

Nichtleptonische schwache Zerfälle:



$\Lambda \rightarrow p \pi$

$\Lambda \rightarrow n \pi^0$

$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$

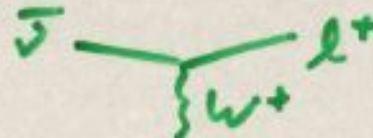
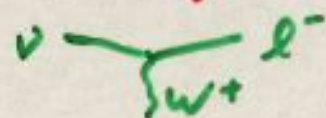
Neutrino-Reaktionen: $\nu + N \rightarrow l + X$

ν erzeugen immer negative Leptonen

ν aus π^+ -Zerfall erzeugen immer μ -Leptonen

$\bar{\nu}$ aus n -Zerfall erzeugen immer Elektronen (bzw. Positronen)

geladene Ströme:



Neutrale Ströme: Es wurden auch Reaktionen ohne geladenes Lepton beobachtet



auch elastische Neutrino-Streuung an Elektronen:



(plötzlich auftretende Spur, Hüllenelektron vorher in Ruhe)

Neutrale Ströme werden durch Z^0 -Austausch hervorgerufen

Kopplung über schwache Ströme

Analog zu Mott-Streuung und e^+e^- -Kollisionen:

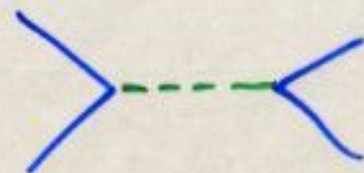
weaker
Matrizelement: $M_{fi}^W \propto$

$$g \cdot \underbrace{\frac{1}{Q^2 + M_W^2}}_{\text{W-Propagator}} \cdot g$$

Kopplung bei W-Emission

Kopplung bei W-Absorption

massives Austauschteilchen
 $M_W \approx 80 \text{ GeV}$



Grenzfall Q^2 klein ($\ll M_W^2$):

$$M_{fi}^W \xrightarrow[\text{klein}]{Q^2} \frac{g^2}{M_W^2} \approx \text{konstant und klein}$$

→ schwache Wechselwirkung erscheint bei kleinen Q^2 sehr viel schwächer als e.m. Wechselwirkung

Reichweite der schwachen WW: $\approx \frac{\hbar}{M_W} \approx 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ fm}$

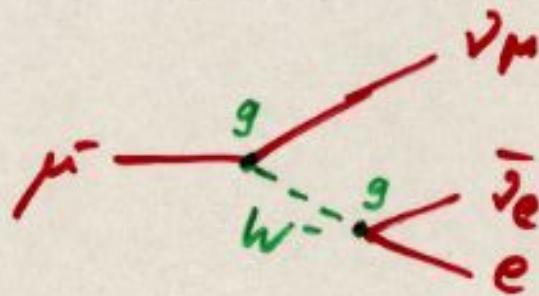
$\Rightarrow$ fast punktförmig wie in Fermi-Theorie

Zusammenhang zwischen G_F und g, M_W :

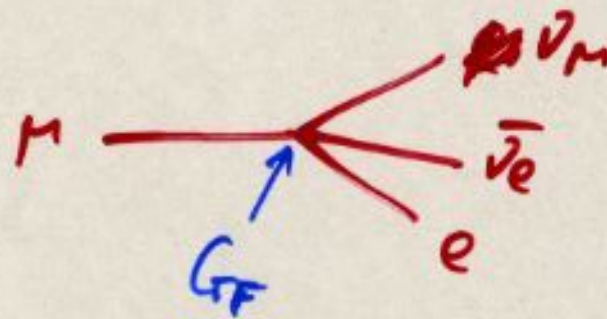
$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{\pi \alpha}{2} \frac{g^2}{e^2} \frac{(\hbar c)^3}{M_W^2 c^4}$$

Wert z.B. aus μ -Zerfall erhältlich:

$$\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$$



$\approx$



Goldene Regel, Dirac-Gleichung, Phasenraum $\Rightarrow$

$$\Gamma_\mu = \frac{\hbar}{\tau_\mu} = \frac{G_F^2}{192 \pi^3 (\hbar c)^5} \cdot (m_\mu c^2)^5 (1 + \epsilon)$$

$\hookrightarrow$ kleine Korrekturen

$$\Rightarrow \tau \propto m^{-5}$$

$$\Rightarrow \frac{G_F}{(\hbar c)^3} = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

