

6.2. Quasielastische Streuung

[ohne Rückstoß]

Erinnerung: e^- -Sreuung an ruhenden Nukleonen:
Laborenergie E Masse M

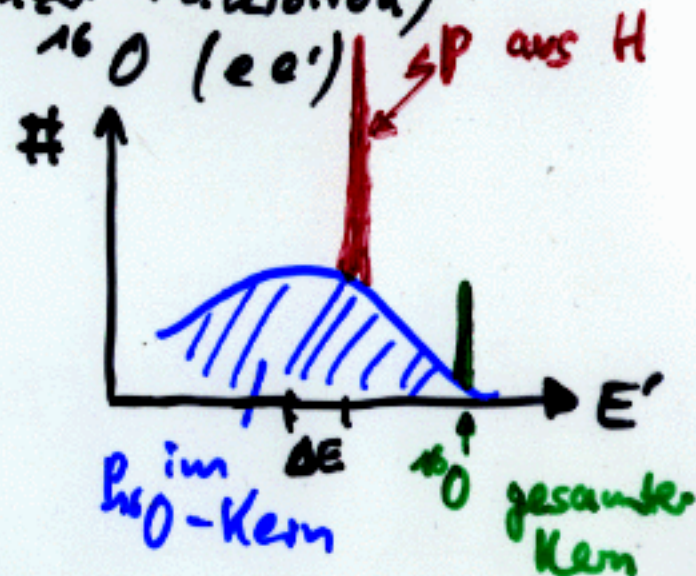
$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{Mc^2}(1 - \cos\theta)}$$

feste Relation
 zwischen E' und θ

Jetzt: Experiment mit gebundenen Nukleonen durchführen.

Energiespektrum wird komplizierter

Bsp: $H_2^{16}O$ (ee') am MAMI (Mainzer Mikrotron)
Überlagerung von p (ee') und ^{16}O (ee')



Interpretation:

(q.e.) quasielastische Streuung an den Nukleonen im ^{16}O -Kern

Breite: Dopplereffekt

Verschiebung: Austrittsarbeit aus Kernpotential

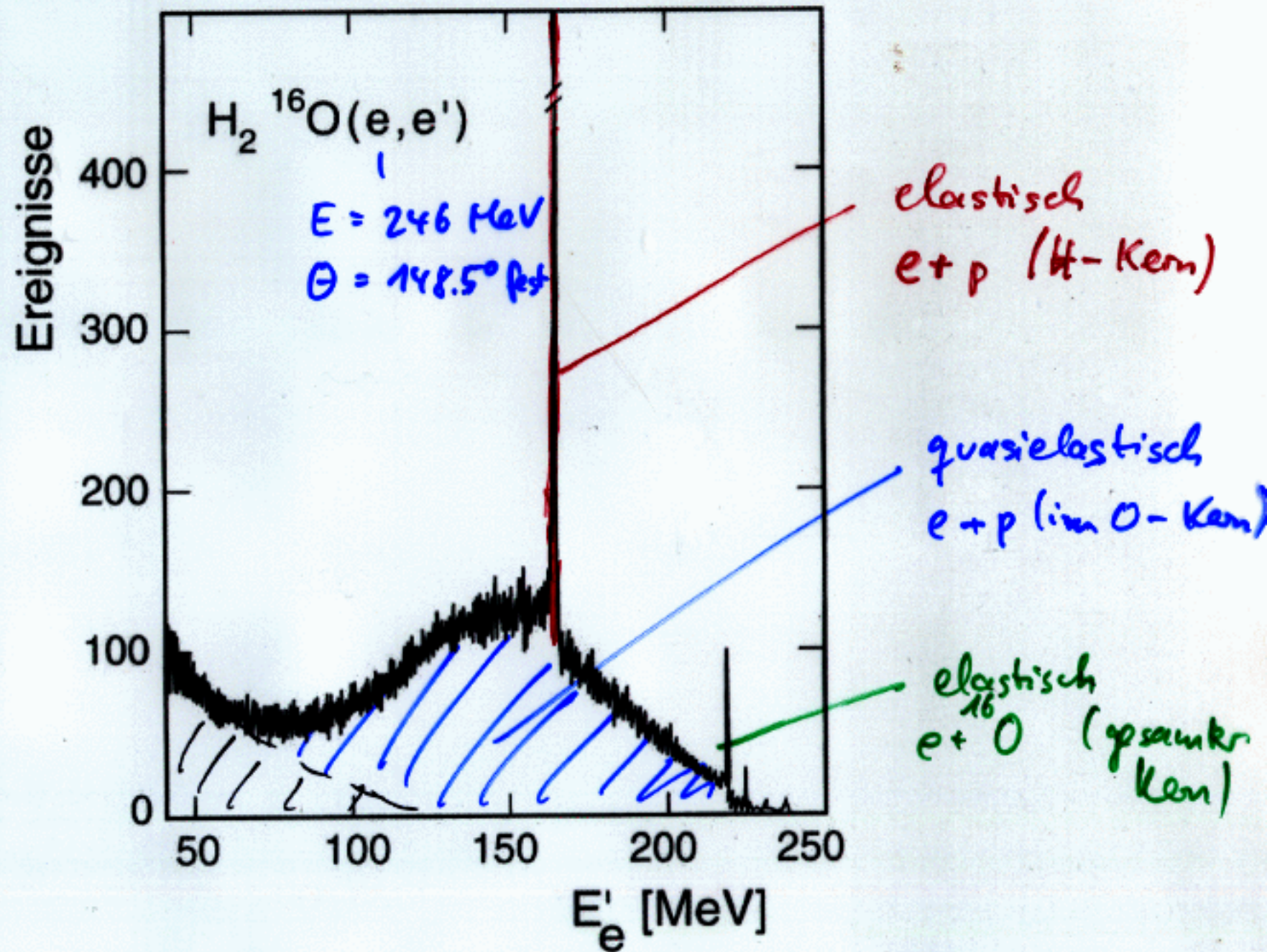
Modell:

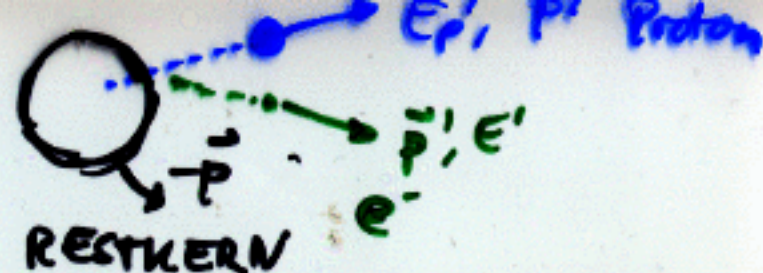
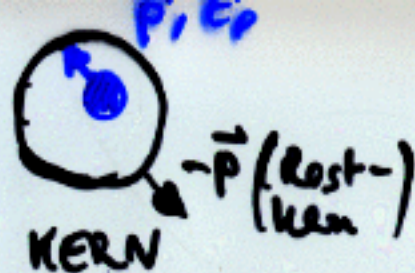
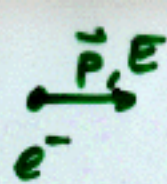
Stoßnäherung: e^- -WW mit einzelnen Nukleonen

Herauslösen aus dem Kernverband: Austrittsarbeit $\Rightarrow \Delta E$

Breites Spektrum: Nukleonen bewegen sich schnell und $\sim$ frei im Kern $\Rightarrow$ Dopplereffekt

Elektron - Wasser - Streuung (HAM1)





Proton bewegt sich mit Impuls $\vec{p}$ im effektiven mittleren Kernpotential S

$$\text{Bindungsenergie} := S - \frac{p^2}{2M}$$

Energieübertrag von e^- auf p : $\rightarrow$

für „hohe e^- -Energie“ $E', E \gg m_e c^2$
kleine Impulsüberträge $|\vec{p}|, |\vec{p}'| \ll Mc$

$$\vec{p} + \vec{p}' = \vec{p}' + \vec{p}' \quad \text{Kinematik:}$$

$$\vec{p}' = \vec{q} + \vec{p}$$

$$E + E_p = E' + E_p'$$

Impulserhaltung e, p

Impulserhaltung e, p

Energieerhaltung e, p

$$\Delta = E - E' = E_p' - E_p$$

$$= Mc^2 + \frac{p'^2}{2M} - (Mc^2 + \frac{p^2}{2M} - S)$$

$$= \frac{1}{2M} (\vec{p}'^2 - \vec{p}^2) + S$$

$$= \frac{1}{2M} (\vec{q}^2 + \vec{p}^2 + 2\vec{q} \cdot \vec{p} - \vec{p}^2) + S$$

