

bisher:

Analyse:

Atom $\rightarrow$ Kern $\rightarrow$ Nukleonen $\rightarrow$ Quark $\rightarrow$ keine
Leptonen Substrukturen

e.m., starke, schwache W.W.

Standardmodell

im Folgenden:

Synthese:

Aufbau komplexer Strukturen (gebundene
Zustände) aus elementaren Teilchen

Quarkonium
Mesonen
Baryonen
Kerne

↓
steigende Komplexität

13. Quarkonia : Charmonium + Bottomium

~ analoge Behandlung von H-Atom Positronium Charmonium

$p e^-$ $e^+ e^-$ $c \bar{c}$

stabil instabil instabil

Wasserstoff - Atom:

statisches Coulomb-Potential
nichtrelativistische Schrödinger-Gleichung

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta - \frac{\alpha \hbar c}{r} \right) \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r})$$

Energieniveaus: $E_n = -\frac{\alpha^2 m c^2}{2 n^2}$

Hauptquantenzahl $n = N + l + 1$ ($N+1 = n_r =$ Radialquantenzahl)

↑ ↑ Bahndrehimpuls

Knoten in Radial-Wellenfunktion

$E_1 = -13.6 \text{ eV}$

Bohrscher Radius: $r_B = \frac{\hbar c}{\alpha m c^2} = 0.5 \cdot 10^{-5} \text{ fm}$ (Proton-Radius $\sim 1 \text{ fm}$)

Wellenfunktion $\psi(\vec{r}) = R_{n,l}(r) \cdot Y_{l,m}(\theta, \varphi)$

Radial-WF Winkelabh. WF

kleine Korrekturen zu den entarteten Energieniveaus:

„Feinstruktur“: Spin-Bahn-WW $\propto \alpha^2$, $O(10^{-4})$

„Hyperfinestruktur“: Spin-Spin-WW $\propto \alpha^2 \frac{M_p}{M_e}$, $O(10^{-7})$

Notation: $n l_j$ mit $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ und $\vec{F} = \vec{j} + \vec{i}_{\text{Proton}}$
 $l = \begin{cases} 0 & 1 & 2 & 3 & \dots \\ s & p & d & f & \dots \end{cases}$

System bisher: Proton in Ruhe, Elektron bewegt sich um ruhendes Proton.

Besser: Bewegung beider Teilchen im Schwerpunktsystem
 $\Rightarrow$ gleicher Formalismus, aber ersetze Masse des Elektrons durch „reduzierte Masse“:

$$m = \frac{M_p \cdot m_e}{M_p + m_e} \approx m_e \left(1 - \frac{m_e}{M_p} \right) \approx m_e$$

(Praktisch kein Unterschied, weil $M_p \gg m_e$)

Positronium :

„Atom“ aus Positron und Elektron,
Proton durch Positron ersetzt.

Potential wieder a.m. $\frac{1}{r}$, aber jetzt
haben beide Partner gleiche Masse

reduzierte Masse:

$$m = m_e / 2$$

$$\Rightarrow E_B \quad \times 2 \text{ kleiner}$$

$$r_B \quad \times 2 \text{ größer}$$

Spin-Spin - Wechselwirkung größer

$$\frac{\mu_p}{\mu_e} \rightarrow \frac{\mu_e}{\mu_e} = 1$$

Zerfall in Photonen:

$$e^+e^- \rightarrow 2\gamma \quad (\text{Spin } 0) \quad \uparrow\downarrow \quad \text{---} \quad \text{---}$$

$$\rightarrow 3\gamma \quad (\text{Spin } 1) \quad \uparrow\uparrow$$

Abschätzung der Lebensdauer von Spin 0 - Positronium:

$$\Gamma_{2\gamma} \propto \frac{\alpha^2}{r_B^3 \cdot m^2} \quad \leftarrow \text{Kopplung an 2 Photonen (2 Vertices)}$$

