11. Symmetrien

Definition: H. Weyl, R.P. Feynman:

Objekt, Naturgesetz — Transformation

„... a thing is symmetrical, if you can do something to it and after you have done it, it looks the same as before ...“

Invarianz

Symmetrie: Ordnungsprinzipien
Vorhersagen
Zusammenhang mit unbeobachtbaren Größen
Erhaltungssätze
Struktur der Wechselwirkungen
Noether - Theorem

Jede Symmetrie führt zu einer Erhaltungsgröße

Symmetrien $\Leftrightarrow$ Erhaltungsgrößen

Symmetrieoperation	unbeobachtbar	Erhaltungsgröße	
Translation im Raum	absoluter Ort	Impuls	klass.
Drehung im Raum	absolute Richtung	Drehimpuls	kontinuierl.
Translation in der Zeit	absolute Zeit	Energie	Beispiele
Eichtransformation (QM)	Phase der Wellenfunktion	el. Ladung	Q.M.
Raumspiegelung	absolute Händigkeit	Parität P	diskrete
Materie - Antimaterie	Materieart	C-Parität	Operation
Zeitumkehr	absolute Zeitrichtung	T-Parität	

P: $\vec{r} \to -\vec{r}$, $\vec{p} \to -\vec{p}$

C: $Q \to -Q$, $B \to -B$, $S \to -S$, ...

T: $t \to -t$, $\vec{r} \to \vec{r}$, $\vec{p} \to -\vec{p}$

Eigenwerte diskreter Symmetrieoperationen P, C, T:

± 1

Warum: Zweifache Anwendung führt immer zum Ausgangspunkt zurück.

P: Original → Spiegelbild → Original $P(P\psi) = \eta_P^2 \psi = \psi$

C: Teilchen → Antiteilchen → Teilchen $C(C\psi) = \eta_C^2 \cdot \psi = \psi$

T: Zeit vorwärts → Zeit rückwärts → Zeit vorwärts $T(T\psi) = \eta_T^2 \cdot \psi = \psi$

$\Rightarrow \eta_P^2 = 1 \Rightarrow \boxed{\eta_P = \pm 1}$ Paritätseigenwert +1 oder −1

Innere Parität von Teilchen: n, p, Δ-Baryonen: +1 (def.!)
Fermionen: +1
Antifermionen: −1

Parität von Reaktionen: $i \rightarrow a + b$

$$\Rightarrow \quad P(i) = P(a) \cdot P(b) \cdot \underbrace{(-1)^l}_{\text{Parität vom rel. Bahndrehimpuls}}$$

Parität ist multiplikativ

Parität erhalten in em. und starker WW (bis 1956: immer...)

τ-Θ-Puzzle (heute beides K-Mesonen!)

2 Teilchen τ, Θ mit gleicher Masse, gleicher Lebensdauer, gleicher Erzeugungsreaktion, Spin 0, aber unterschiedliche Parität:

