

Spin-Bahn-Kopplung:

$$V(r) = V_{\text{Zentral}}(r) + V_{\text{LS}}(r) \quad \frac{\langle \vec{L} \cdot \vec{S} \rangle}{\hbar^2}$$

$$\vec{j} = \vec{L} \oplus \vec{S} = \begin{cases} (l + \frac{1}{2}) \hbar \\ (l - \frac{1}{2}) \hbar \end{cases}$$

$$W_g \quad \vec{J}^2 = (L + S)^2 = L^2 + S^2 + 2 \vec{L} \cdot \vec{S}$$

$$\Rightarrow \frac{\langle \vec{L} \cdot \vec{S} \rangle}{\hbar^2} = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2} = \begin{cases} \frac{1}{2} & |j = l + \frac{1}{2}| \\ -\frac{(l+1)}{2} & |j = l - \frac{1}{2}| \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta E_{\text{LS}} = \frac{2l+1}{2} \cdot \langle V_{\text{LS}}(r) \rangle}$$

→ LS-Aufspaltung steigt linear mit l an!

$\langle V_{\text{LS}}(r) \rangle$ negativ (im Gegensatz zum Atom)

→ $l + \frac{1}{2}$ Niveau liegt unter $l - \frac{1}{2}$ - Niveau

→ bei höherem l wird LS-Aufspaltung groß und beeinflusst die Lage der „magischen Zahlen“
(Achtung: LS-WW klein im Vergleich zu Schalenabständen)

Ein-Teilchen, ein-Loch-Zustände

$Z, N = \boxed{\text{magisch} + 1} \Rightarrow 1$ „Valenz“- oder „Leerst“-Nukleon
bestimmt Quantenzahlen

^{Doppelt} Magische Kerne: $J^P = 0^+$ $\Rightarrow$ Kern Drehimpuls, kein magnet. Moment,
par. Parität

$Z, N = \boxed{\text{magisch} - 1} \Rightarrow$ verhält sich wie „Loch“ in der
Festkörperphysik. Quantenzahlen werden
durch ein fehlenden Zustand
festgelegt

Magnetische Momente von 1-Teilchen- und 1-Loch-Zuständen
gut vorhersagbar im Schalenmodell:

$$\mu_{\text{Kern}} = \mu_N \cdot \frac{A}{h} \cdot \sum_{i=1}^A (\vec{l}_i \cdot g_l + \vec{s}_i \cdot g_s)$$

$$g_l = \begin{cases} 1 & \text{Protonen} \\ 0 & \text{Neutronen} \end{cases}$$

$$g_s = \begin{cases} +5.58 & \text{Protonen} \\ -3.83 & \text{Neutronen} \end{cases}$$

Deformierte Kerne

bisher: Kern ist kugelsymmetrisch. Seit 1935 schon: es gibt Quadrupolmomente.

Ladungsverteilung: Multipolmomente: 0. Dichte

ungerade Momente = 0
wegen Paritätserhaltung

1. Dipolmoment
2. Quadrupolmoment
3. Oktupolmoment

el. Quadrupolmoment: $Q = \int (3z^2 - \vec{x}^2) \rho(\vec{x}) d^3x$

Ellipsoid



$$Q = \frac{2}{5} \cdot z \cdot e \cdot (a^2 - b^2)$$

Zigarrenförmig: $Q > 0$

oblatenformig: $Q < 0 \iff$



$$\Delta R = a - b, \quad \delta = \frac{\Delta R}{\langle R \rangle}$$

Deformationsparameter

reduziertes Quadrupolmoment: $Q_{\text{red.}} = \frac{Q}{z \cdot e \langle R \rangle^2} = \frac{4}{5} \delta$

Paarungsenergie und Polarisationsenergie

halb gefüllte Schalen:

Atom:

Hund'sche Regel:

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 $p_x \quad p_y \quad p_z$

erst dann $\uparrow\downarrow \quad \uparrow \quad \uparrow$

Grund:

elektrostatische Abstoßung, möglichst großer Abstand

Kern:

gerade umgekehrt: zwei Nukleonen in Mittel anziehende Kraft $\Rightarrow$

1.) zusätzliche Stabilität durch Paarung zweier Nukleonen mit gleicher Ortswellenfunktion und $l_1 = l_2, m_1 = -m_2 \Rightarrow \vec{j}_1 + \vec{j}_2 = 0$
Solche Paare haben $J^P = 0^+ \Rightarrow$ Paarungsenergie