gibt korrekte Dimensionen

$$\Gamma_{2\gamma} \propto d^5 \cdot m \approx 10^{-10} \text{ s}$$

$$\Gamma_{3\gamma} \sim 10^{-7} \text{ s}$$

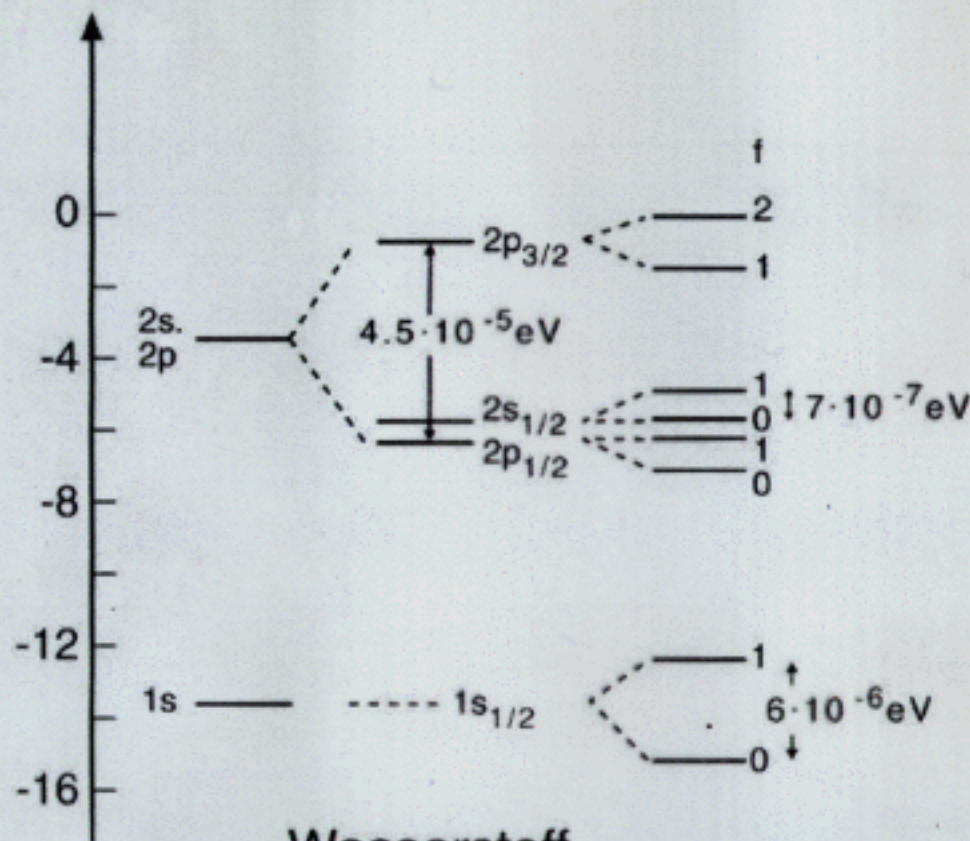
$$\uparrow \text{Überlappvolumen; } r_B = \frac{\hbar c}{\alpha m}$$

präzise QED-
Rechnungen stimmen
gut mit Exp.
überein

$n l_j$

(keine Symmetrie zw. p und e)

Bindungsenergie [eV]



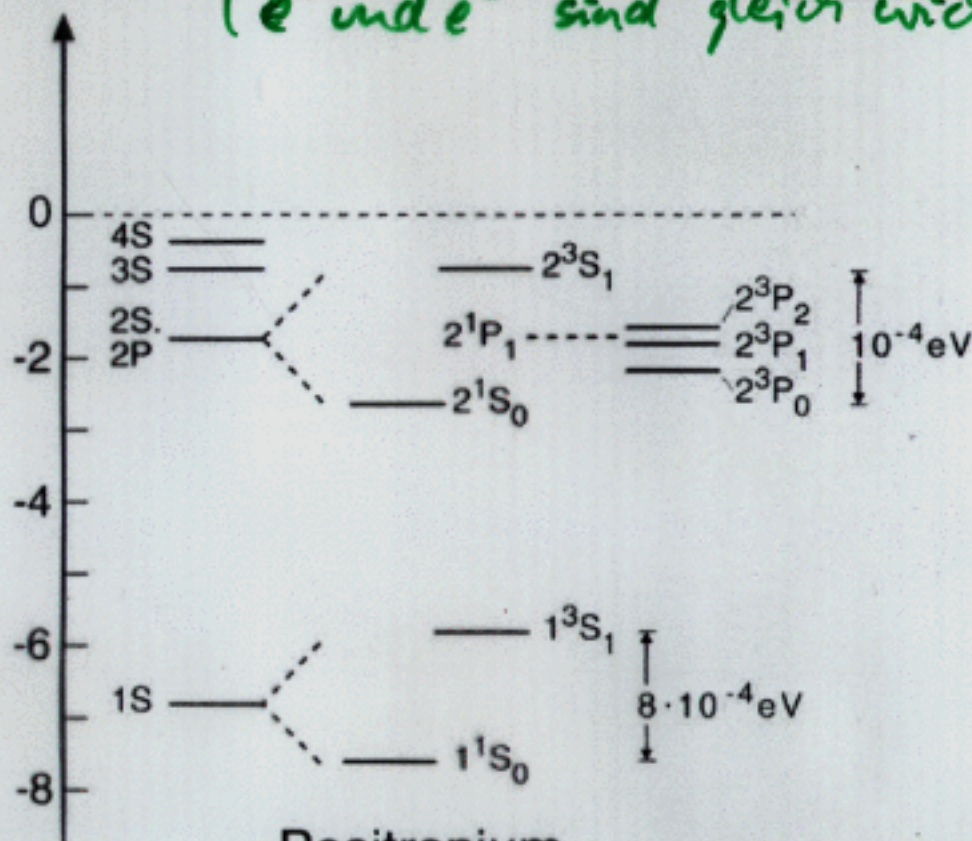
Wasserstoff

$n L_j$

$$|L-S| \leq J \leq L+S$$

Bindungsenergie [eV]

(e^+ und e^- sind gleich wichtig!)



Positronium

wichtig:

$$\vec{l} \oplus \vec{s}_e = \vec{j}$$

$$\vec{j} +$$

kleine Korrektur:

Bahndrehimpuls
Spin des Elektrons

Kernspin

wichtig:
(und symmetrisch!)

$$\vec{s}_{e^+} + \vec{s}_{e^-} \rightarrow \vec{S}$$

Gesamtspin

dann:
 $\vec{j}_1, \vec{j}_2$ spielt keine Rolle!