Neutrino-Elektron-Streuung: $\nu_\mu e \rightarrow \mu \nu_e$

via W^+ -Austausch

Wirkungsquerschnitt: $\sigma \propto G_F^2$, $\sigma \propto s$

$$\sigma = \frac{G_F^2 \cdot s}{\pi (\hbar c)^4}, \quad s = 2 m_e c^2 E_\nu$$

$$\Rightarrow \sigma = 1.7 \cdot 10^{-41} \text{ cm}^2 \cdot \frac{E_\nu}{\text{GeV}}$$

$\sigma \rightarrow \infty$ für $s \rightarrow \infty$ kann asymptotisch nicht richtig sein $\rightarrow$ W-Propagator:

$$\sigma = \frac{G_F^2}{\pi (\hbar c)^4} \cdot \frac{M_W^2 \cdot c^4 \cdot s}{(s + M_W^2 c^4)} \Rightarrow \text{Konst.}$$

Neutrino-Energie im Laborsystem $\updownarrow$

sehr kleiner WQ

Reichweite von
solaren ν mit $\sim \text{MeV}$:
 ≈ 30 Lichtjahre in Fe

Universalität von g

Betrachte Zerfallsbreiten vom τ -Lepton:

$$\begin{aligned} \tau^- &\rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau && \leftrightarrow \Gamma_{\tau e} \\ &\rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau && \leftrightarrow \Gamma_{\tau \mu} \\ &\rightarrow \nu_\tau \underbrace{\bar{u} d}_{\pi^-, \rho^-, a_1^-} && \leftrightarrow \Gamma_{\tau d\bar{u}} \approx \boxed{3} \Gamma_{\tau \mu} \end{aligned}$$

} $\approx$ gleich

Vergleiche τ - und μ - Lebensdauern:

$$\Gamma_{\tau e} = \left(\frac{m_\tau}{m_\mu} \right)^5 \cdot \Gamma_{\mu e}$$

$\bar{u} d$ existiert
in 3 Farben

$$\hookrightarrow \tau_\tau = \frac{\hbar}{\Gamma_{\tau e} + \Gamma_{\tau \mu} + \Gamma_{\tau d\bar{u}}} \approx \frac{\tau_\mu}{5 \cdot (m_\tau/m_\mu)^5} \approx 3.1 \cdot 10^{-13} \text{ s}$$

$\begin{matrix} \parallel & \parallel \\ = \Gamma_{\tau e} & 3 \Gamma_{\tau e} \\ [1 + 1 + 3] \end{matrix}$

$\Downarrow$

$$\text{exp: } (2.9 \pm 0.01) \cdot 10^{-13} \text{ s} \quad \checkmark$$

Bestätigung für $n_c = 3$ und Universalität von g :

schwache Ladung von Leptonen und Quarks ist gleich

Genaueres Studium von semileptonischen Prozessen: Diskrepanz
 $\Rightarrow$ erklärbar durch Quark-Mischung

Quark-Mischung

Beobachtung: einige semileptonische Kopplungen erscheinen kleiner als im μ -Zerfall:

~4% im n -Zerfall $d \rightarrow u$

$\frac{1}{20}$ im Λ^0 -Zerfall $s \rightarrow u$

Leptonen: wandeln sich durch W -Austausch innerhalb der Familie um:

$$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$$

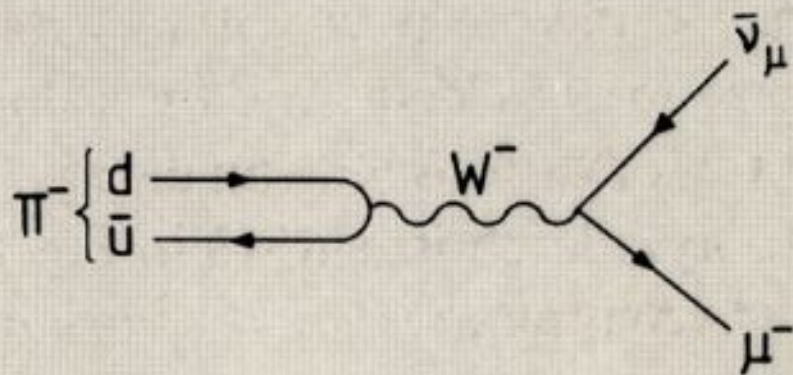
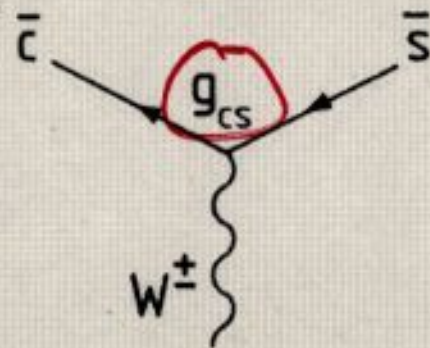
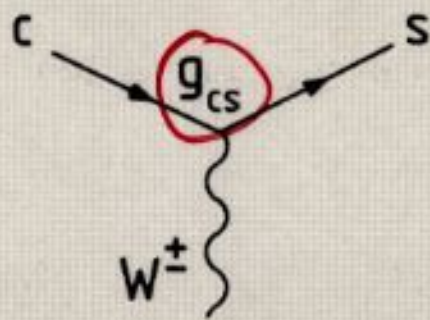
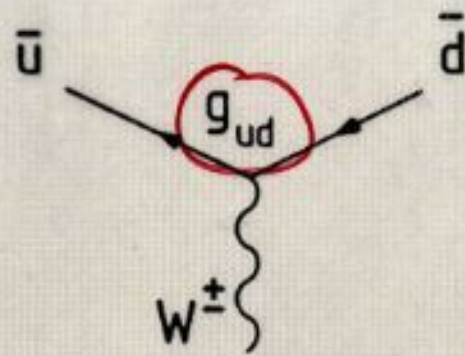
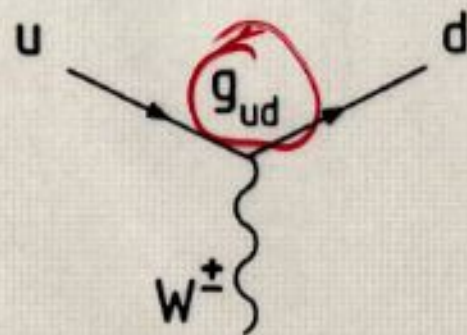
Quarks: Es gibt auch Übergänge zwischen den Familien (mit reduzierter Stärke): Universalität von g aufgeben?

$$\begin{array}{l} q = \frac{2}{3} \rightarrow \begin{pmatrix} u \\ \uparrow \\ d \end{pmatrix} \\ q = -\frac{1}{3} \rightarrow \begin{pmatrix} d \\ \uparrow \\ s \end{pmatrix} \end{array} \quad \begin{array}{c} \begin{pmatrix} c \\ \uparrow \\ s \end{pmatrix} \\ \vdots \\ \begin{pmatrix} t \\ \uparrow \\ b \end{pmatrix} \end{array}$$

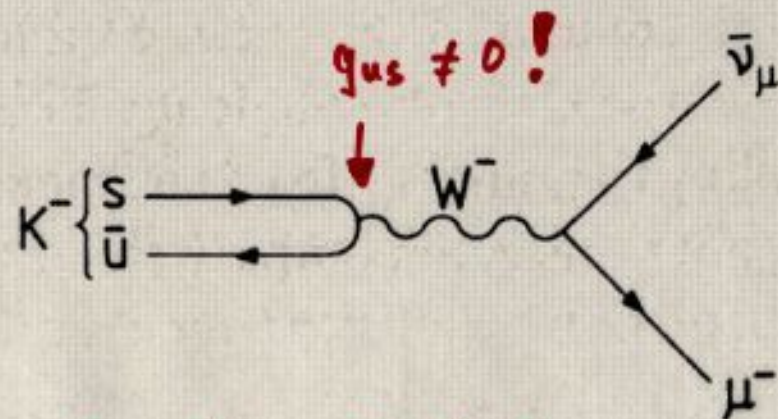
zunächst zu ignorieren..

Cabibbo 1963: g ist universell. W koppelt an „gedrehte“ Quarkzustände
 $\Rightarrow$ Cabibbo-Winkel $\theta_c \approx 22^\circ$