$\tau \to 2\pi$, $\Theta \to 3\pi$

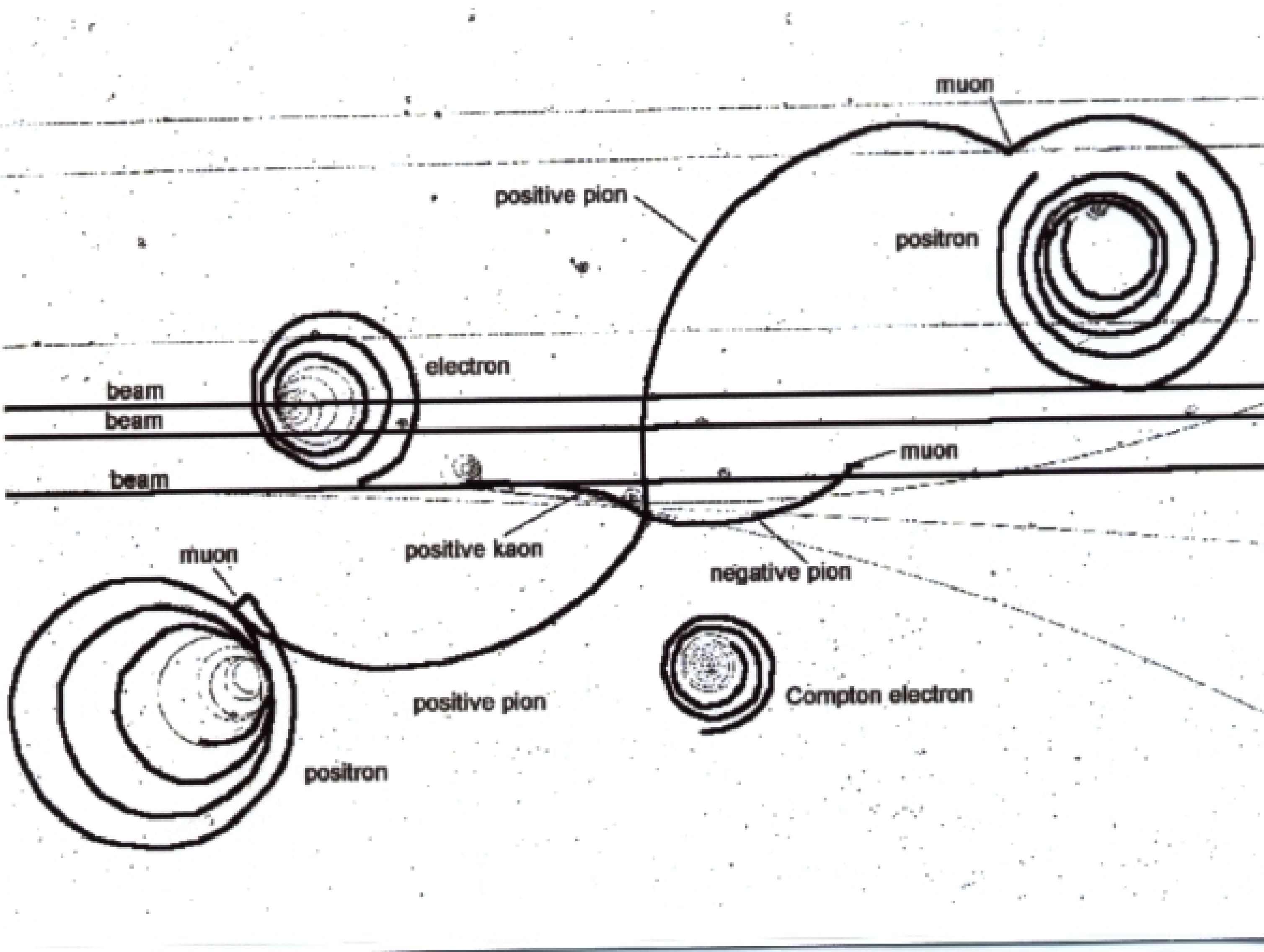
$$K^+ \to \pi^+ \pi^0$$
$$J^P: \quad 0 \qquad 0^- \quad 0^-$$
$$L = 0 \;\rightarrow P = (-)\,(-) \cdot (-1)^0 = +1$$