$$\vec{S} + \vec{L} \rightarrow \vec{J}$$

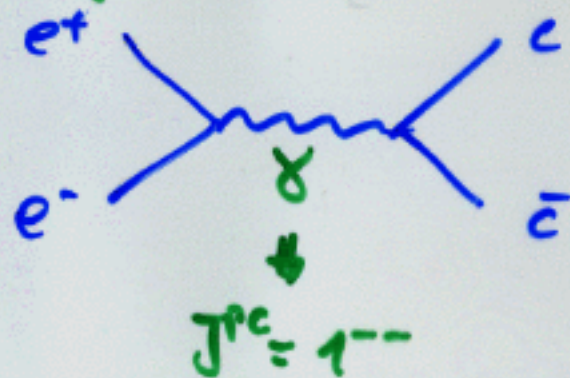
Charmonium

gebundene $c\bar{c}$ -Zustände; Notation: $n = N+1$

Bei Mesonen: $n = n_r$ in der Atomphysik

Erzeugung von 1^{--} -Zuständen in e^+e^- -Annihilation

durch virtuelles Photon



J/ψ (3097)

Ting, Richter 1974

ist

1^3S_1 - Zustand von $c\bar{c}$

Radialquantenzahl =
 $n_r = 1$,
keine Knoten
in radialer WF.

$(2S+1); S=1$

$L=0$

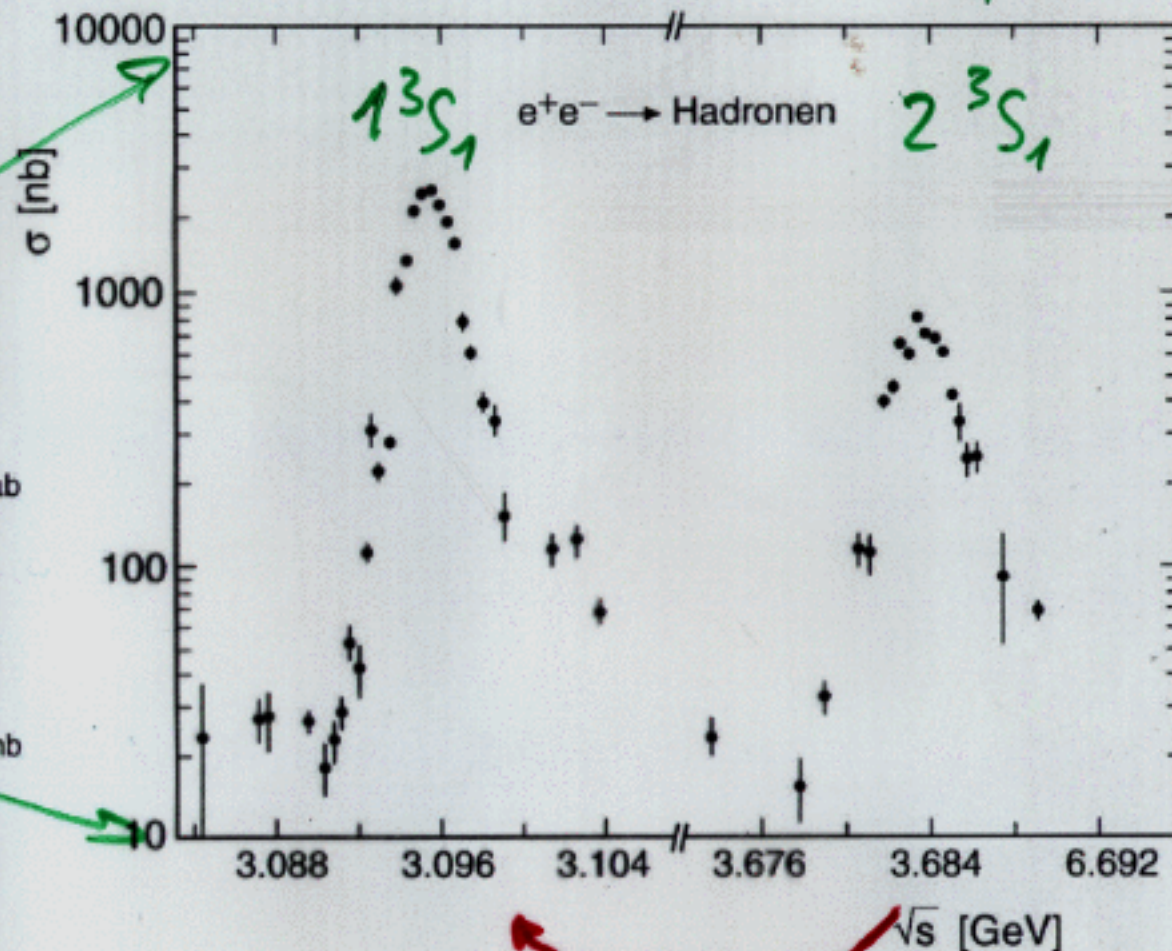
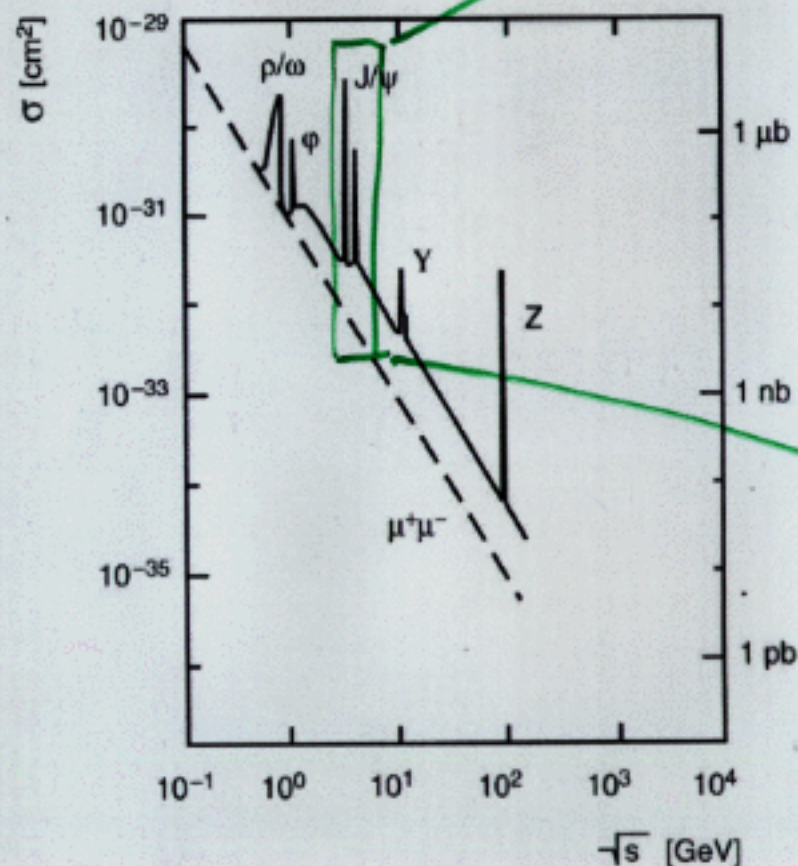
$J=1$

