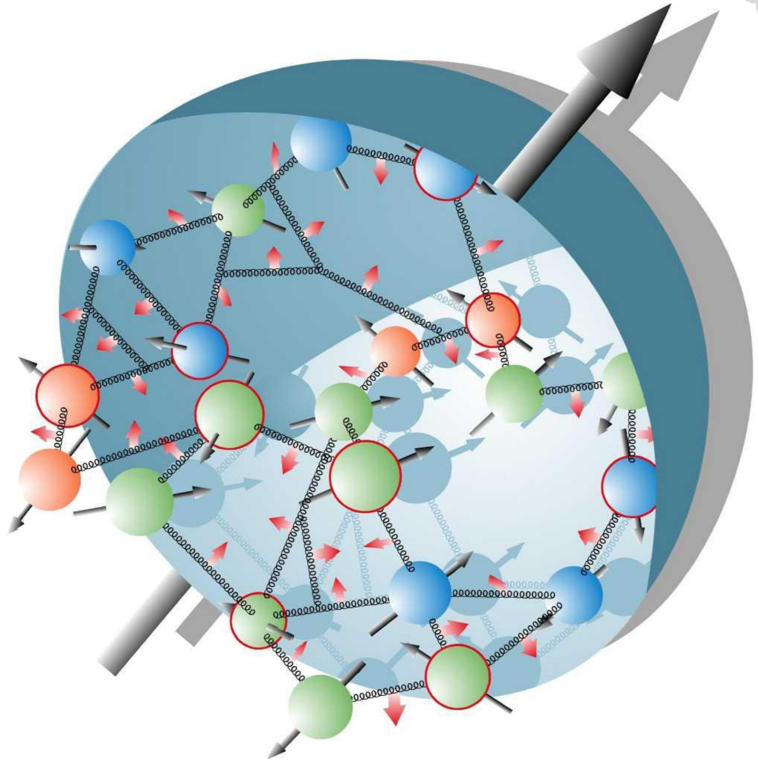
Karlsruhe Institute of Technology



Kerne und Teilchen

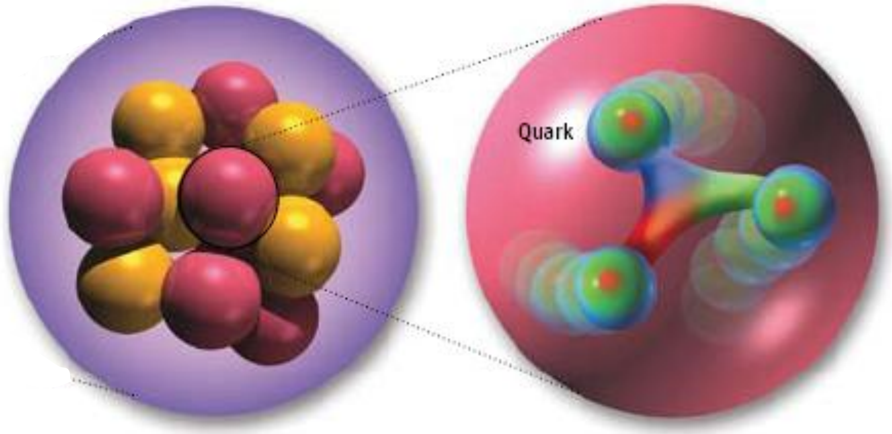
Physik VI

Vorlesung # 07 4.5.2010

Guido Drexlin, Institut für Experimentelle Kernphysik

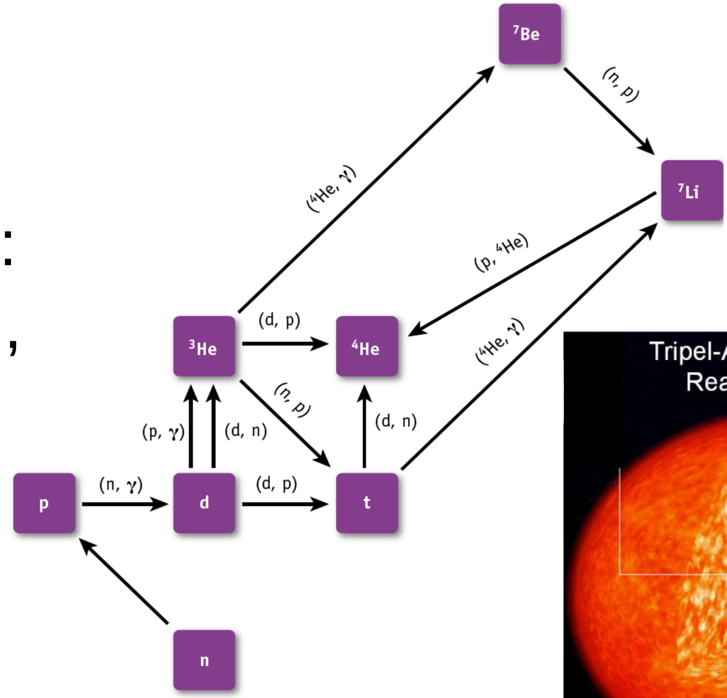
Nukleonen

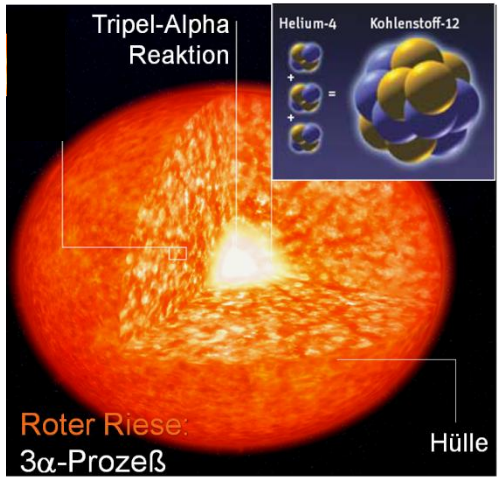
- Vierervektoren & Viererimpuls Q^2
- elektrischer & magnetischer Formfaktor: Rosenbluth Formel, Dipol-Charakter
- Resonanzen & invariante Massen
- tiefinelastische Elektronstreuung
- Strukturfunktionen