$$= \frac{q^2}{2M} + S + \left[\frac{2\vec{q} \cdot \vec{p}}{2M} \right] \frac{|\vec{q}| |\vec{p}| \cdot \cos \alpha}{M}$$

$$\alpha = \angle \vec{q}, \vec{p}$$

Kugelsymmetrische Verteilung von $\vec{P} \Rightarrow$ zeitliches Mittel $\Rightarrow \langle \vec{q} \cdot \vec{P} \rangle = 0$

$$\hookrightarrow \langle \nu \rangle = \nu_0 = \frac{\vec{q}^2}{2M} + S \quad \text{mit Breite } \sigma_\nu = \sqrt{\langle (\nu - \nu_0)^2 \rangle}$$

$$\Delta E \text{ in H}_2\text{O (ee')} \sim 15 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow S \approx 15 \text{ MeV}$$

$$\sigma_{E'} \sim \sigma_\nu \approx \frac{70 \text{ MeV FWHM}}{2.3}$$

$$\approx 30 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow \langle \vec{P}^2 \rangle = \left(\sigma_\nu \cdot \frac{M}{|\vec{q}|} \right)^2 \cdot 3$$

$$= \left(30 \cdot \frac{938}{378} \right)^2 \cdot 3$$

$$= 128^2$$



mittlerer Nukleonimpuls

im Kern ist 128 MeV

(sehr hoch!) $\Rightarrow$ Was bedeutet das?

Modell: Fermi - Gas

Definition Varianz

$$= \sqrt{\langle \frac{|\vec{q}|^2 |\vec{p}|^2 \cos^2 \alpha}{M^2} \rangle}$$

$$= \frac{|\vec{q}|}{M} \sqrt{\langle \vec{P}^2 \cos^2 \alpha \rangle} = \frac{|\vec{q}|}{M} \sqrt{\frac{1}{3} \langle \vec{P}^2 \rangle}$$

$\langle \cos^2 \alpha \rangle$ in Kugelkoordin.

$$= \frac{1}{4\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\cos \alpha=-1}^{+1} \cos^2 \alpha \, d\cos \alpha \, d\varphi$$

$$= \frac{1}{3}$$

$$q^2 = \frac{4EE'}{c^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$= 4 \cdot 246 \cdot 150 \cdot \sin^2 74^\circ$$

$$= 143000 \approx 378^2$$

Einschub: Fermi-Gas-Modell

[Povh 17.1]

p, n unabhängige Fermionensysteme mit Fermi-Dirac-Statistik
freie Bewegung im Kernvolumen; Pauli-Prinzip

Jedes Nukleon „sieht“ die Superposition der Kernpotentiale
der anderen Nukleonen $\Rightarrow$ effektiver Potentialtopf

$$dn = \frac{4\pi p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} \cdot V = \text{Zahl der Zustände in Vol. } V \text{ und } \vec{p} \dots \vec{p} + d\vec{p}$$

Grundzustand: Alle Zustände bis $\vec{p}_{\max} = \vec{p}_F$
($T=0$) besetzt: $n = \frac{V p_F^3}{6\pi^2 \hbar^3}$

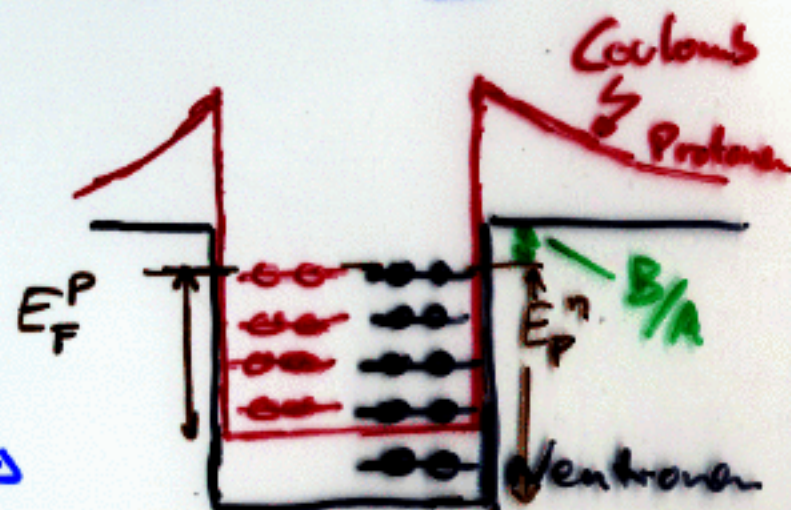
Teilchenzahlen: $N = \frac{V \cdot (p_F^n)^3}{3\pi^2 \hbar^3}$ $Z = \frac{V \cdot (p_F^p)^3}{3\pi^2 \hbar^3}$