e^+e^- - Annihilation

$n^{2S+1}L_J$

$n^3S_1 \leftrightarrow 1^{--}$

$\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})$



$\Delta E = 600 \text{ MeV}$

Zerfall u.a. über $J/\psi \pi^+\pi^-$

Photonische Zerfallskaskaden

wie in Atomphysik

hermetische Niederenergie- γ -Detektor erforderlich

Richter nannte die neue Resonanz ψ .
 (Ting $\Rightarrow J$)
 Etwas später: $\psi(2S) \rightarrow \psi \pi^+ \pi^-$

$\hookrightarrow e^+ e^-$

100

4 Quarks in hadrons

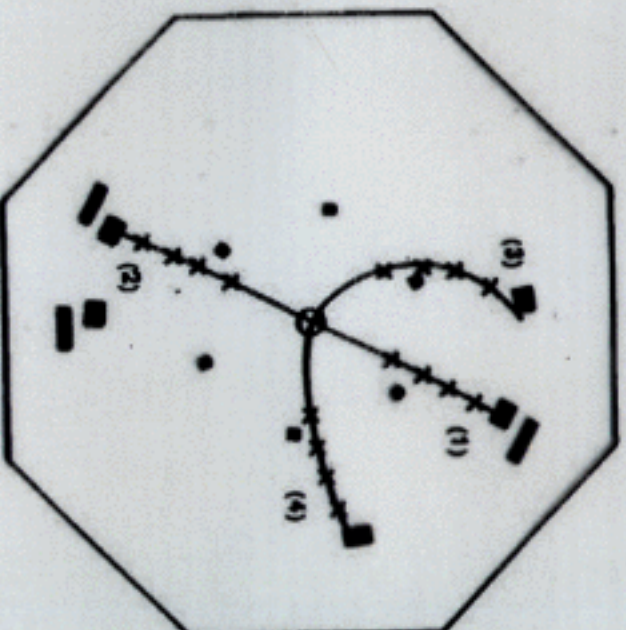
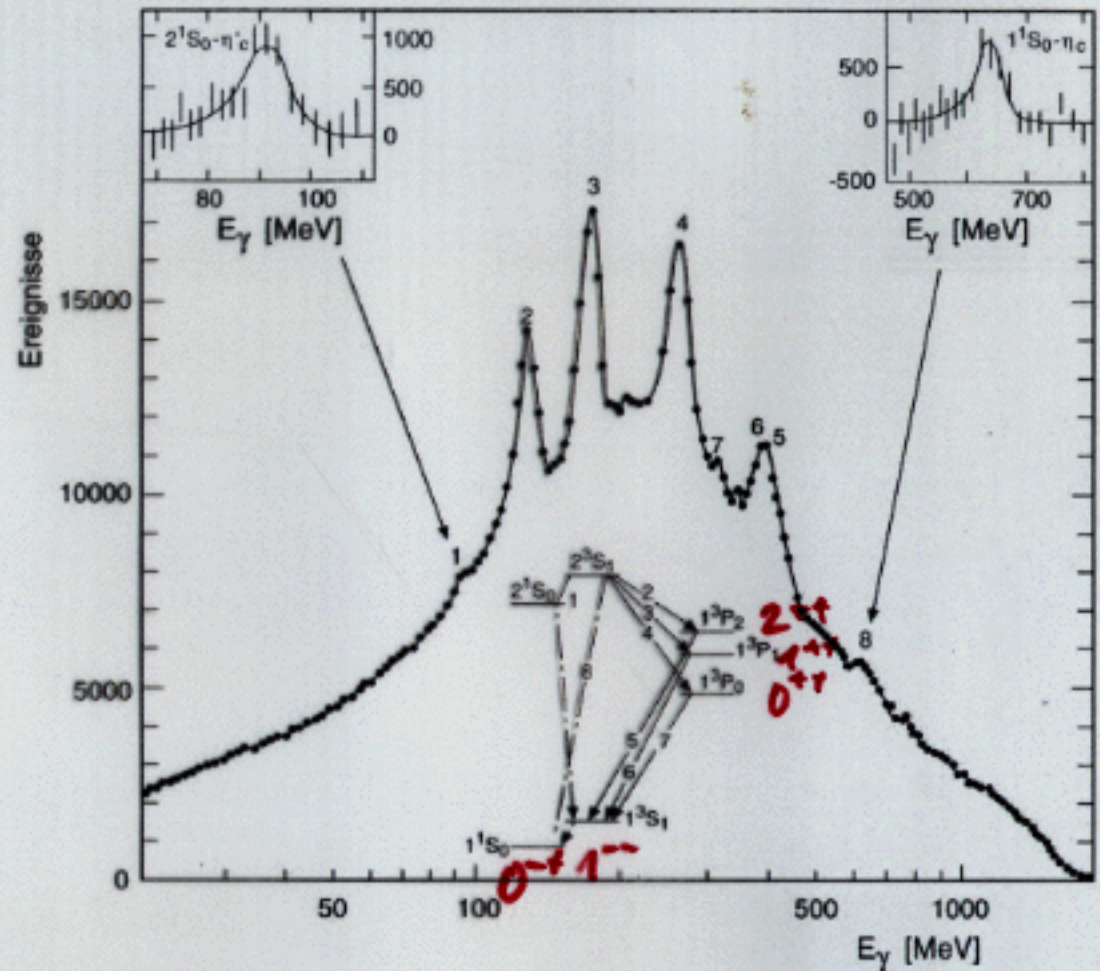