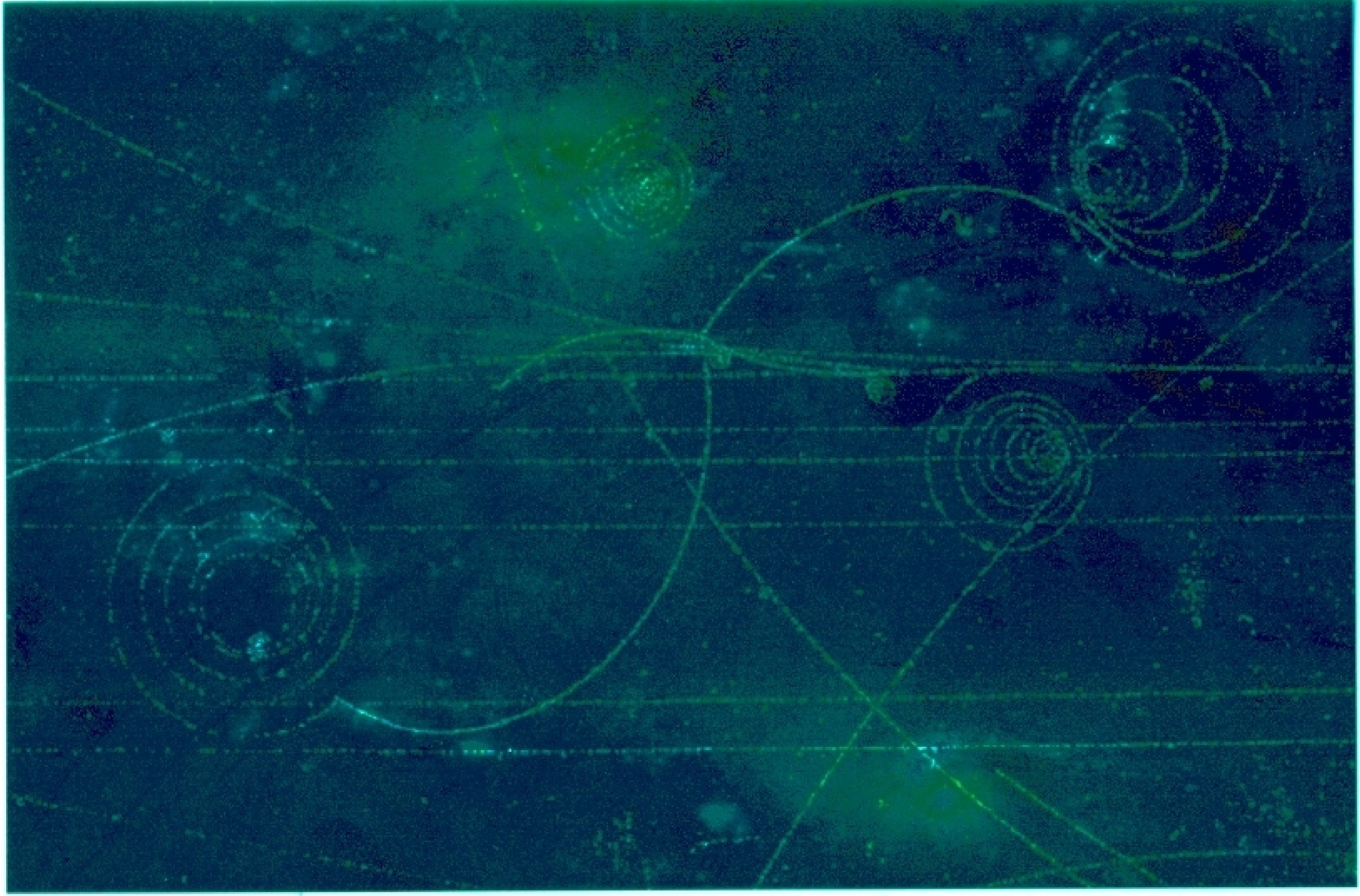
$$K^+ \to \pi^+ \pi^+ \pi^-$$
$$J^P: \quad 0 \qquad 0^- \; 0^- \; 0^-$$
$$L=0 \quad P = (-)\,(-)\,(-)\,(-1)^0 = -1$$

⇒ Lee, Yang 1956: es handelt sich um ein und das selbe Teilchen, aber die Spiegelsymmetrie-Parität ist nicht erhalten!