2.) Nukleonenpaare besetzen bevorzugt benachbarte Orbitale (mit benachbarten m) $\Rightarrow$ dadurch entstehen Deformationen

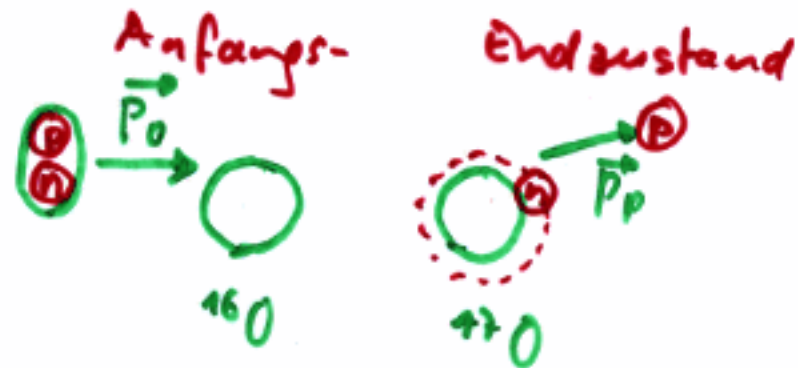
Spin und Parität nicht nur bei doppelt magischen Kernen, sondern immer durch einzelne ungepaarte Nukleonen gegeben! Grundzustand:
gg-Kerne: $J^P = 0^+$ gu-Kerne: $J^P = J^P(\text{ungepaartes Nukleon})$
uu-Kerne: J^P durch Kopplung der beiden ungepaarten Nukleonen

Kernreaktionen

Schreibweise : $a + {}^A_Z = b + {}^{A'}_{Z'}$ $\Leftrightarrow {}^A_Z(a,b) {}^{A'}_{Z'}$

Stripping - Reaktionen : ${}^A_Z(d,p) {}^{A+1}_Z$ ${}^A_Z(d,n) {}^{A+1}_{(Z+1)}$

Deuteron



Wenn $\vec{p}_0$ groß gegenüber Bindungsenergie des Deuterons, ist quantitative Beschreibung möglich.

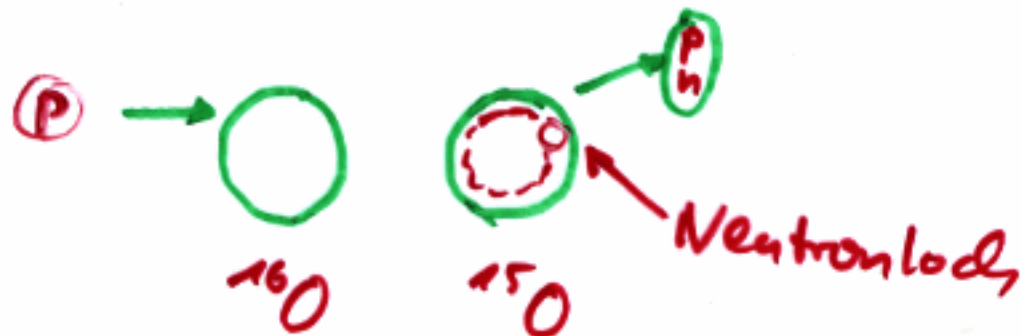
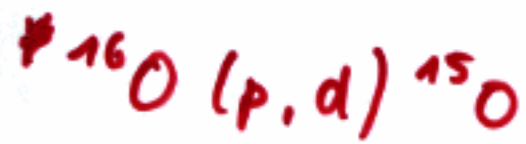
Neutron lagert sich am ${}^{16}_8\text{O}$ -Kern an:

Bahndrehimpuls = Bahndrehimpulsübertrag der Stripping-Reaktion

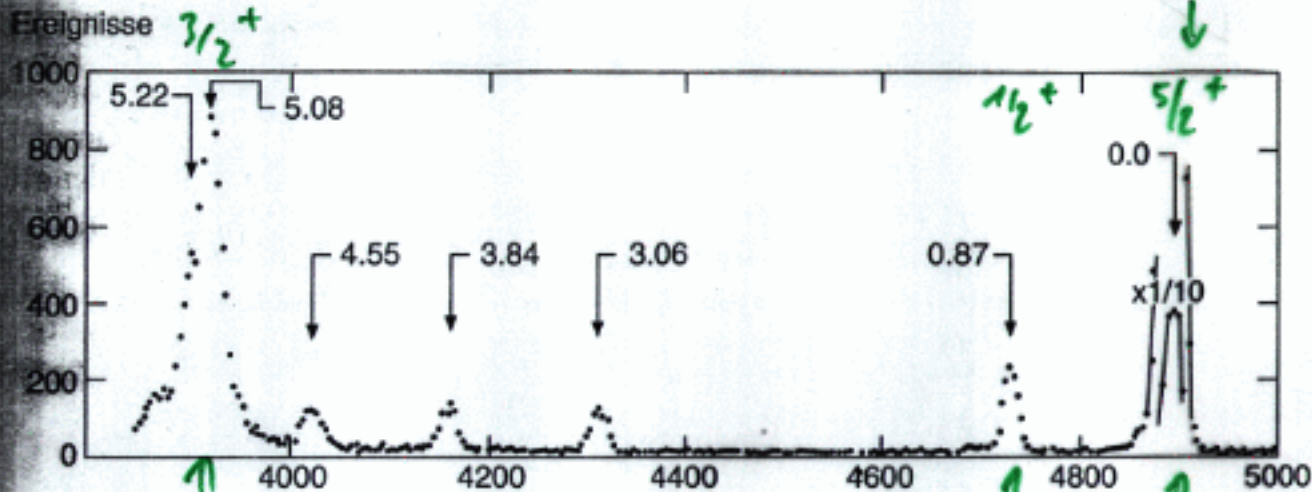
$$L = l\hbar \quad \text{auf Kern mit Radius } R \Rightarrow |q| \approx \frac{l\hbar}{R}$$

$\Rightarrow$ Maxima in der Winkelverteilung lassen auf L schließen!

Pick-Up-Reaktionen :