Fusionsreaktionen

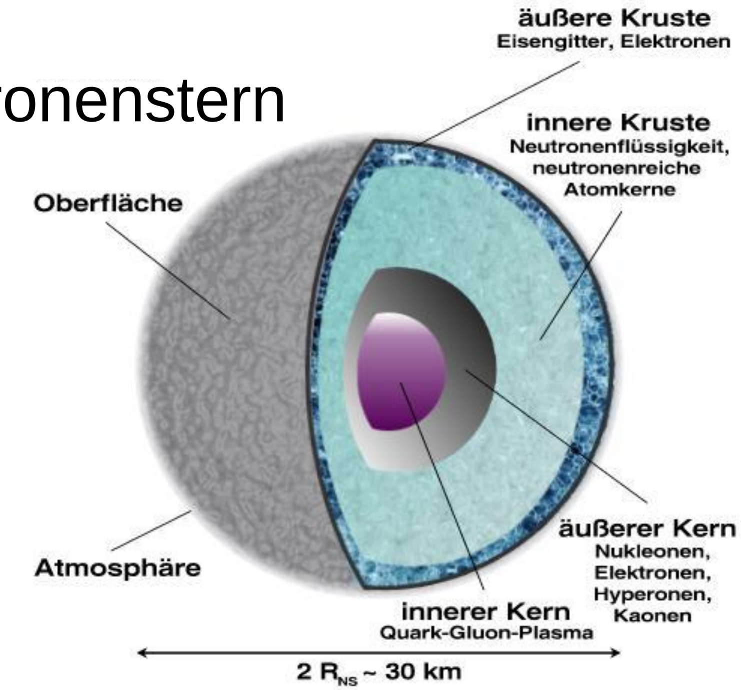
- **primordiale Nukleosynthese** im Urknall:
  Bildung der leichten Elemente Deuterium, Helium & Lithium
  ↳ Baryonengehalt im Universum (4 %)
  ↳ Zahl der Teilchengenerationen (N = 3)





- **Elementsynthese** in Sternen:
  - pp-Fusion/CNO-Zyklus in Sternen
  - Tripel-Alpha Reaktion in Roten Riesen (über 7.6 MeV ^{12}C-Resonanz)
  - schwere Sterne: Fusion bis Fe, Ni
  - Kernkollaps: Supernova (SNa)

Neutronenstern



- **Elementsynthese** jenseits Fe-56:
  - explosiv/schnell: r-Prozess in SNae
  - langsam: s-Prozess in roten Riesen
  - Anlagerung von Neutronen, ß-Zerfälle

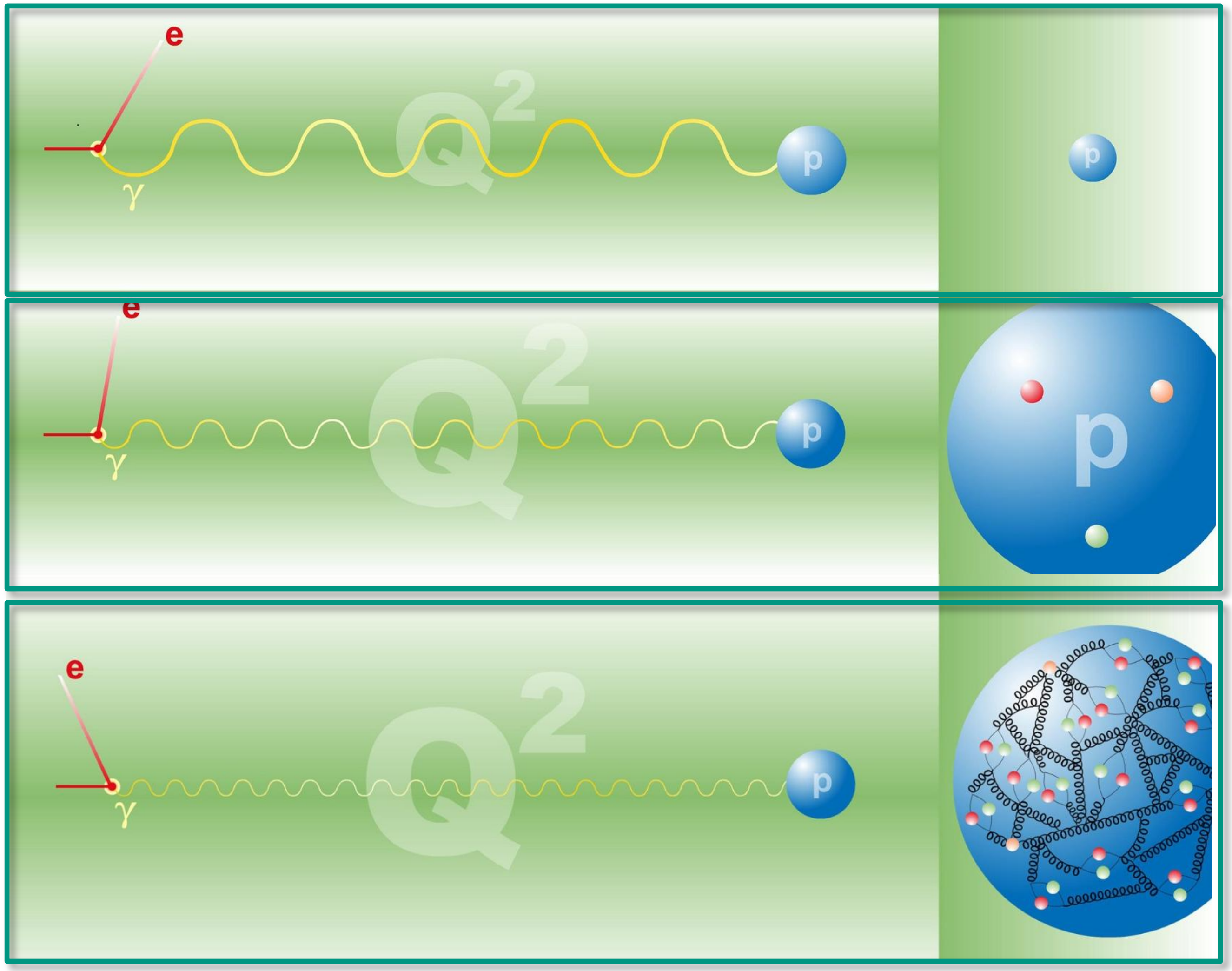
Struktur des Nukleons

- zur Untersuchung der **inneren Struktur der Nukleonen** (qqq-Zustände) benutzt man Elektronen immer höherer Energie:

kleiner Impulstransfer:
- Proton erscheint strukturlos
- exponentiell abfallende Ladungsverteilung

mittlerer Impulstransfer:
- Proton hat innere Struktur: Partonen manifistieren sich - 3 Valenzquarks

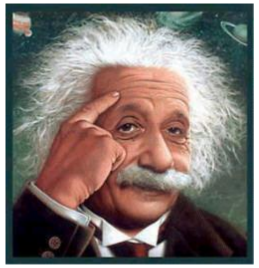
hoher Impulstransfer:
- Proton hat komplexe innere Struktur: 3 Valenzquarks, Seequarks, Gluonen



Nukleonrückstoß & Vierervektoren

Karlsruhe Institute of Technology

- zur Untersuchung der inneren Struktur der Nukleonen müssen Elektronen im Energiebereich E > 1 GeV (vgl. de Broglie Wellenlänge) eingesetzt werden
- relativistische Behandlung erfordert Übergang von klassischen 3-er Impulsen $\vec{p}$ und der Energie E zu Vierervektoren (p, p', q) Bildung von **Lorentz-invarianten Größen** p^2 (Viererimpuls) mit