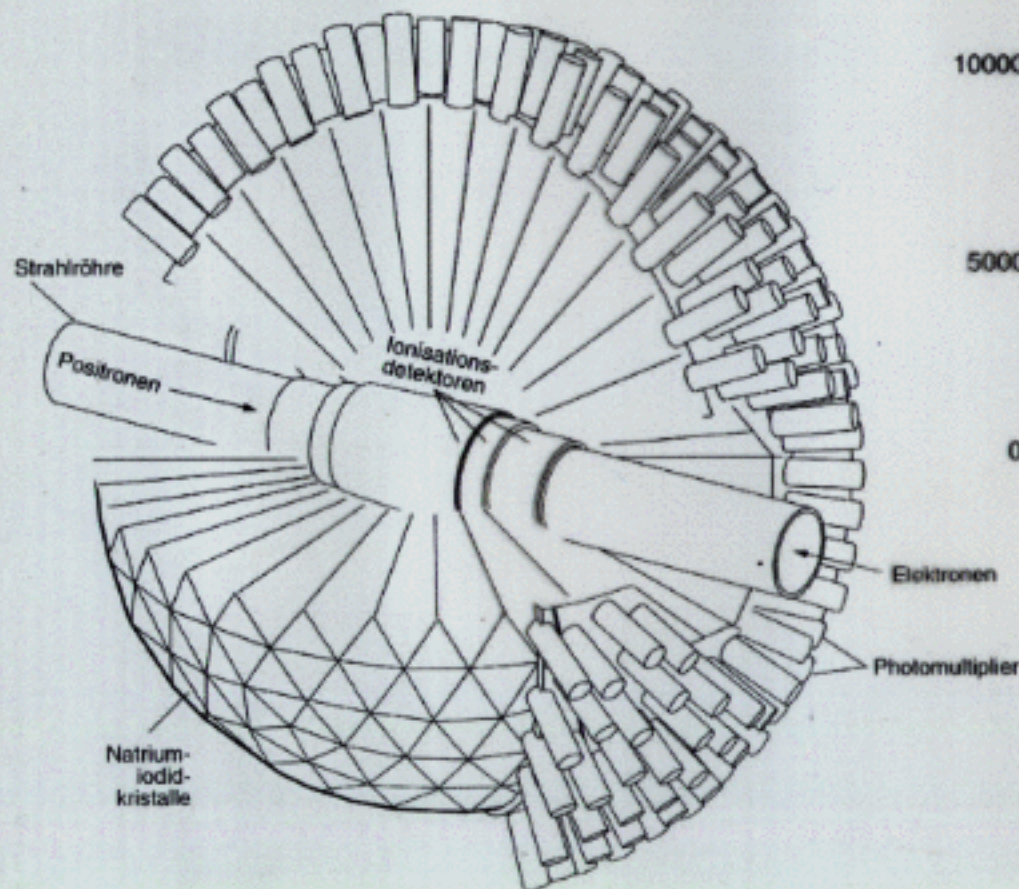


Fig. 4.4. Example of the decay $\psi(3,7) \rightarrow \psi(3,1) + \pi^+ + \pi^-$ observed in a spark chamber detector. The $\psi(3,1)$ decays to $e^+ + e^-$. Tracks (3) and (4) are due to the relatively low energy (150 MeV) pions, and (1) and (2) to the 1.5 GeV electrons. The magnetic field in the SPEAR beam pipe is normal to the plane of the figure. The trajectory shown for each particle is the best fit through the sparks, indicated by crosses. (From Abrams et al. 1975)