$^{16}\text{O} (d, p) ^{17}\text{O}$



$\theta = 45^\circ$

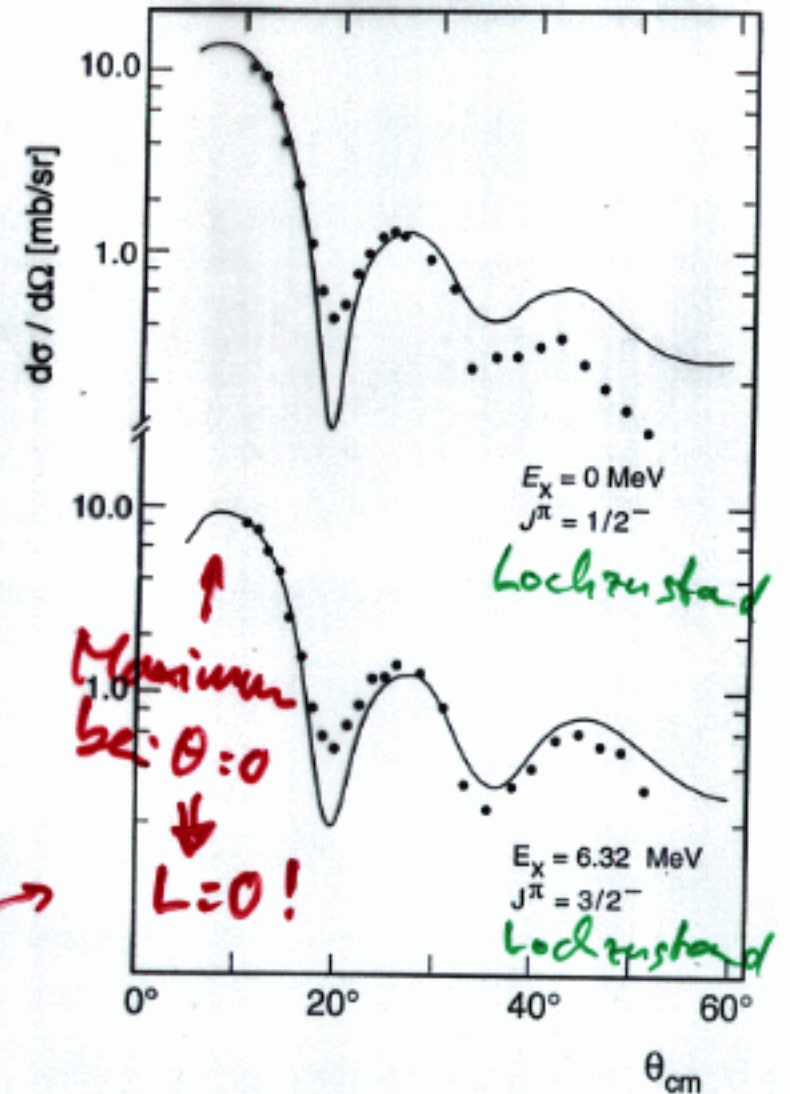
$n - 1d_{3/2}$

Kanalnummer
 $\propto$ Protonenergie

$n - 2s_{1/2}$
 $n - 1d_{5/2}$

Modellrechnungen gut bei
kleinen Impulsüberträgen,
später nicht mehr

$^{16}\text{O} (d, ^3\text{He}) ^{15}\text{N}$



β -Zerfall des Kerns

freies Neutron $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$

(durch Umwandlung von d- $\rightarrow$ u)

im Kern:

- ⊗ Matrixelement enthält Überlapp der Kernwellenfunktionen des Anfangs- und Endzustands
- ⊗ Differenz der Bindungsenergie vor und nach Zerfall definiert Typ des Zerfalls (β^- oder β^+) und Größe des Phasenraums
- ⊗ Coulomb-WW beeinflusst das Energiespektrum der emittierten e^- bzw. e^+ und modifiziert den Phasenraum

Phasenraumfunktion
incl. Coulomb-WW

$$f(z', E_0) = \int_1^{E_0} E_e \sqrt{E_e^2 - 1} \cdot (E_0 - E_e) \cdot F(z', E_e) dE_e$$

mit $E = E/m_0 c^2$

$$ft\text{-Werte: } f(z', E_0) \cdot t_{1/2} = ft = \frac{2\pi^3 \hbar^7}{m_e^5 c^4} \ln 2 \frac{1}{V^2} \frac{1}{|M_F|^2} \left\{ \begin{array}{l} 10^3 \text{ sec} \\ \vdots \\ 10^{12} \text{ sec} \end{array} \right.$$

β -Zerfall : V-A Theorie auf Quark-Ebene

Im Kern: sowohl V als auch A-Anteile

reine V-WW: Fermi-Zerfälle : Spin ändert sich nicht
Gesamtspin von e und ν_e ist Null

reine A-WW: Gamow-Teller-Zerfälle
Gesamtspin von e und ν_e ist 1

Entwicklung nach Bahndrehimpuls : $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

$$|\vec{p}| \cdot R / \hbar \approx 10^{-2}$$

$ft \propto |M|^2 \Rightarrow$ jede Einheit von L unterdrückt $10^{-3} \cdot 10^{-4}$

$l=0$: erlaubt

$l=1$: „verboten“

$l=2$: „zweifach verboten“

} nur wichtig, wenn
kleinere L wg.
Quantenzahlen nicht
möglich

$1^- \rightarrow 0^+$ wg. Parität nicht mit $l=0$ erlaubt,

also nur mit $l=1$
 $^{145}\text{In} (J^P = 9/2^+) \rightarrow ^{145}\text{Sn} (J^P = 7/2^+) \Rightarrow \log(ft) = 22.9 \rightarrow t_{1/2} = 6 \cdot 10^{14} \text{ Jahre (!)}$

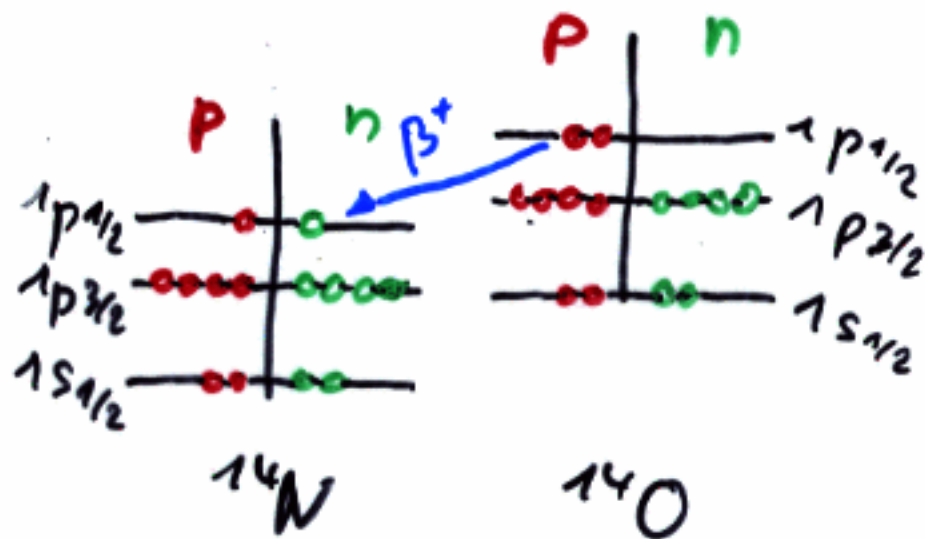
„Übererlaubte Zerfälle“:

ψ Anfang und ψ Ende haben großen Überlapp $\Rightarrow$
 entstehendes P hat gleiche Quantenzahlen wie zerfallendes n
 beide Kerne in gleichem Isospinmultiplett
 $t_f \approx t_f(\text{freies Neutron})$

Übererlaubte Zerfälle

meistens β^+

(wegen Coulomb-Energie sind Kerne mit $Z > N$ weniger stark gebunden)



0^+ 0^+
 reine Fermi-Zerfall

Verbotene Zerfälle

$4^- \rightarrow 0^+$ 3fach verboten

in angeregten Zustand 2^+ nur einfach verboten,

aber kleiner Phasenraum $\Rightarrow$ $t_{1/2} = 1.27 \cdot 10^9$ Jahre

^{40}K ist einziges mittelschwere Nuklid,

das nennenswert zur natürlichen Radioaktivität beiträgt

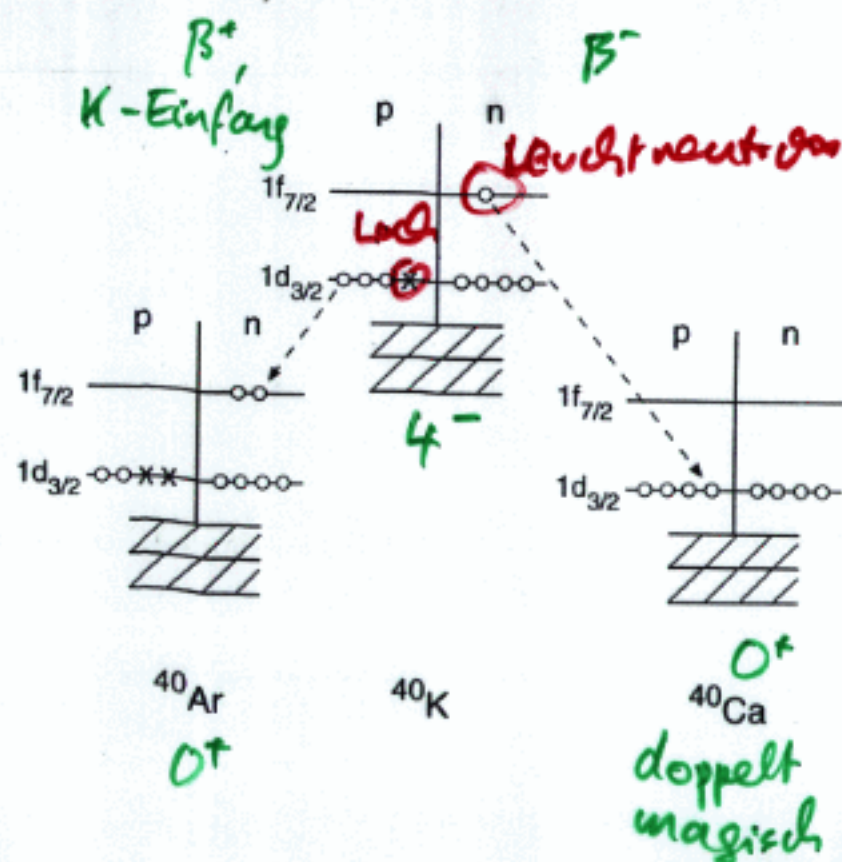


Abb. 17.18. Skizze des β^+ - und β^- -Zerfalls von ^{40}K im Schalenmodell. Die Energien sind nicht maßstabgetreu dargestellt.