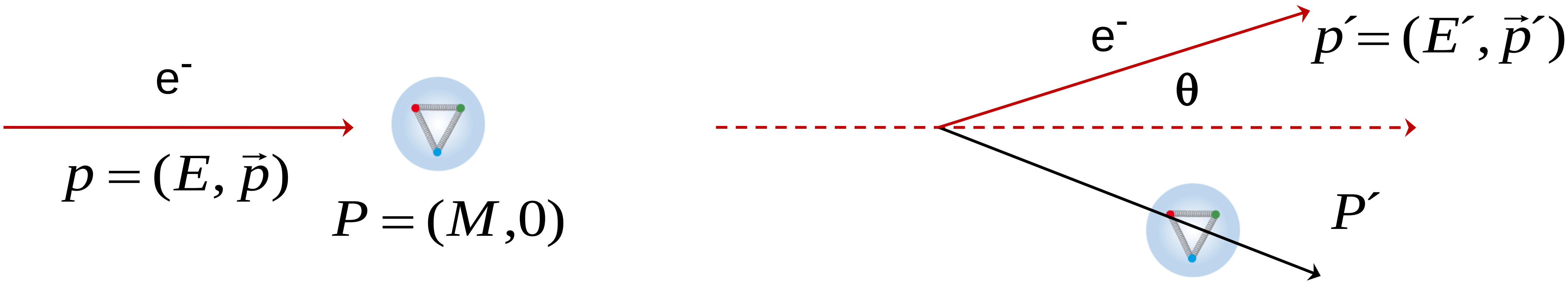


$$p = (E, \vec{p}) \qquad p^2 = p_\mu \cdot p^\mu = E^2 - \vec{p}^{\,2} = m^2$$

invariante Ruhemasse *m*

$$\boxed{E^2 = \vec{p}^{\,2} + m^2}$$

- bei einem Stoßprozess bleibt der Vierer-Impuls p_{tot} des Systems erhalten
- bei E = 1 GeV: **Rückstoßenergie des Nukleons** nicht mehr vernachlässigbar



4-er Impulstransfer Q^2

- multiplikativer Korrekturfaktor durch den Nukleonrückstoß für den Mott-Streuquerschnitt (Elektron-Energie E → E´):

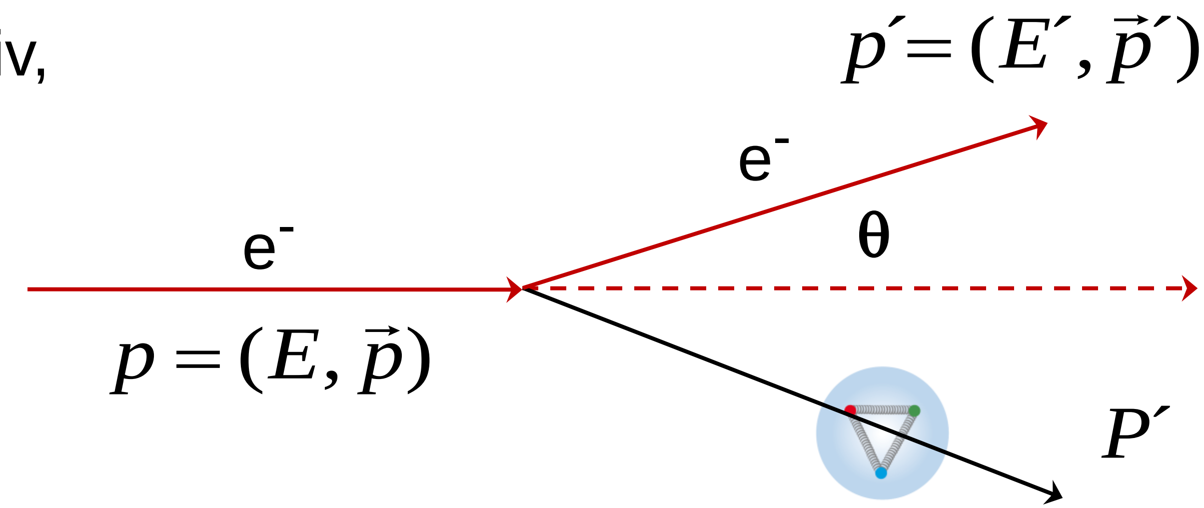
$$\boxed{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{*}_{Mott} \cdot \frac{E'}{E}} \quad \text{mit} \quad \frac{E'}{E} = \frac{1}{1+\frac{2E\sin^2(\theta/2)}{M}}$$

- Definition des Lorentz-invarianten **Vierer-Impulsübertrags *q*:**

$$\boxed{q^2 = (E-E')^2 - (\vec{p}-\vec{p}\,')^2 \cong -4\cdot E\cdot E'\cdot\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

4er-Impulsübertrag ist immer negativ, daher ist es per Konvention üblich, den positiven **Impulstransfer Q^2** zu benutzen:

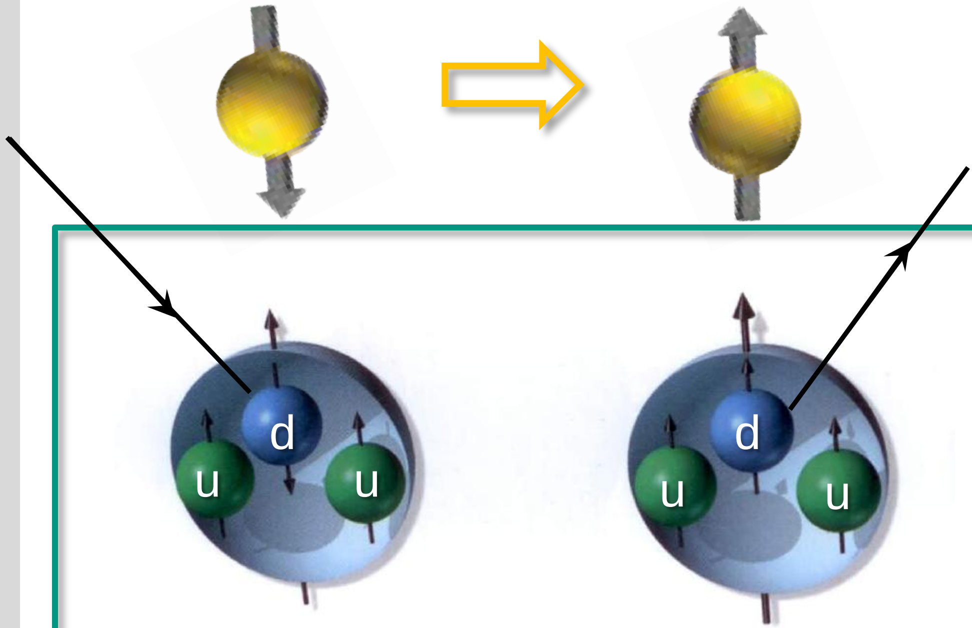
$$\boxed{Q^2 = -q^2}$$



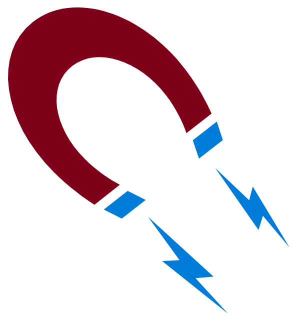
elektrische & magnetische Formfaktoren

- bei hohen Elektronenergien erfolgt die Wechselwirkung nicht nur über die elektrische Ladungsverteilung ρ(r), sondern auch über das **magnetische Moment μ des Nukleons**, diese ´magnetische´ Wechselwirkung ist verantwortlich für den **Spinflip** des Nukleons bei der inelastischen Elektronenstreuung