4 schreit der
 richtig Name
 zu sein

Charmonium - Spektroskopie

„Crystal-Ball“ Detektor



γ -Spektrum im
Zerfall des $\chi(2^3S_1)$



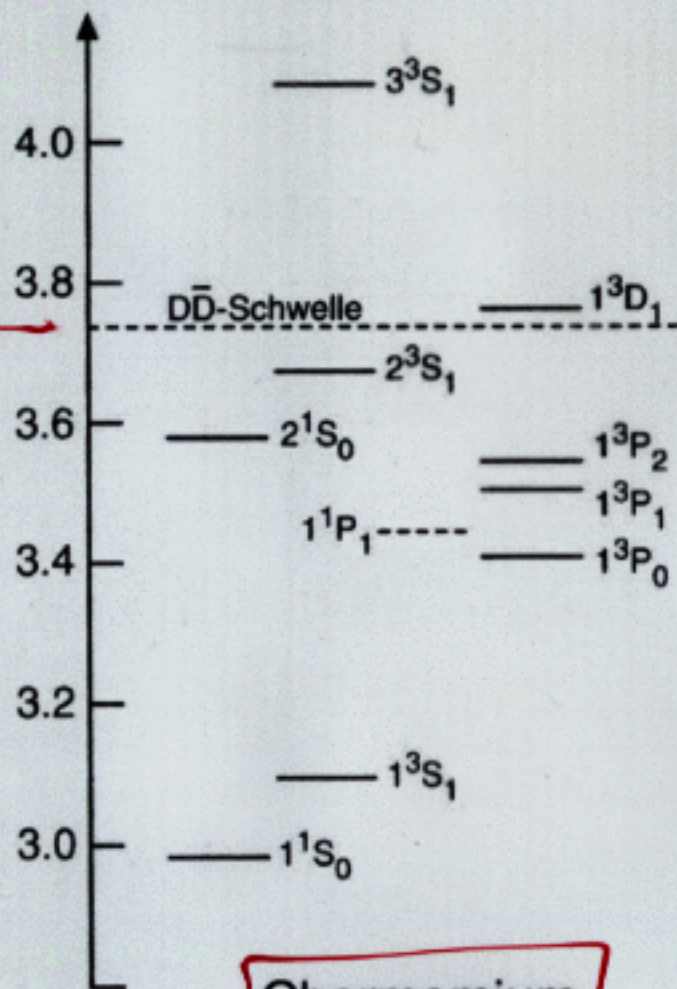


$\times 10^3$ (starke Wechselwirkung !!)

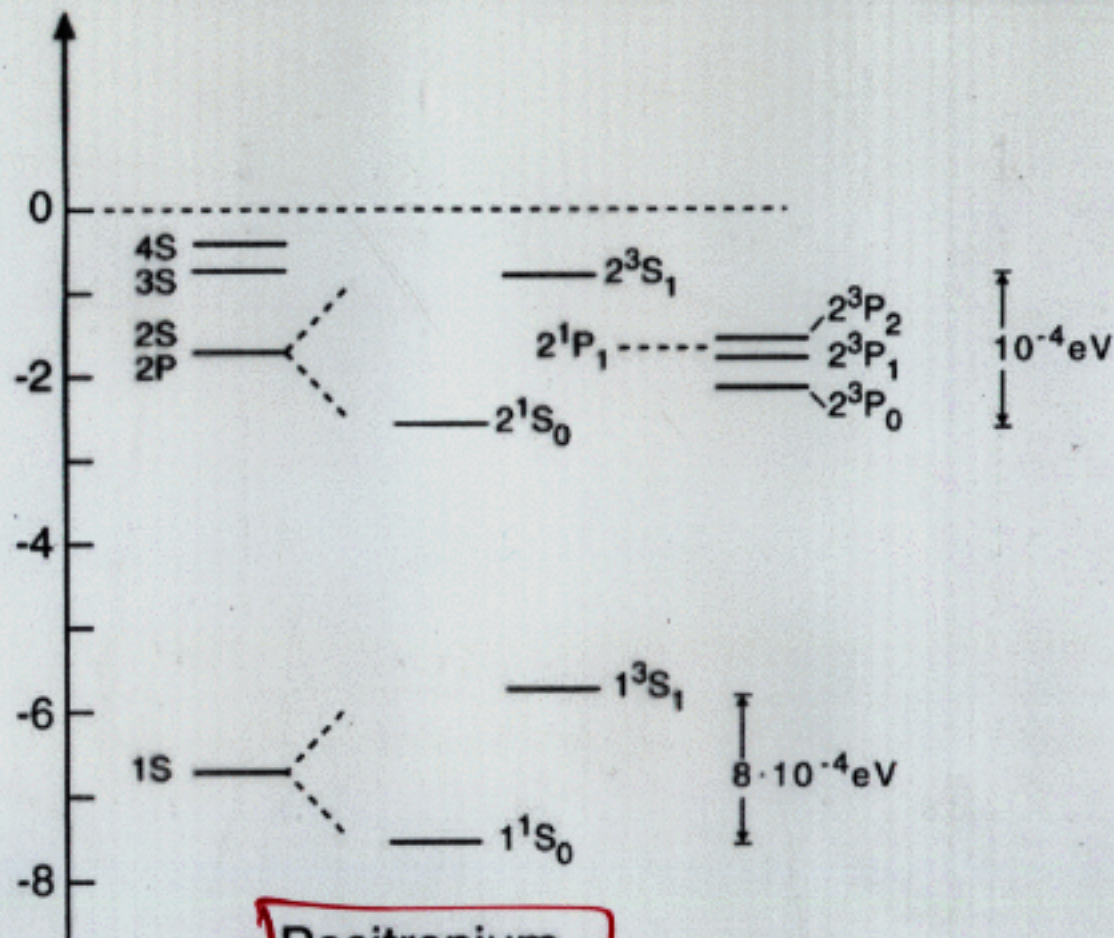
Masse [GeV/c^2]