Basisdiagramme
mit $W^\pm$ -Vertices
ohne Quarkmischung



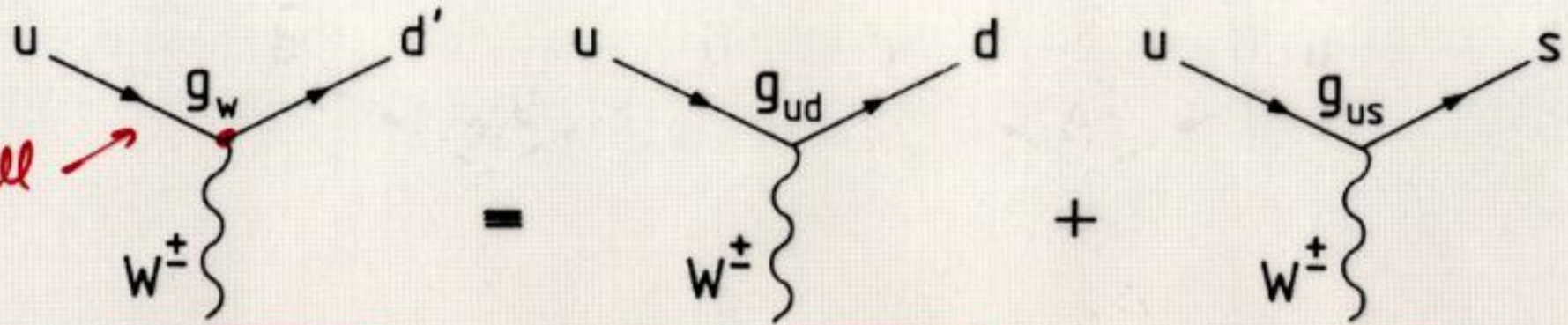
können Pion-Zerfall. beschreiben



aber Kaon-Zerfall nicht
(beobachtet, lange Lebensdauer)

„Gedrehte“ Quarkzustände : $u d' W$ -Vertex

universell



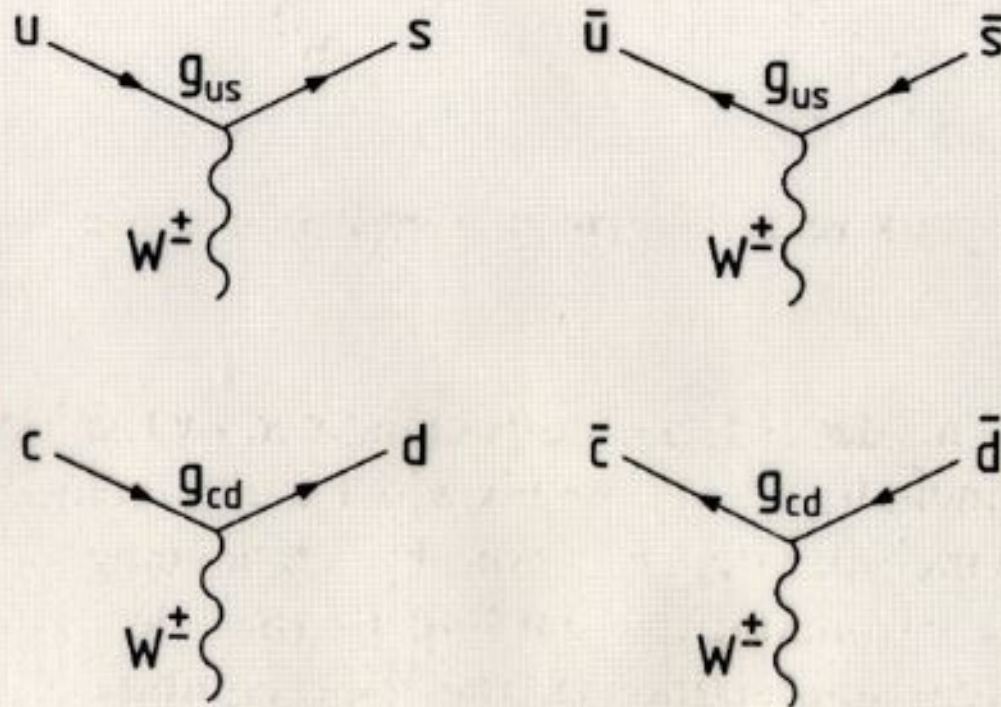
$$d' = d \cos \theta_c + s \sin \theta_c$$

$\Rightarrow$

$$g_{ud} = g_W \cos \theta_c$$

$$g_{us} = g_W \sin \theta_c$$

Damit sind
auch diese
Diagramme
möglich
(aber Kopplung
mit $\sin \theta_c$
unkodiert!)



$\leftarrow$ z.B.
Kaon-Zerfall

u koppelt an Linearkombination von d und s
c koppelt an Linearkombination von s und d

Mit Quarkmischung treten neben u-d und c-s
Übergängen auch u-s und c-d Übergänge auf.