(Spin: 2/Zustand)

Isoskalärer Kern: $N=Z \Rightarrow \frac{A}{2}$ ergibt:

$$p_F = p_F^p = p_F^n = \frac{\hbar}{R_0} \left(\frac{9\pi}{8} \right)^{1/3} = 250 \text{ MeV}$$

$\Rightarrow$ Die Nukleonen können sich im Kern mit hohem Impuls bewegen
(vgl. Unschärferelation $\Delta p \cdot \Delta x \approx \hbar$ für ein auf Δx lokalisiertes Teilchen)



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi R_0^3 \cdot A$$

$\hookrightarrow 1.2 \text{ fm}$

"Fermi-Energie" : $E_F = \frac{p_F^2}{2M} \approx 33 \text{ MeV}$

⇒ Tiefe des Potentialtopfs : $V_0 = E_F + \frac{B}{A} \approx 40 \text{ MeV}$
 $\nwarrow \sim 7-8 \text{ MeV/Nukleon}$

- unabhängig von A
- nicht extern vorgegeben, sondern durch WW unter den Nukleonen erzeugt.
- KEINE gute Näherung für kleine A

E_F konstant $\Rightarrow$
 konstante Kerndichte
 Zunahme der Nukleondichte wg.
 des mit A größeren Kernvolumens

$N > Z$ für schwere Kerne: $E_F^n \leq E_F^p$ für stabile Kerne, sonst β -Zerfall
 p sind wegen Coulomb-Abstoßung schwächer gebunden als n : $N > Z$
 ⇒ "n-Topf" tiefer als p-Topf

Verbindung mit $\langle p^2 \rangle$ aus quasi-elastischer Streuung
 (Breite der E -Verteilung):

$$\langle E_{kin} \rangle_{\text{pro Nukleon}} = \frac{\int_0^{p_F} E_{kin} p^2 dp}{\int_0^{p_F} p^2 dp} = \frac{\int_0^{p_F} \frac{p^2}{2M} p^2 dp}{\int_0^{p_F} p^2 dp} = \frac{3}{5} \frac{p_F^2}{2M} \stackrel{\text{abg.}}{=} \frac{\langle p^2 \rangle}{2M}$$

$$\Rightarrow \boxed{p_F^2 = \frac{5}{3} \langle p^2 \rangle}$$

Datenbeispiele:

1974 - 1974

320-500 MeV e^- , $\theta = 60^\circ$

	${}^6\text{Li}$	${}^{12}\text{C}$	${}^{59}\text{Ni}$	${}^{208}\text{Pb}$	
PF [MeV/c]	169	221	260	265	± 5
S [MeV]	17	25	36	44	± 3

Formfaktoren von Mesonen: π , K $q\bar{q}$ -Systeme mit Spin 0

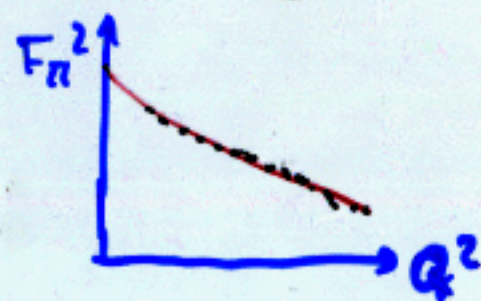
nur elektrische Formfaktoren

$$m_\pi \approx 140 \text{ MeV}$$

$$m_K \approx 494 \text{ MeV}$$

Streuung an H- Hüllenelektronen

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\cos\theta) \rightarrow FF(Q^2)$$



Fit an Monopol-Form: $F(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)^{-1}$

$$\Lambda^2 \approx 6 / \langle r^2 \rangle$$

$$\pi: \sqrt{\langle r^2 \rangle} = 0.67(2) \text{ fm (u}\bar{d})$$

$$K: \sqrt{\langle r^2 \rangle} = 0.58(2) \text{ fm kleiner} \rightarrow \text{stärker gebunden (s}\bar{u})$$