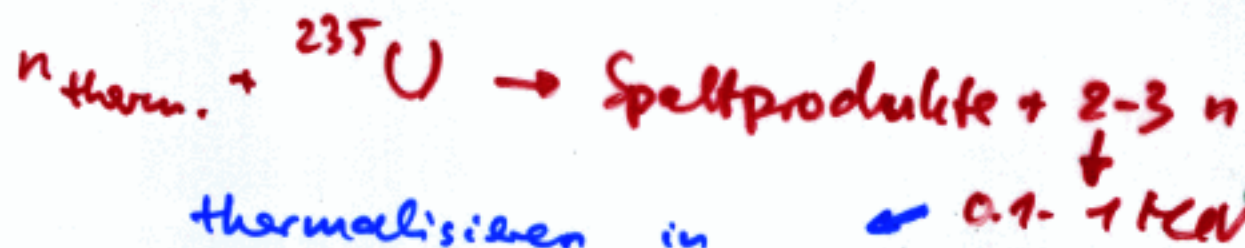
Zerfall in hoch angeregte Tochterzustände

Neutronenreiche Kerne (Spaltprodukte!) zerfallen in einer Serie von β^- -Zerfällen mit viel Energie.

$\Rightarrow$ es entstehen auch hoch angeregte Tochterkerne, die Neutronen emittieren können

$\Rightarrow$ verzögerte Neutronenemission (gesteuert von schwacher WW)

$\Rightarrow$ wichtig zur Steuerung von Kernreaktoren

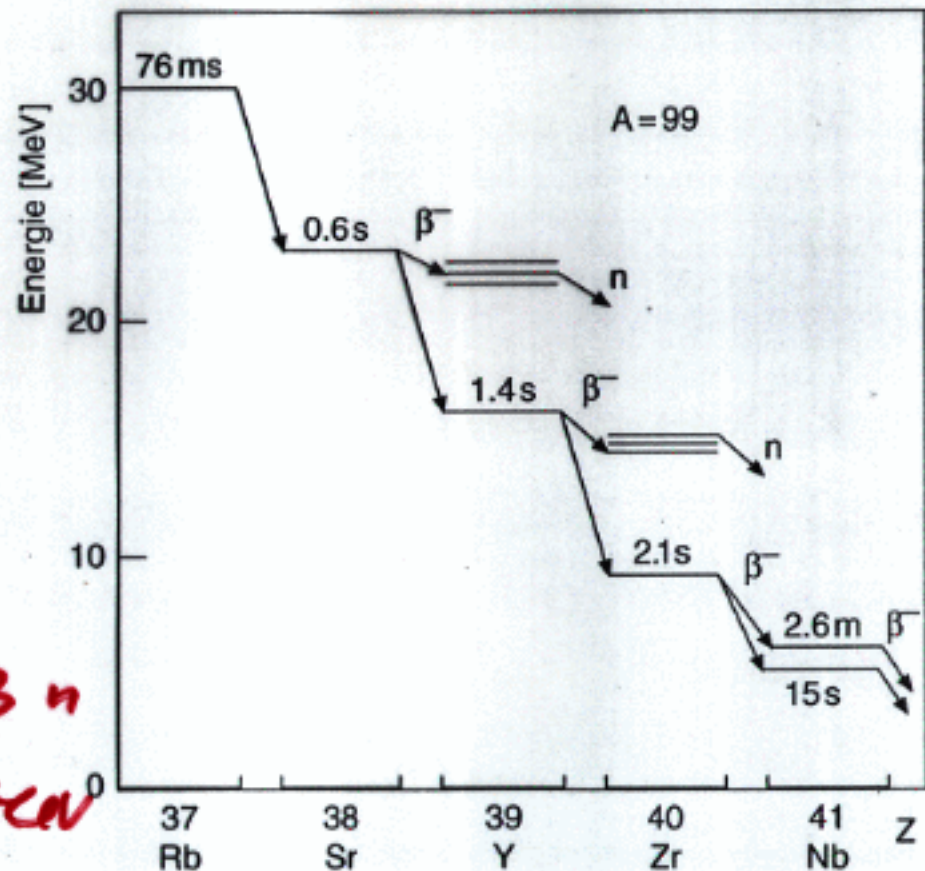


thermalisieren in Moderator material

induzieren weitere Spaltungen

$\Rightarrow$ direkte Neutronen: $k < 1$

Steuerung auf $k = 1$ mit verzögerten Neutronen (Zeitkonstante $\approx 1 \text{ sec}$)



Isobare mit $A = 99$

Zyklus: 1 ms $\Rightarrow$ zu kurz, um Kettenreaktion zu kontrollieren