W koppelt an $\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}$ oder $\begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}$ [oder $\begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix} \end{pmatrix}$

mit der gedrehten Basis:

$$d' = d \cos \theta_c + s \sin \theta_c$$

$$s' = -d \sin \theta_c + s \cos \theta_c$$

oder $\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$

$\downarrow$ $\uparrow$

$\Downarrow$
neue effektive Kopplungen:

$$g_{ud} = g_{cs} = g \cdot \cos \theta_c$$

$$g_{us} = -g_{cd} = g \cdot \sin \theta_c$$

erfordern nur einen neuen Parameter

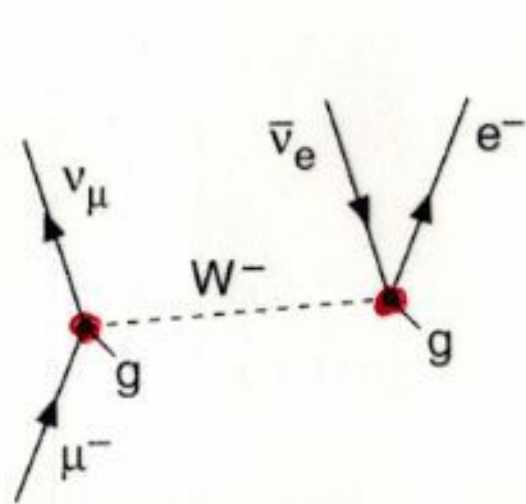
$\theta_c = \text{Cabibbo-Winkel}$

Eigenzustände
der schwachen
Wechselwirkung

$\neq$

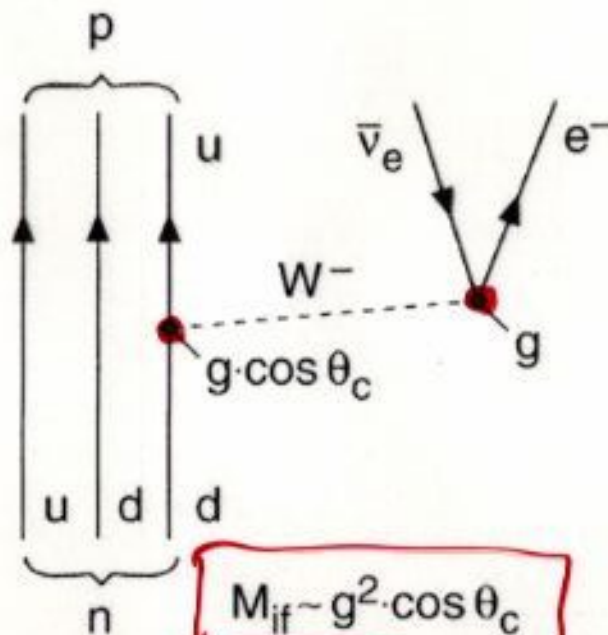
Eigenzustände
der starken
WW

Experimentelle Bestimmung des Cabibbo-Winkels aus Lebensdauern und Verzweigungsverhältnissen



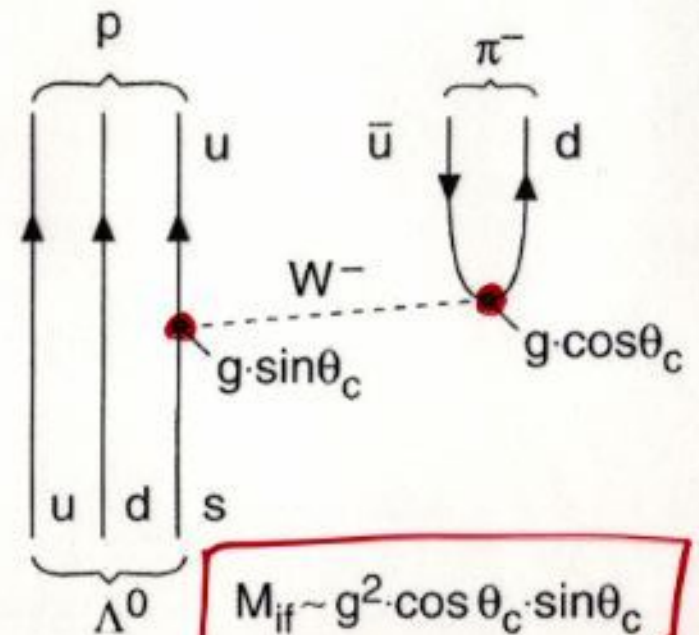
$$M_{if} = g^2$$

leptonisch



$$M_{if} \sim g^2 \cdot \cos \theta_c$$

semileptonisch
(1 Winkel)



$$M_{if} \sim g^2 \cdot \cos \theta_c \cdot \sin \theta_c$$

nichtleptonisch
(2 Winkel)