$$\boxed{\mu = g \cdot \frac{e}{2M} \frac{\hbar}{2}}$$



S = 1/2 S = 3/2



Baryonenresonanzen

S = ½ **Proton**
m = 938.27 MeV

S = 3/2 **Δ^+ Resonanz**
m = 1232 MeV

elektrischer & magnetischer Formfaktor

- beide Prozesse werden parametrisiert durch die beiden Sachs-Formfaktoren:
  - **elektrischer Formfaktor $G_E(Q^2)$:** beschreibt die Verteilung der elektrischen Ladung im Nukleon
  - **magnetischer Formfaktor $G_M(Q^2)$:** beschreibt die Verteilung der Magnetisierung im Nukleon

- für Vorwärtsstreuung ($Q^2 \rightarrow 0$) erhält man die **Ladung q** bzw. das **magnetische Moment μ** des Nukleons (das e^- fliegt weit am Nukleon vorbei)

Proton

$G_E(0) = 1$
$G_M(0) = 2.79$

Neutron

$G_E(0) = 0$
$G_M(0) = -1.91$

⇒

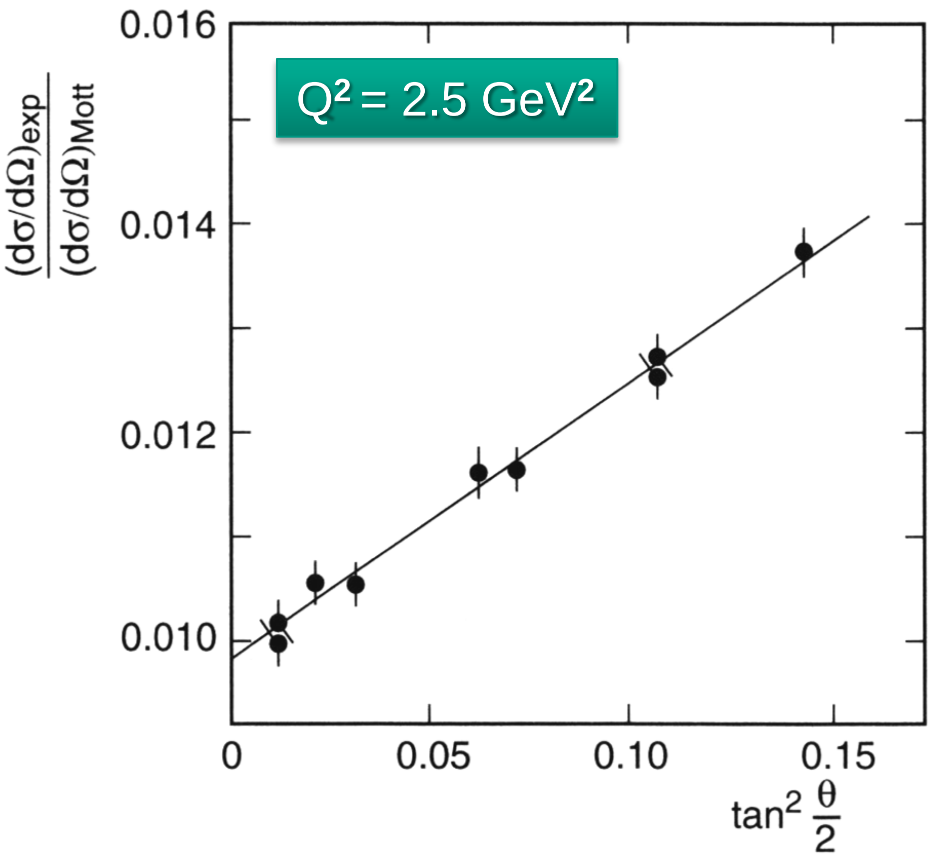
$g_{Dirac} = 2.00$
$g_{Proton} = 5.58$
$g_{Neutron} = -3.82$

- für punktförmige Teilchen erwartet man entsprechend der Dirac-Gleichung einen g-Faktor g = 2, d.h. der g-Faktor der Nukleonen weicht signifikant vom Dirac-Wert ab: **anomale magnetische Momente der Nukleonen**

Rosenbluth-Formel

- Verallgemeinerung des Mott-Querschnitts zur **Rosenbluth-Formel**:

$$\boxed{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\exp} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \cdot \frac{E'}{E} \cdot \left[\underbrace{\frac{G_E^2 + \frac{Q^2}{4M^2} G_M^2}{1+\frac{Q^2}{4M^2}}}_{\theta\text{-unabhängig}} + \underbrace{\frac{Q^2}{2M^2} \cdot G_M^2 \cdot \tan^2\frac{\theta}{2}}_{\text{abhängig von Winkel } \theta} \right]}$$



$A(Q^2)$ + $B(Q^2) \cdot \tan^2(\theta/2)$

- für einen festen Wert von Q^2 werden verschiedene Streuwinkel θ gemessen (feste Strahlenergie)
- Aufteilung in einen winkelabhängigen und einen winkelunabhängigen Term:
  - aus Steigung wird G_M bestimmt
  - aus Achsenabschnitt wird G_E bestimmt