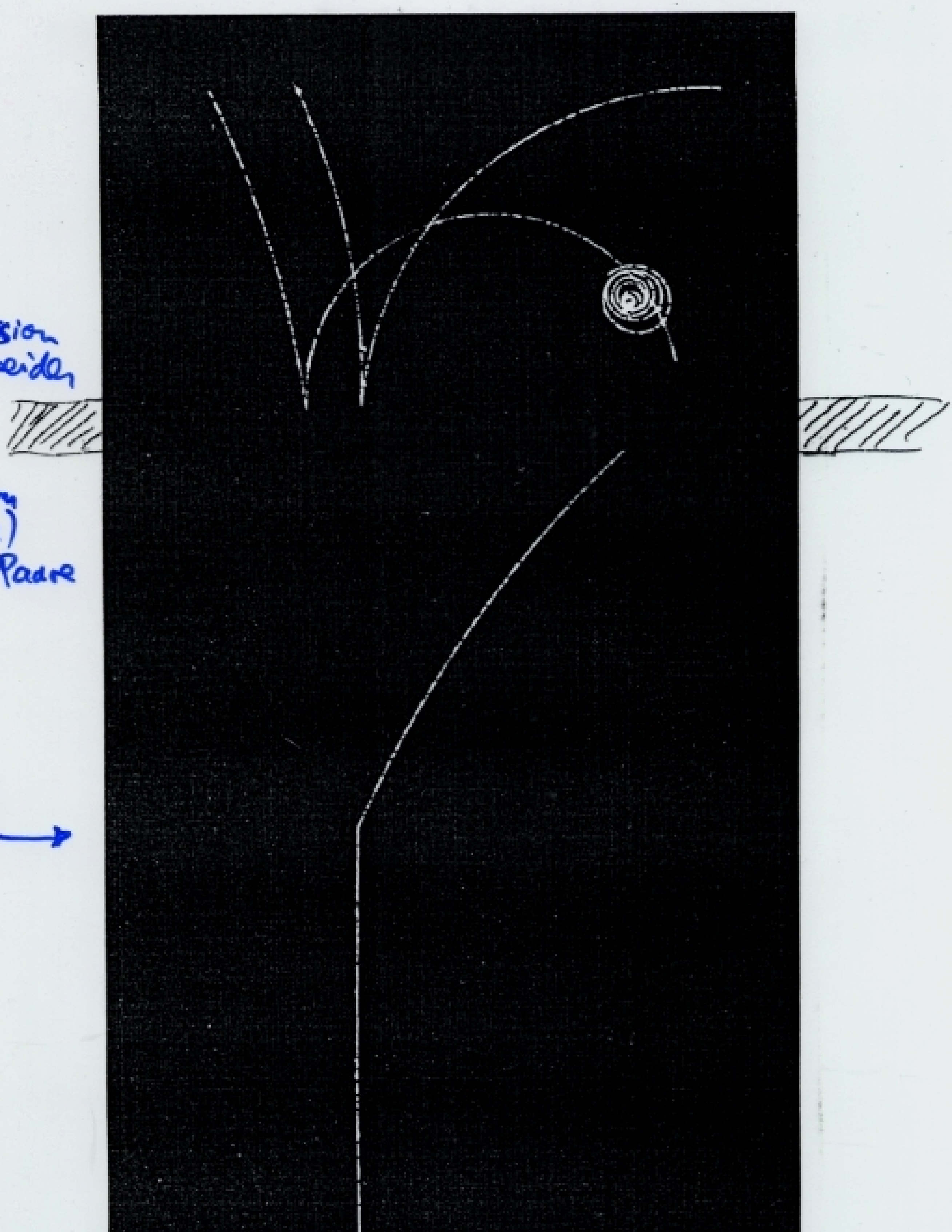
⇒ Paritätsverletzung in der schwachen Wechselwirkung

$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-$





Konversionen von Photonen



Wu-Experiment 1957

Spin-polarisiertes $^{60}Co \downarrow J=5$, β-Zerfall in $^{60}Ni^{*}\, e^{-}\, \bar{\nu}_e$, $\downarrow J=4$

Kernspin im Magnetfeld bei $T = 10\,mK$ ausgerichtet

erwartet bei Paritätserhaltung: Elektron-Rate unabhängig von Raumrichtung

gefunden:
$$I(\theta) = I_0 \cdot \left(1 + \alpha \cdot \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E}\right)$$

mit $\alpha = 1$!

große (maximal mögliche) Asymmetrie gefunden, Elektronen werden in Richtung des Kernspins bevorzugt

⇒ keine definierte Parität!

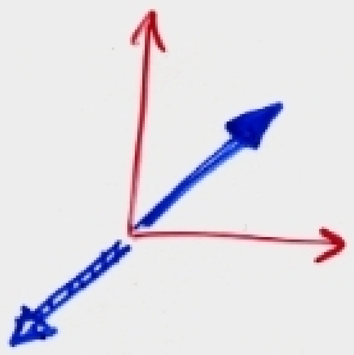
Frauenfelder 1957: Elektronen im β-Zerfall sind polarisiert, vorwiegend linkshändig
(Helizität = Spinausrichtung in Bewegungsrichtung = −1)

➡ nur linkshändige Fermionen und rechtshändige Antifermionen nehmen an der schwachen WW teil.