Bindungsenergie [eV]

zerfällt
in
offenen
Charmen
möglich
↑



Charmonium



Positronium

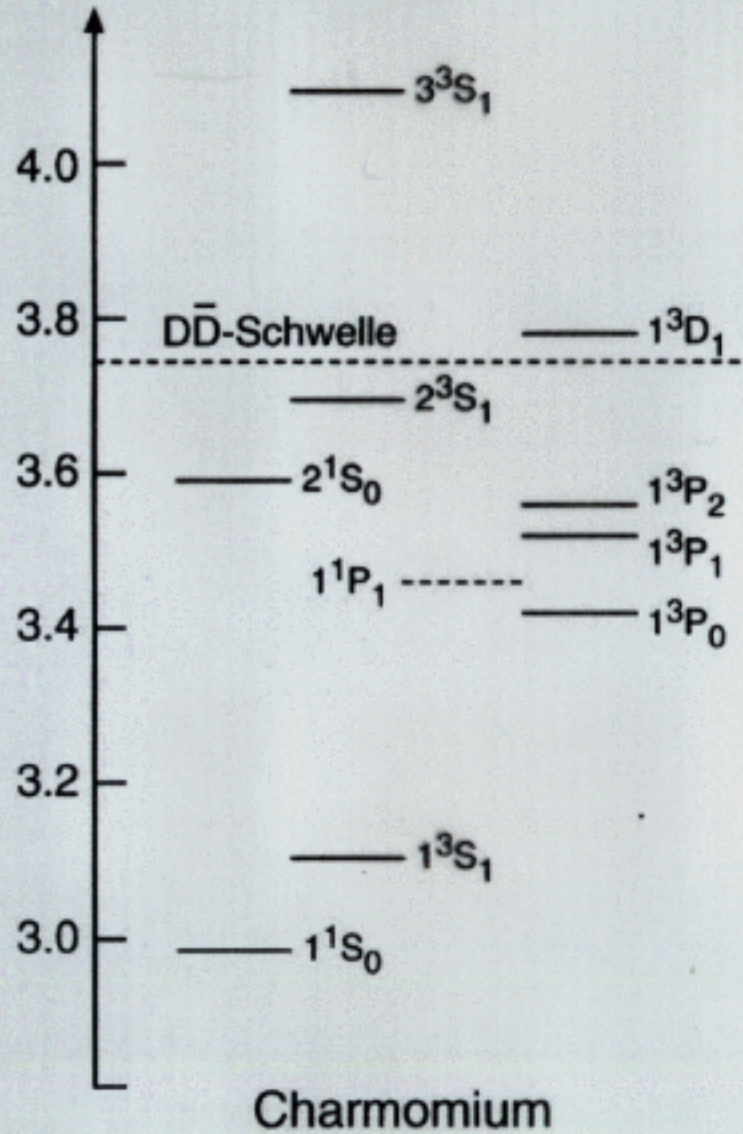
gleiche Symmetrie,
aber anderes Potential!

$c\bar{c}$

Masse [GeV/c^2]

zustände
werden
breit

↑

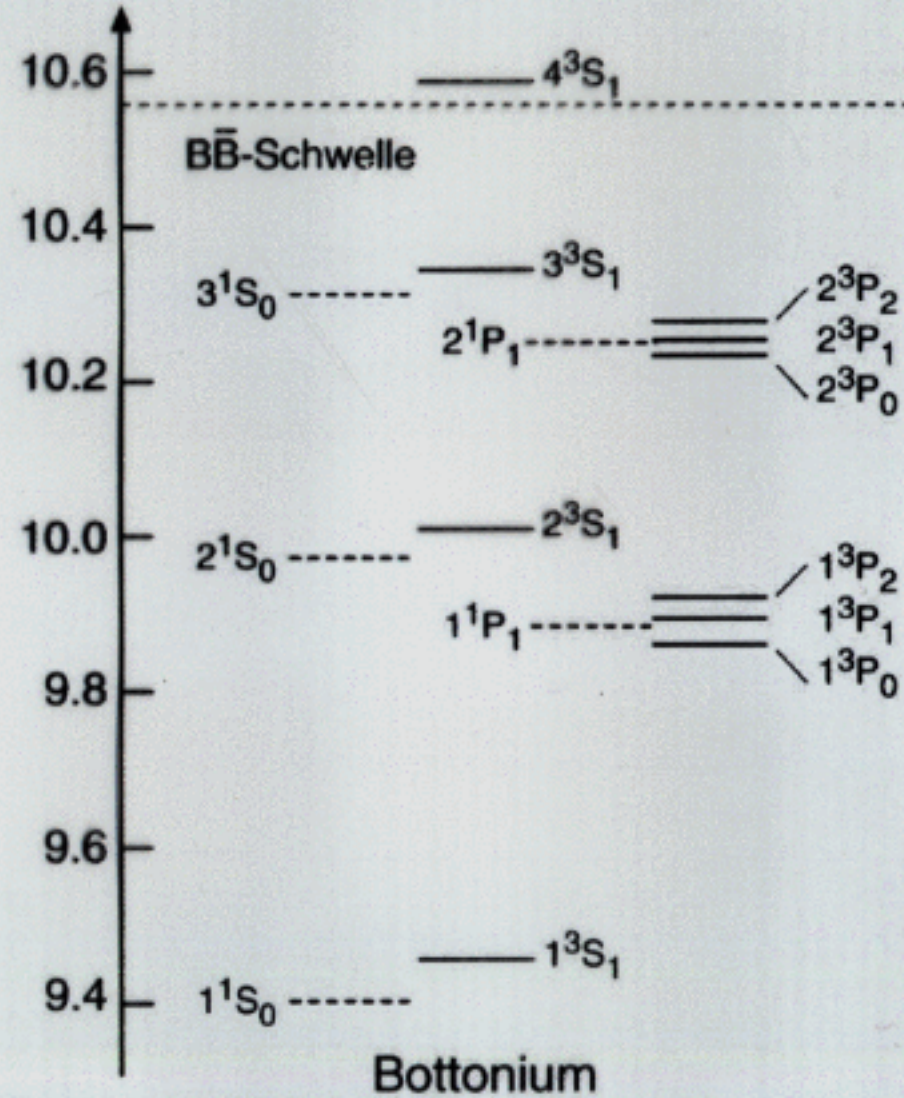


$b\bar{b}$

Masse [GeV/c^2]