Dipol-Formfaktor des Nukleons

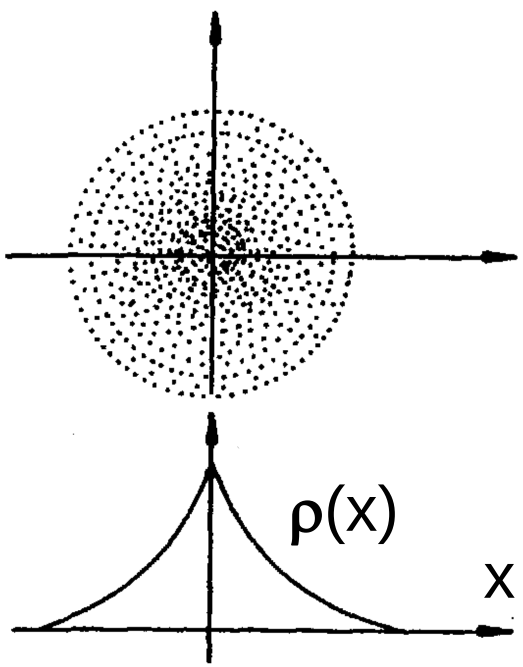
- $G(Q^2)$ bei verschiedenem Impulstransfer Q^2: der Verlauf der Nukleon-Formfaktoren als Funktion von Q^2 zeigt einen typischen **Dipol-Charakter**

$$\boxed{G(Q^2) = \frac{1}{(1+1.41\cdot Q^2\,[GeV^2c^{-2}])^2}}$$

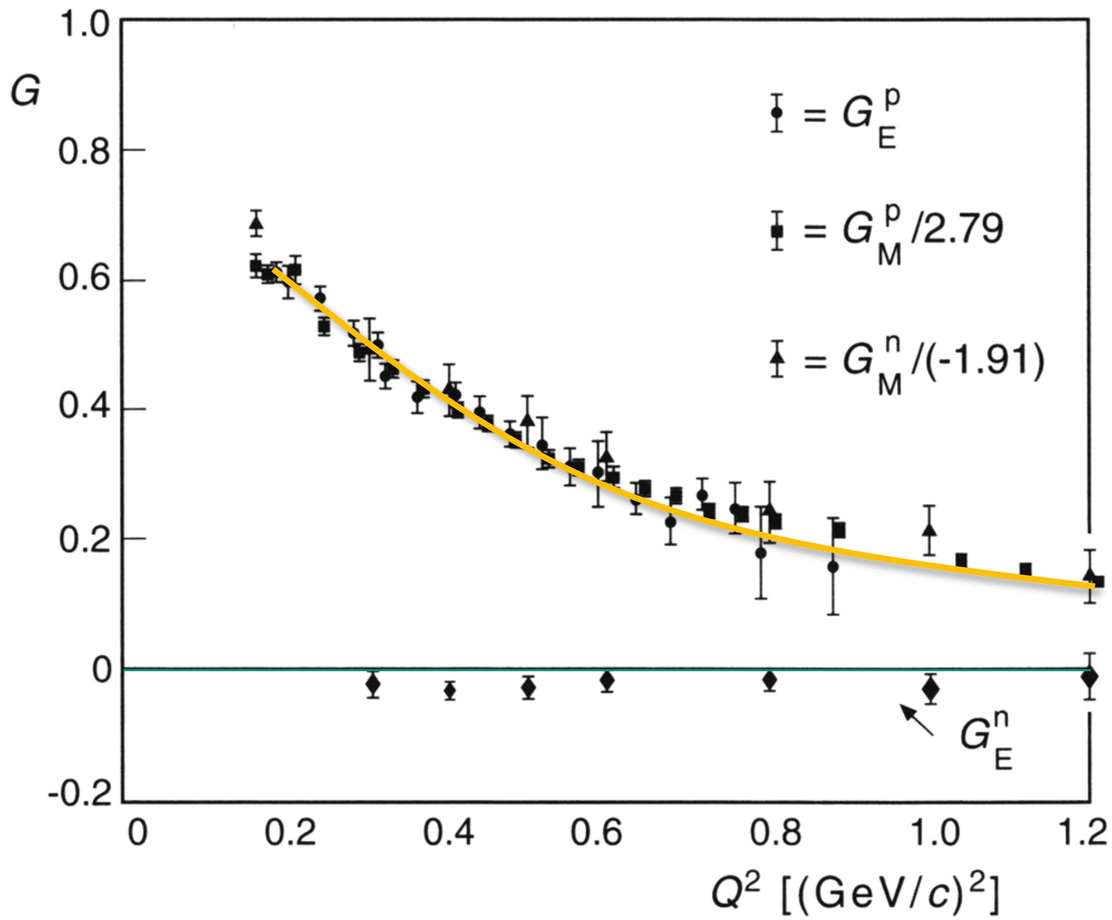
Fourier-Transformation

$\rho(r) = \rho_0 \cdot e^{-Q_0/r}$

exponentiell abfallende Ladungsverteilung des Nukleons



einheitlicher Verlauf der Dipol-Faktoren, da $G_E = G_M / \mu$



Ladungsradien des Nukleons

- aus den Ladungsverteilungen für Proton und Neutron lassen sich die mittleren quadratischen Ladungsradien der Nukleonen bestimmen

$\rho(r) = \rho_0 \cdot e^{-Q_0/r}$ mit $Q_0 = 4.27$ fm

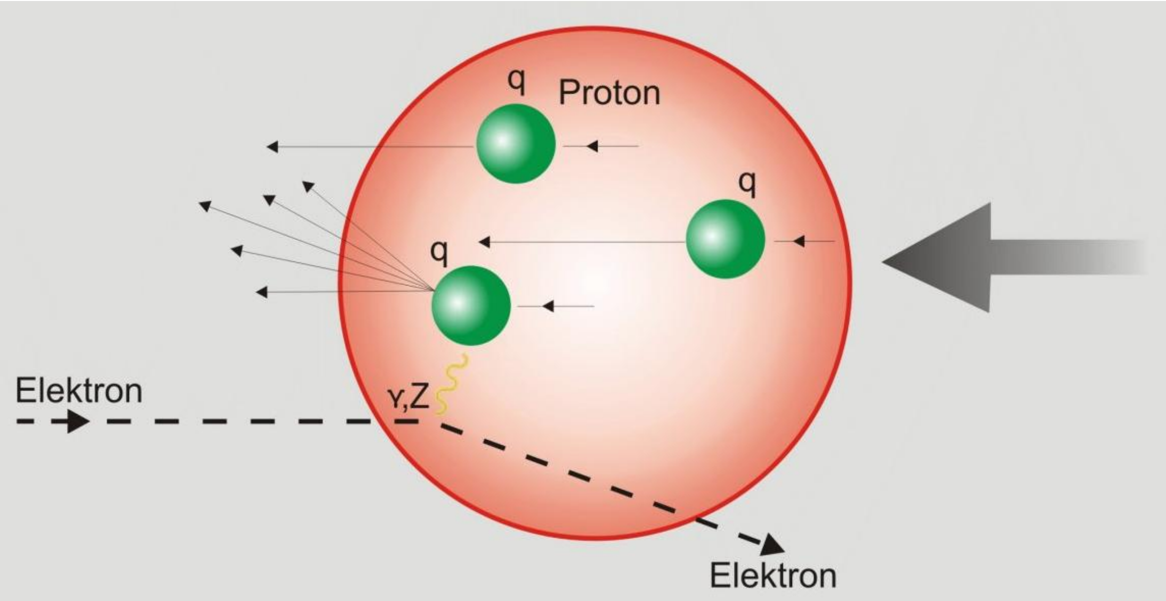
$$\sqrt{\left\langle r_E^2 \right\rangle_P} = 0.862\ fm$$

mittlerer quadratischer Ladungsradius des Protons

$$\sqrt{\left\langle r_E^2 \right\rangle_P} \approx \sqrt{\left\langle r_M^2 \right\rangle_P} \approx \sqrt{\left\langle r_M^2 \right\rangle_N} \approx 0.8\ fm$$

mittlerer quadratischer Radius des Neutrons

- im Neutron sind magnetische Momente verteilt
  - erster Hinweis auf Substruktur Partonen
  - zur weiteren detaillierten Aufdeckung dieser Struktur: **inelastische Elektronstreuung**