Impuls (Polarvektor) $\hat{P}\vec{x} = -\vec{x}$

1^-

Vektor



$\hat{P}\vec{p} = -\vec{p}$

Drehimpuls (Axialvektor) $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

1^+

Axialvektor

$$\hat{P}\vec{L} = \vec{L}$$

$$\hat{P}(\vec{r} \times \vec{p}) = (-\vec{r}) \times (-\vec{p})$$

$$= \vec{r} \times \vec{p} = \vec{L}$$

Energie (Skalar)

0^+

Skalar

$$\hat{P}(E) = E$$

Helizität $\lambda = \frac{\vec{S} \cdot \vec{p}}{|p|}$ (Pseudoskalar)

0^-

Pseudoskalare

$$\hat{P}(\lambda) = \hat{P}(\vec{S} \cdot \vec{p})$$

$$= \hat{P}\vec{S} \cdot \hat{P}\vec{p}$$

Impuls = Polarvektor

Drehimpuls = Axialvektor

$$= \vec{S} \cdot -\vec{p}$$

$$= -\lambda$$

Spin-polarisiertes $^{60}Co \to {}^{60}Ni\ e\ \bar{\nu}$ Wu 1956

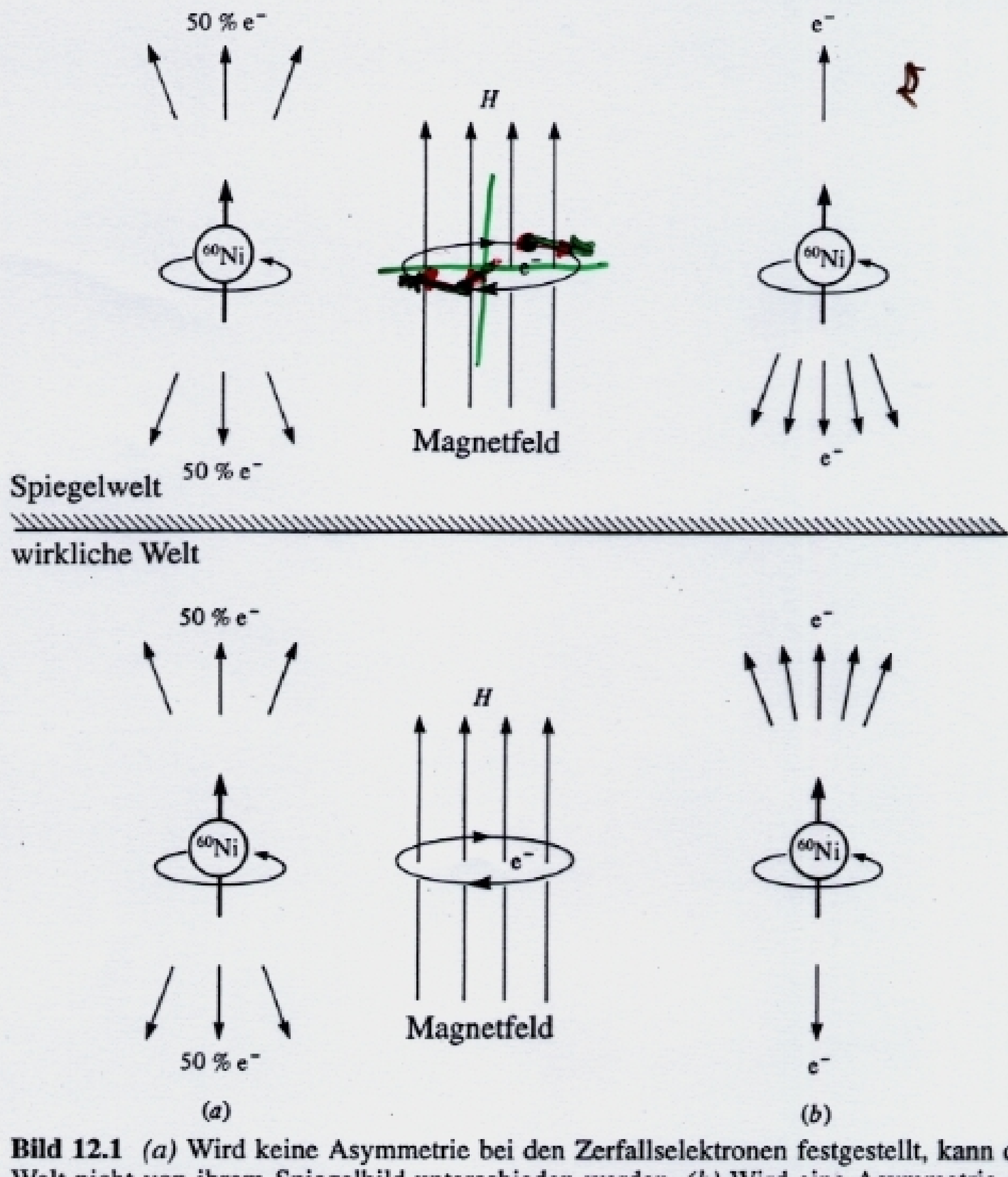


Bild 12.1 *(a)* Wird keine Asymmetrie bei den Zerfallselektronen festgestellt, kann die r Welt nicht von ihrem Spiegelbild unterschieden werden. *(b)* Wird eine Asymmetrie gem kann man beide Welten unterscheiden. Im Experiment findet man tatsächlich eine Asym

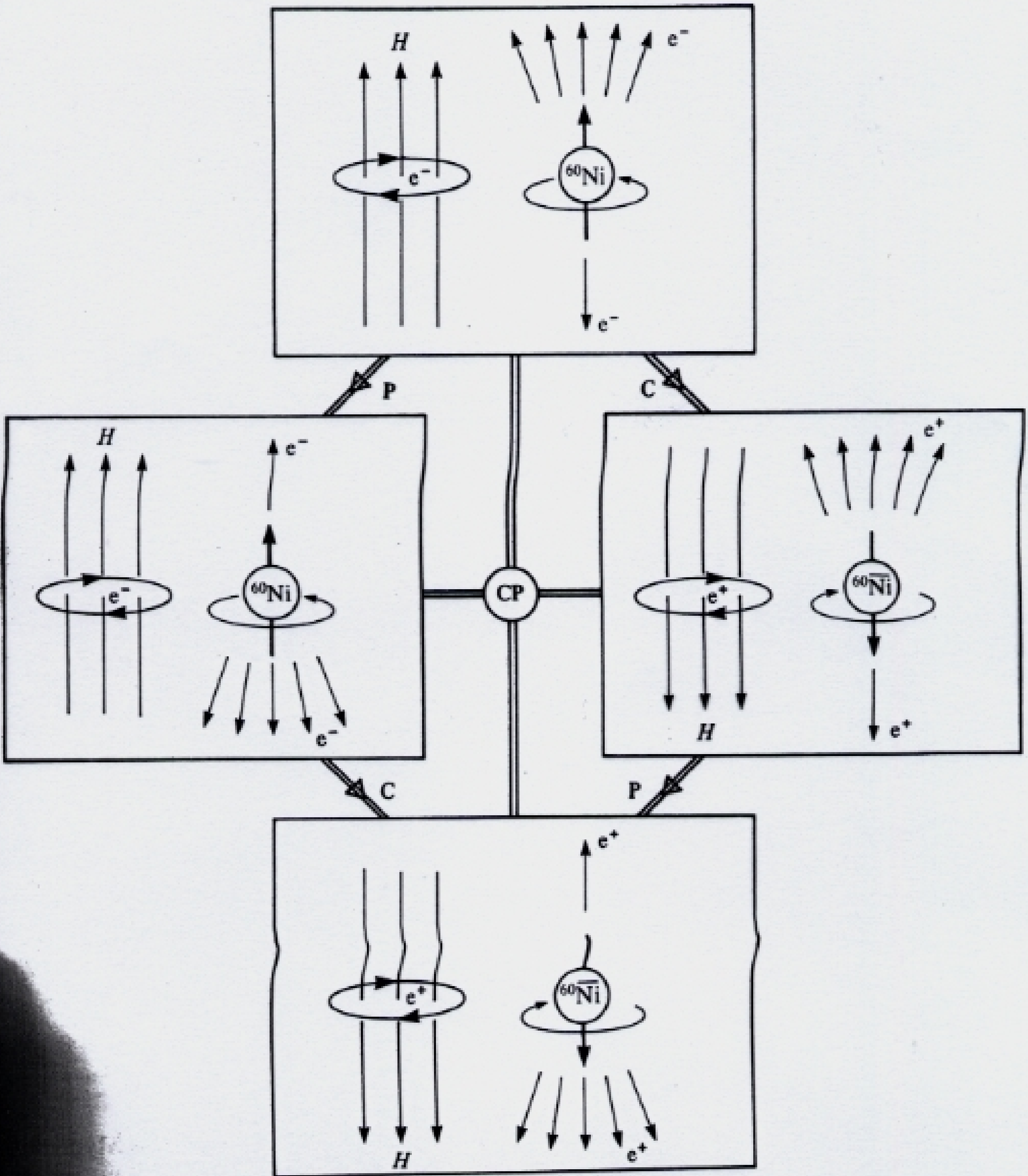
$\vec{S}$ und $\vec{H}$ sind Axialvektoren, ändern sich nicht unter Paritätsspiegelung.