Beispiele:

$$\frac{\Gamma(K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu})}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu})} \propto \frac{g_{us}^2}{g_{ud}^2} = \tan^2 \theta_c \approx \frac{1}{20}, \text{ Cabibbo-unterdrückt}$$

$$\frac{n\text{-Zerfall}}{\mu\text{-Zerfall}} \propto \frac{g_{ud}^2}{g^2} = \cos^2 \theta_c \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \sin \theta_c &\approx 0.22 \\ \cos \theta_c &= 0.98 \\ \theta_c &= 12.7^\circ \end{aligned}$$

Erweiterung auf 3 Familien
 2×2 Cabibbo-Matrix $\Rightarrow 3 \times 3$ Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix
 CKM-Matrix 1973

Diagonalelemente ≈ 1
 $|V_{cb}|$ und $|V_{cs}|$ fast 10 mal kleiner als $|V_{us}|, |V_{cd}| \Rightarrow 10^{-2}$ in Raten
 2.-3. Fam. 1.-2. Fam.

$$\begin{pmatrix} |d'\rangle \\ |s'\rangle \\ |b'\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} |d\rangle \\ |s\rangle \\ |b\rangle \end{pmatrix}$$

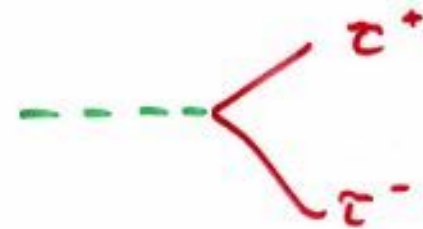
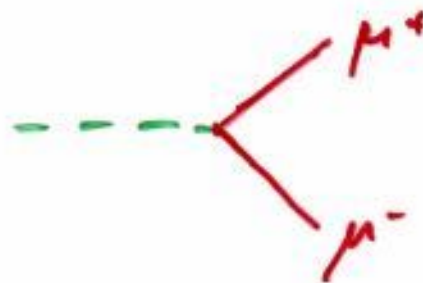
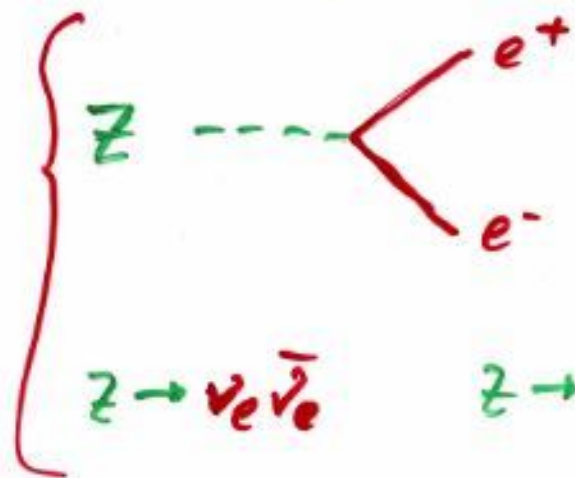
1.-3. Fam. 2. Fam.
 sehr kleine Mischung

$$\begin{pmatrix} |V_{ij}| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9745 \dots 0.9760 & 0.217 \dots 0.224 & 0.0018 \dots 0.0045 \\ 0.217 \dots 0.224 & 0.9737 \dots 0.9753 & 0.036 \dots 0.042 \\ 0.004 \dots 0.013 & 0.035 \dots 0.042 & 0.9991 \dots 0.9994 \end{pmatrix}$$

Elemente von V_{cb} komplex $\Rightarrow$ CP-Verletzung möglich
 siehe später

Neutrale Ströme koppeln nur flavour-diagonal,
d.h. es gibt keine FCNC (flavour changing neutral currents)

existieren



$$Z \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e$$

$$Z \rightarrow \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$$

$$Z \rightarrow \nu_\tau \bar{\nu}_\tau$$

$$Z \rightarrow u \bar{u}$$

$$Z \rightarrow c \bar{c}$$

$$Z \rightarrow d \bar{d}$$

$$Z \rightarrow b \bar{b}$$

$$Z \rightarrow s \bar{s}$$

$$Z \rightarrow t \bar{t}$$

ABER:

$$Z \rightarrow e^+ \mu^-$$

$$Z \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_\mu$$

$$Z \rightarrow e^+ \tau^-$$

$$Z \rightarrow d \bar{b}$$

$$Z \rightarrow u \bar{c}$$

$$Z \rightarrow t \bar{u}$$

existieren nicht!