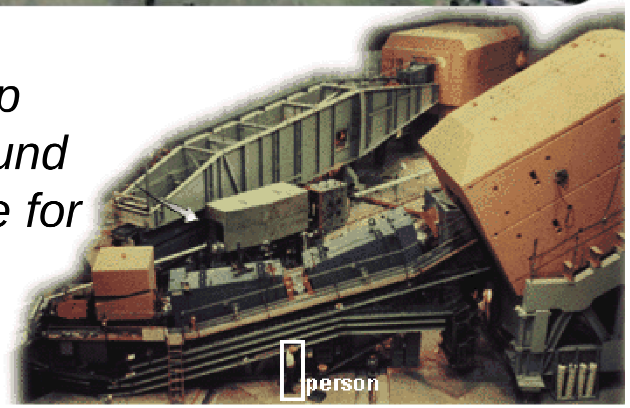
3.2 Strukturfunktionen

- die Aufdeckung der Nukleon-Substruktur erfolgte durch **tief-inelastische Elektronstreuung** an ^1H & ^2H am Stanford Linear Accelerator Center SLAC: **Protonen und Neutronen enthalten punktförmige Objekte**: Quarks bzw. Partonen

NOBEL Prize in Physics 1990

Jerome I. Friedman
Henry W. Kendall
Richard E. Taylor

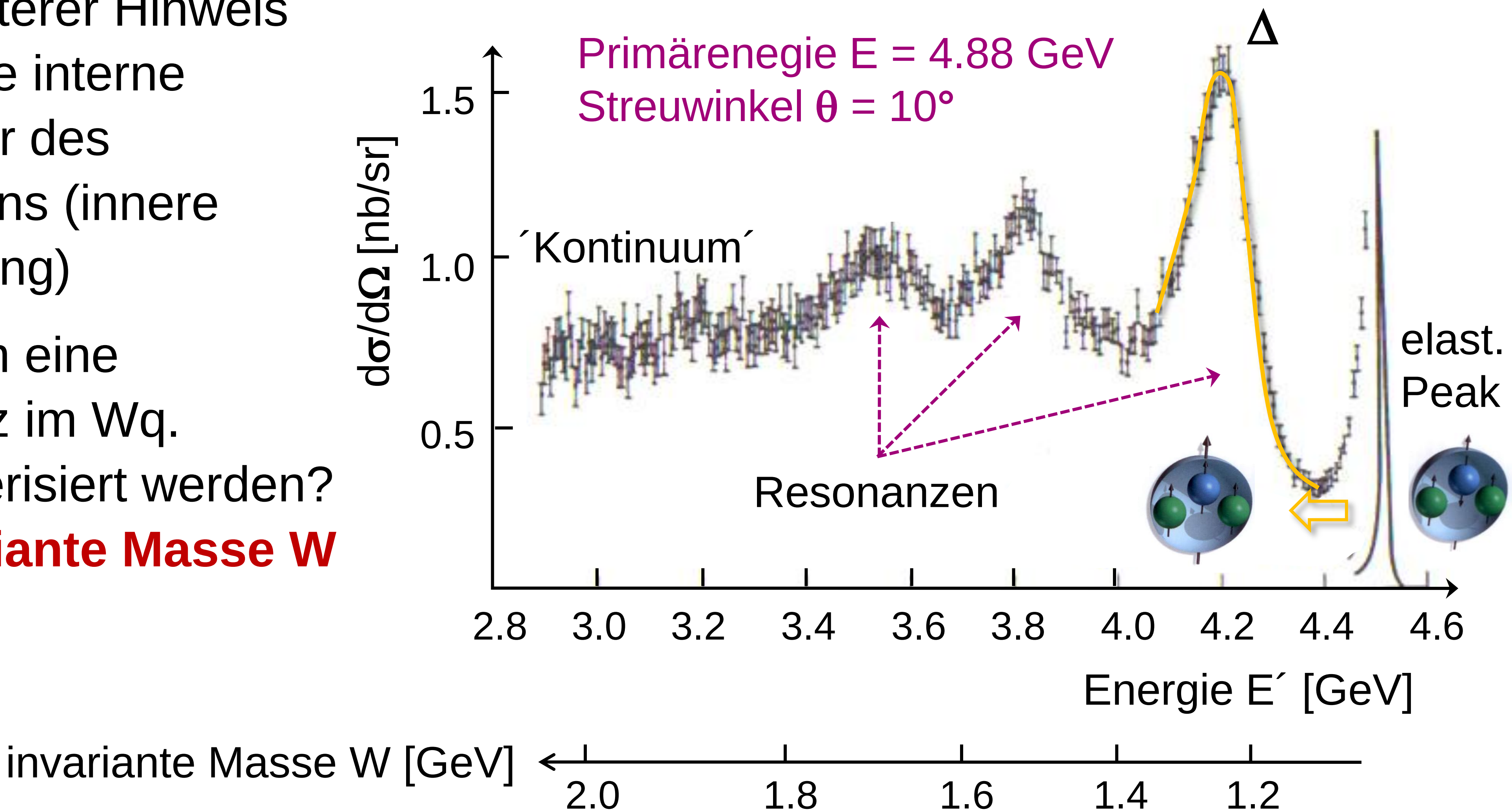
"for their pioneering investigations concerning deep inelastic scattering of electrons on protons and bound neutrons, which have been of essential importance for the development of the quark model in particle physics"



Resonanzen

- Wirkungsquerschnitt als Funktion der Elektron-Energie E´ zeigt mehrere charakteristische Maxima: **Resonanzen (Δ)**
  - Resonanzen sind ein weiterer Hinweis auf eine interne Struktur des Nukleons (innere Anregung)

- wie kann eine Resonaz im Wq. charakterisiert werden?
  ➯ **invariante Masse W**