$\vec{p}$ und $\vec{r}$ sind Vektoren, ändern ihr Vorzeichen unter Paritätsspiegelung

Parität nicht erhalten in schwacher Ww.

„Gott ist schwach linkshändig"

Man betrachtet dazu die Ebene, die durch die Flugrichtungen des einlaufenden Pions und des Hyperons gebildet wird. Bei erhaltener Parität müßten sich die auslaufenden Pionen je zur Hälfte ober- und unterhalb dieser Ebene befinden. In einem 1957 durchgeführten Experiment konnte aber auch hier eine Asymmetrie gemessen werden.



12.2 Das ^{60}Co-Experiment und seine $\mathcal{C}$- und $\mathcal{P}$-Transformationen

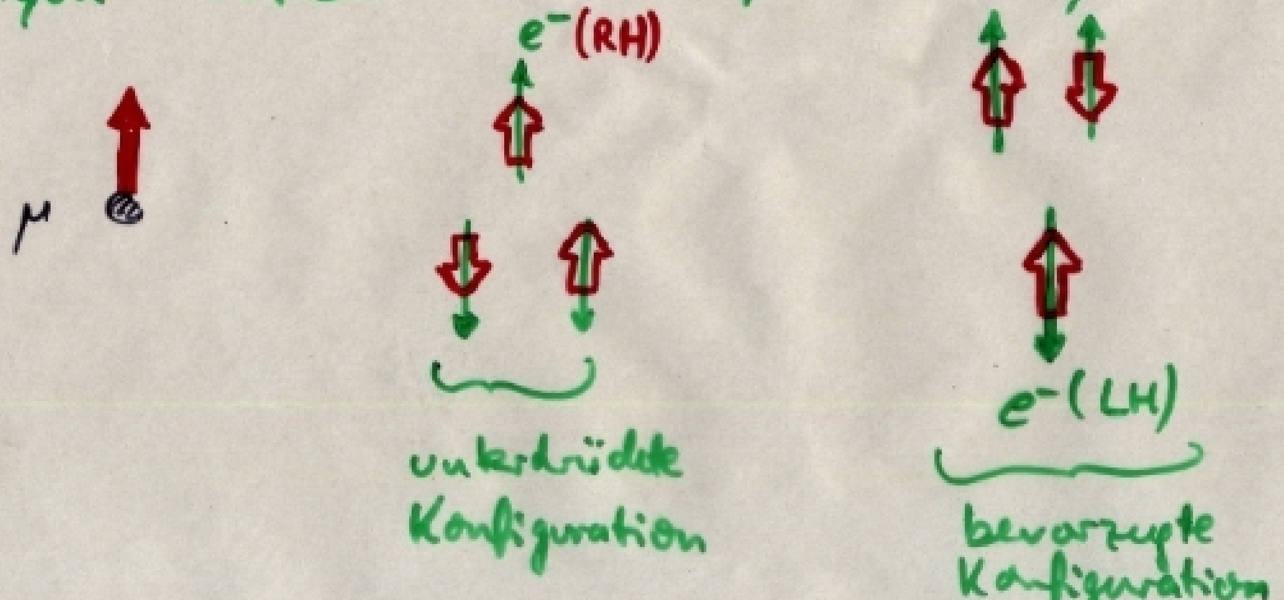
Auch Ladungskonjugation C ist in der schwachen WW maximal verletzt.
Aber Anwendung von C und P simultan ist erhalten:

C·P(linkshändiges Fermion) → rechtshändiges Antifermion

(bis 1964: CP-Verletzung auf 3‰-Level entdeckt)

Weitere Beispiele für Paritätsverletzung:

1) Myon-Zerfall: polarisiertes $\mu^- \to e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$



$H(\nu) = -1$
$H(\bar{\nu}) = +1$

Helizität ist für masselose Teilchen eine Erhaltungsgröße $v=c$

→ so dass Elektronen linkshändig sind!