zustände
werden
breit

↑



QCD-Potential

kleine Abstände:
asymptotic freedom
wie e.m., Potential $\propto 1/r$

Ansatz:

$$V = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s(r) \hbar c}{r} + k \cdot r$$

+ kinetische Terme $f(m_c)$

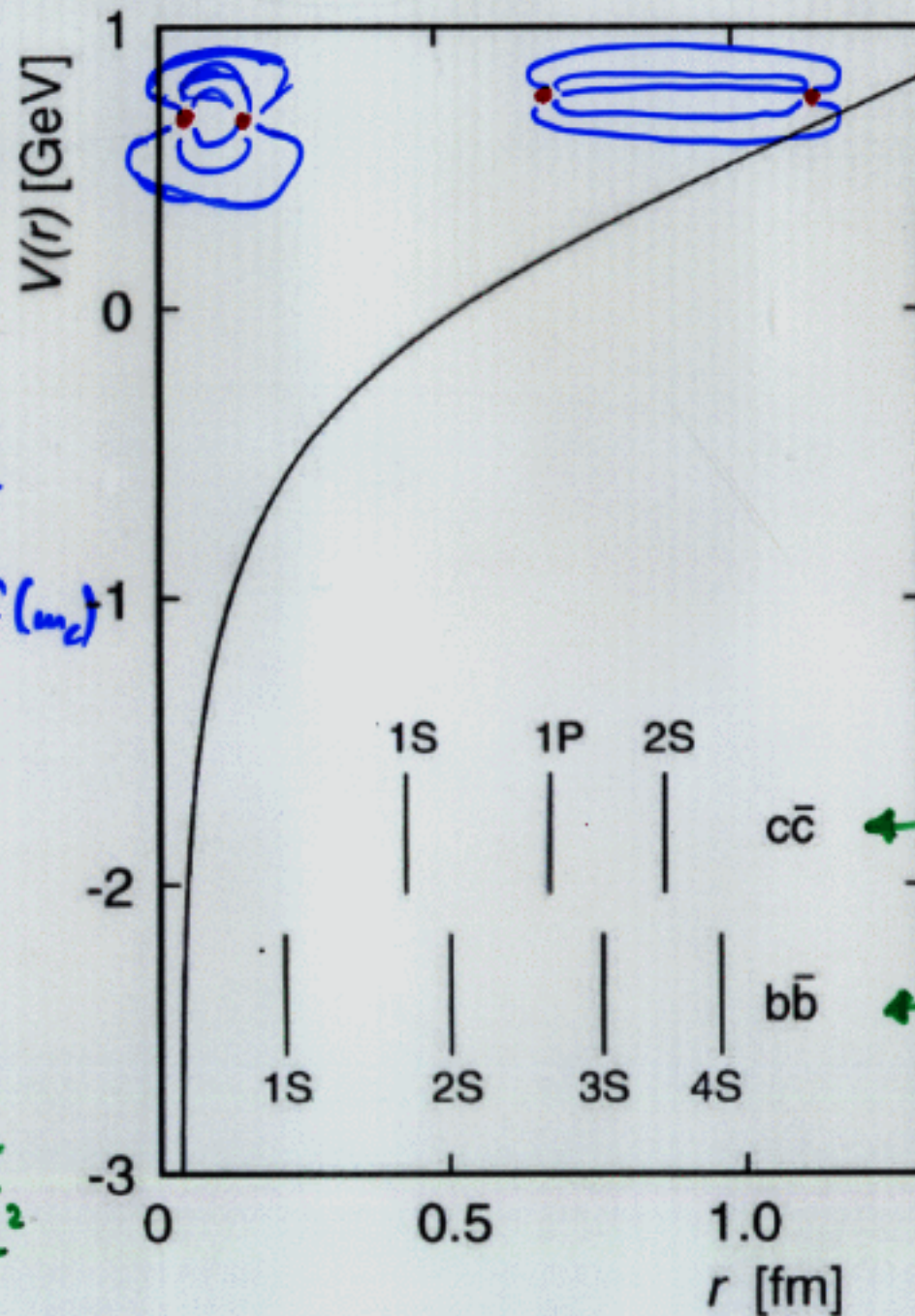
$$\alpha_s \approx 0.15 - 0.25$$

$$k \approx 1 \text{ GeV / fm}$$

$$m_c \approx 1.5 \text{ GeV}$$

$$\alpha_s(r) \leftrightarrow \alpha_s(Q^2)$$

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33-2n_f) \cdot \ln Q^2/\Lambda^2}$$



große Abstände:
Confinement
 $\propto r$

"Radii" der
 $c\bar{c}$ und $b\bar{b}$ -
Systeme
 $\approx$ Abstand der
Quarks