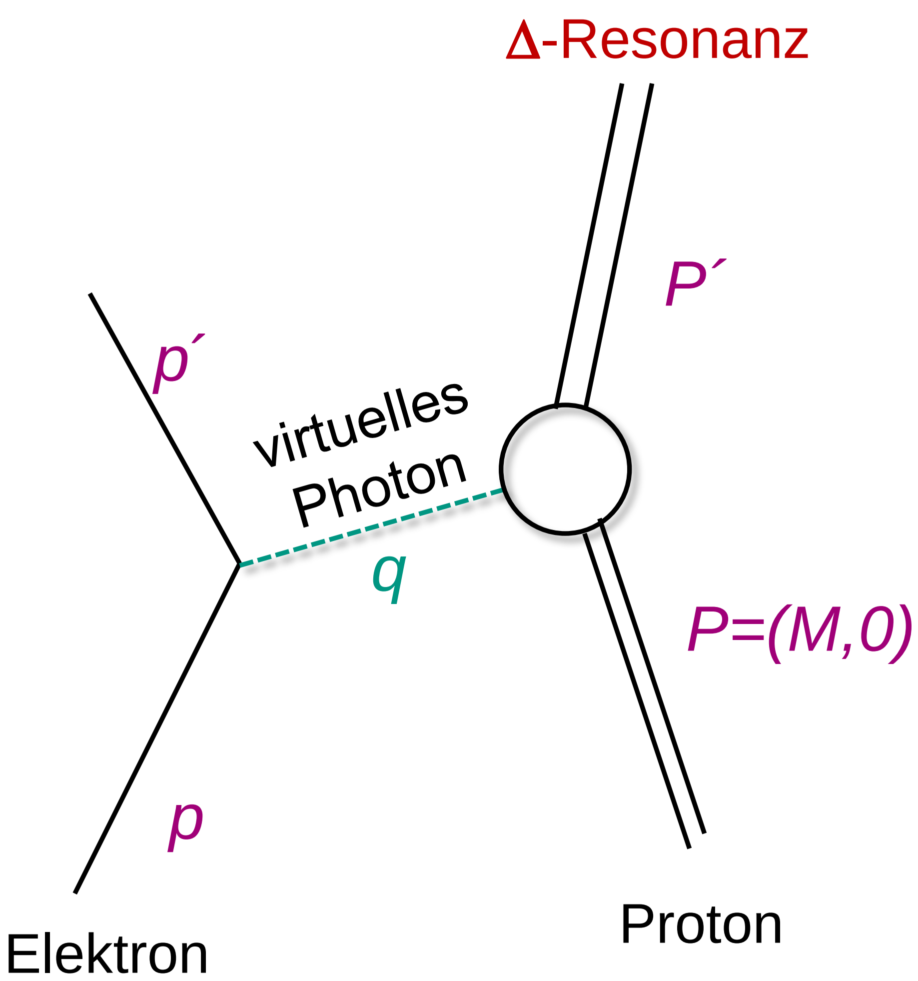
Erzeugung von Resonanzen mit Masse W

- bei der inelastischen Streuung ist die **invariante Masse W** wichtig:

$$\boxed{W^2 = |P'|^2 = (P+q)^2 = M^2 + 2P\cdot Q + q^2 = M^2 + 2M\cdot\nu - Q^2}$$

$$q = (E - E', \vec{q})$$

im Laborsystem $\qquad Q^2 = -q^2$



p 4-er Impuls einlaufendes Elektron
p´ 4-er Impuls auslaufendes Elektron
ν = E – E´
Energieverlust des Elektrons
P 4-er Impuls einlaufendes Proton
P´ 4-er Impuls auslaufendes Teilchen
W invariante Masse
Gesamtenergie im Schwerpunktsystem
$= \sqrt{s}$
q 4-er Impuls des virtuellen Photons
= p – p´
M Protonmasse

Erzeugung von Resonanzen

- **invariante Masse W** einer Resonanz lässt sich berechnen aus E, E´ und θ:

$$\boxed{W^2 = M^2 + 2M \cdot (E - E') - 4E \cdot E' \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

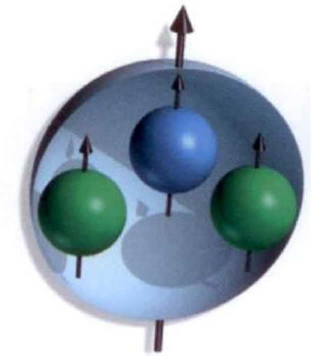
hier beobachtete Resonanz $\Delta^+(1232)$ = 1232 MeV
die Δ-Resonanzen treten in 4 Ladungszuständen auf: Δ^{++}, Δ^+, Δ^0, Δ^-

- **Breite Γ** einer Resonanz folgt aus der Heisenberg´schen Unschärferelation:

$$\boxed{\Gamma \cdot \tau = \hbar}$$

Lebensdauer
der Resonanz

Energieunschärfe
bzw. Breite der Resonanz
Kurve: **Breit-Wigner Verteilung**



Beispiel Δ^+ Resonanz:
Γ ~ 100 MeV
τ ~ 5 · 10^{-24} s

Kinematik bei inelastischen Reaktionen

- bei der <u>elastischen</u> Streuung eines Elektrons am Nukleon verbleibt nur 1 freier Parameter:

$$\boxed{W^2 = M^2 + \underbrace{2M\cdot\nu - Q^2}_{= 0}}$$

$$\boxed{2M\cdot\nu - Q^2 = 0}$$

W = M (keine innere Anregung)

- bei der <u>inelastischen</u> Streuung eines Elektrons am Nukleon wird das Nukleon angeregt, zur Beschreibung der Dynamik der Reaktion sind 2 unabhängige Parameter (**Strukturfunktionen**) erforderlich: (E´, θ) oder **(Q^2, ν)**