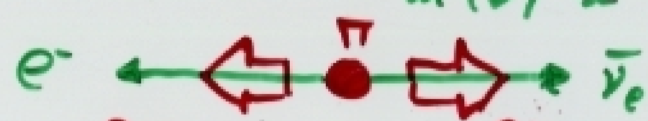
2) Pionzerfall $\dfrac{\Gamma(\pi^- \to e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \to \mu^- \bar{\nu}_\mu)} \approx \dfrac{1}{8000}$

obwohl Phasenraum viel größer ist für $e^- \bar{\nu}_e$

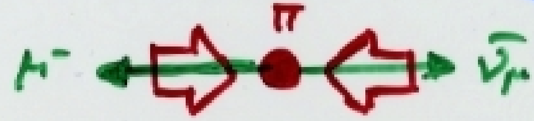
$m(\pi^-) \approx 140$ MeV
$m(\mu^-) \approx 105$ MeV
$m(e^-) \approx 0{,}5$ MeV
$m(\nu) \approx 0$

CMS des Pions, Spin 0:

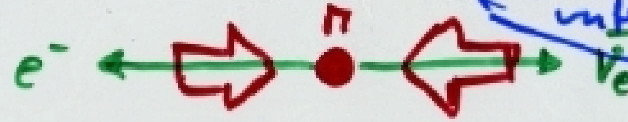
RH $m=0$ RH
RH+LH, $m \neq 0$
↳ $1-\beta_\mu = 0.72$ erlaubt



RH $m=0$ RH
RH+LH $m \neq 0$
↳ $1-\beta_e = 3 \cdot 10^{-5}$ erlaubt, aber unterdrückt



LH $m=0$ LH
LH+RH $m \neq 0$
verboten, LH $\bar{\nu}_\mu$



LH $m=0$ LH
LH+RH $m \neq 0$
verboten, LH $\bar{\nu}_e$

Helizität: für $v=0$ nicht definiert: 50% LH, 50% RH
für $v=c$: erhalten (es gibt kein Lorentz-Frame, in dem das Teilchen überholt werden kann)
Wahrscheinlichkeit für Helizitätserhaltung: $\propto \frac{v}{c}$ $(\propto \beta)$

Struktur des schwachen Wechselwirkungsoperators: (Bsp. β-Zerfall)

$$M = G_F \left(\bar{\psi}_p \, \Gamma \, \psi_n \right) \left(\bar{\psi}_e \, \Gamma \, \psi_\nu \right)$$

Operatoren Γ: Zahlen (Skalare)
Pseudoskalare
Vektoren
Axialvektoren
Tensoren

1956 Gell-Mann, Feynman:

$$\Gamma = V - A$$

Vektor – Axialvektor
$(P=1)$ – $(P=-1)$

V-A projiziert gerade die linkshändige Komponente aus einer Wellenfunktion

CPT – Theorem

Lüders, Pauli 1954

Die physikalischen Gesetze sind invariant unter C.P.T – Transformationen

Voraussetzungen: Lorentz-Invarianz
Lokalität
Quantenmechanik

$\left.\begin{array}{l}\text{Lorentz-Invarianz}\\ \text{Lokalität}\\ \text{Quantenmechanik}\end{array}\right\}$ lokale relativistische Quantenfeldtheorie

Wahrscheinlichkeitserhaltung
Es gibt Zustand niedrigster Energie
endliche Zahl elementarer Teilchen

↳ enthalten keine Parameter. Kleine Abweichungen daher nicht möglich

Konsequenzen: Masse von Teilchen und Antiteilchen sind gleich
Lebensdauer von " " " " "
Betrag des magn. Moments " " " "

Übersicht Erhaltungssätze und Wechselwirkungen:

Operation	starke WW	elektromagn. WW	schwache WW
P	✓	✓	maximal verletzt
C	✓	✓	maximal verletzt
CP	✓	✓	10^{-3} verletzt in wenigen Systemen
T	✓	✓	" "
CPT	✓	✓	✓