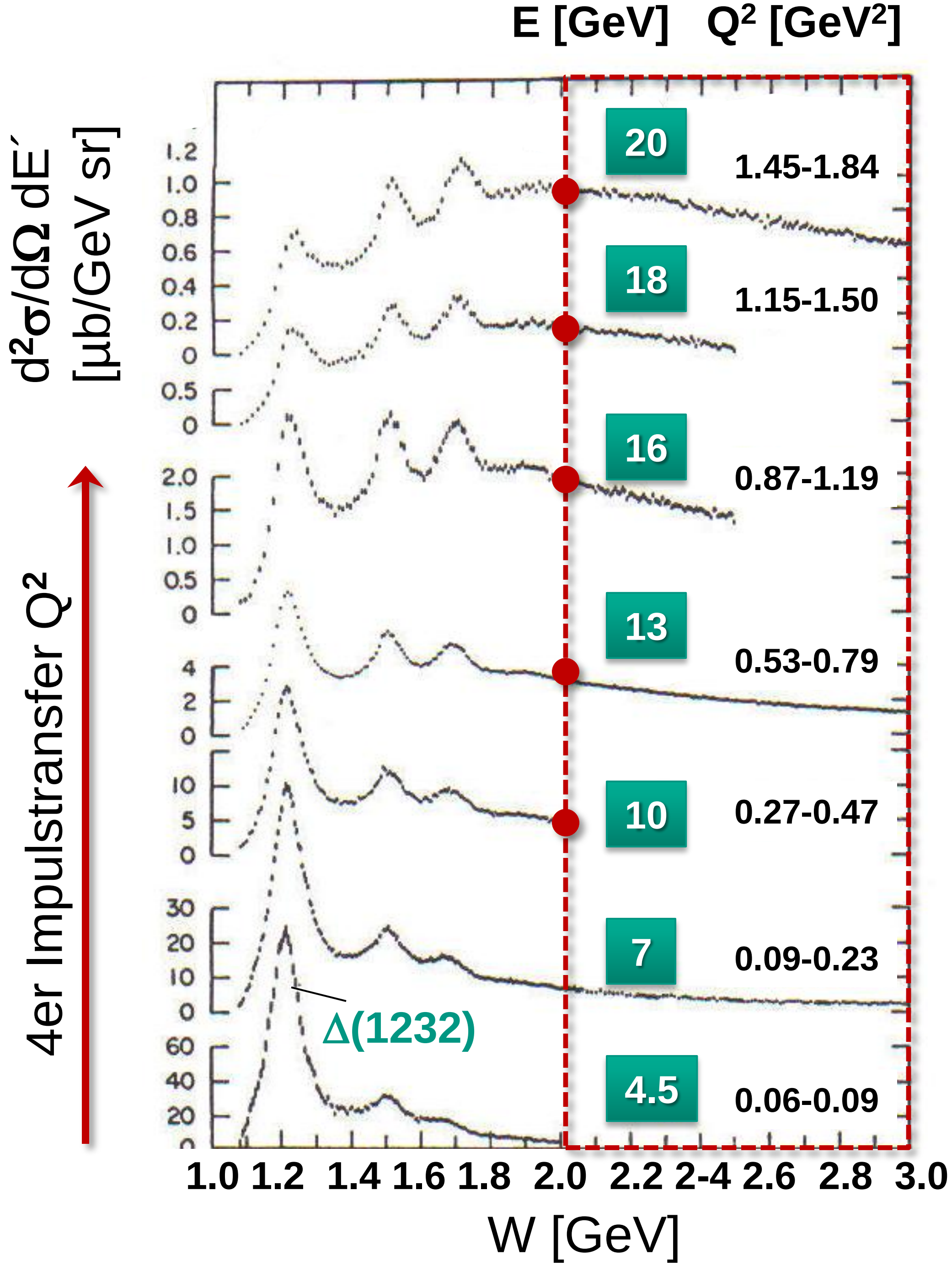
$$\boxed{2M\cdot\nu - Q^2 > 0}$$

W > M (innere Anregung)

Inelastische Elektronstreuung: Daten

- bei der experimentellen Untersuchung der inelastischen Streuung von Elektronen an Protonen (durchgeführt 1975 von Kendall, Friedmann, Taylor am SLAC bei festem Nachweiswinkel $\theta = 4°$) tritt als Funktion der Einschuss-Energie E folgender Sachverhalt auf:
  - mit wachsendem Q^2 nimmt der Wq. der Nukleonresonanzen ab
  - für invariante Massen **W > 2 GeV** ergibt sich nur eine **schwache Abhängigkeit von Q^2**

Wirkungsquerschnitt $d^2s/d\Omega\, dE´(Q^2)$

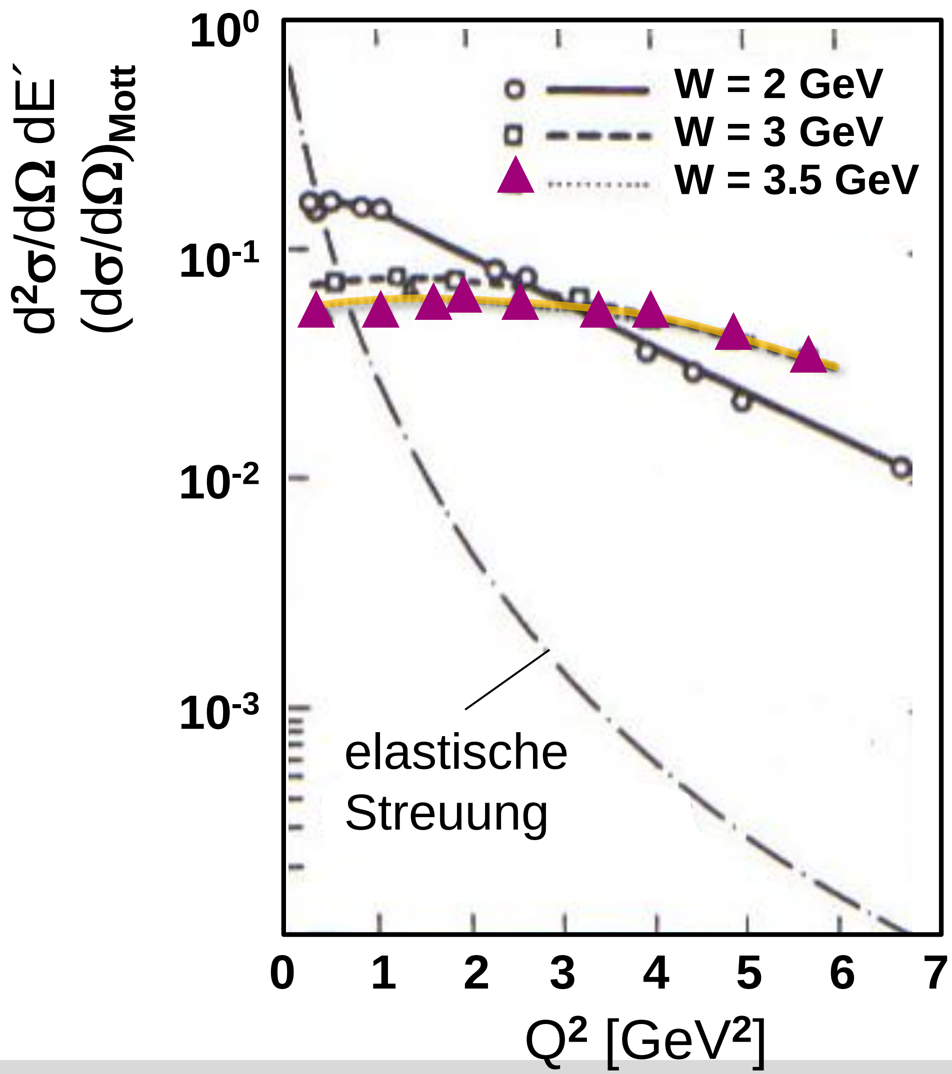


Strukturfunktionen

Wirkungs-querschnitt

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega\, dE'} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \cdot \left[W_2(Q^2,\nu) + 2\cdot W_1(Q^2,\nu)\cdot \tan^2\frac{\theta}{2} \right]$$

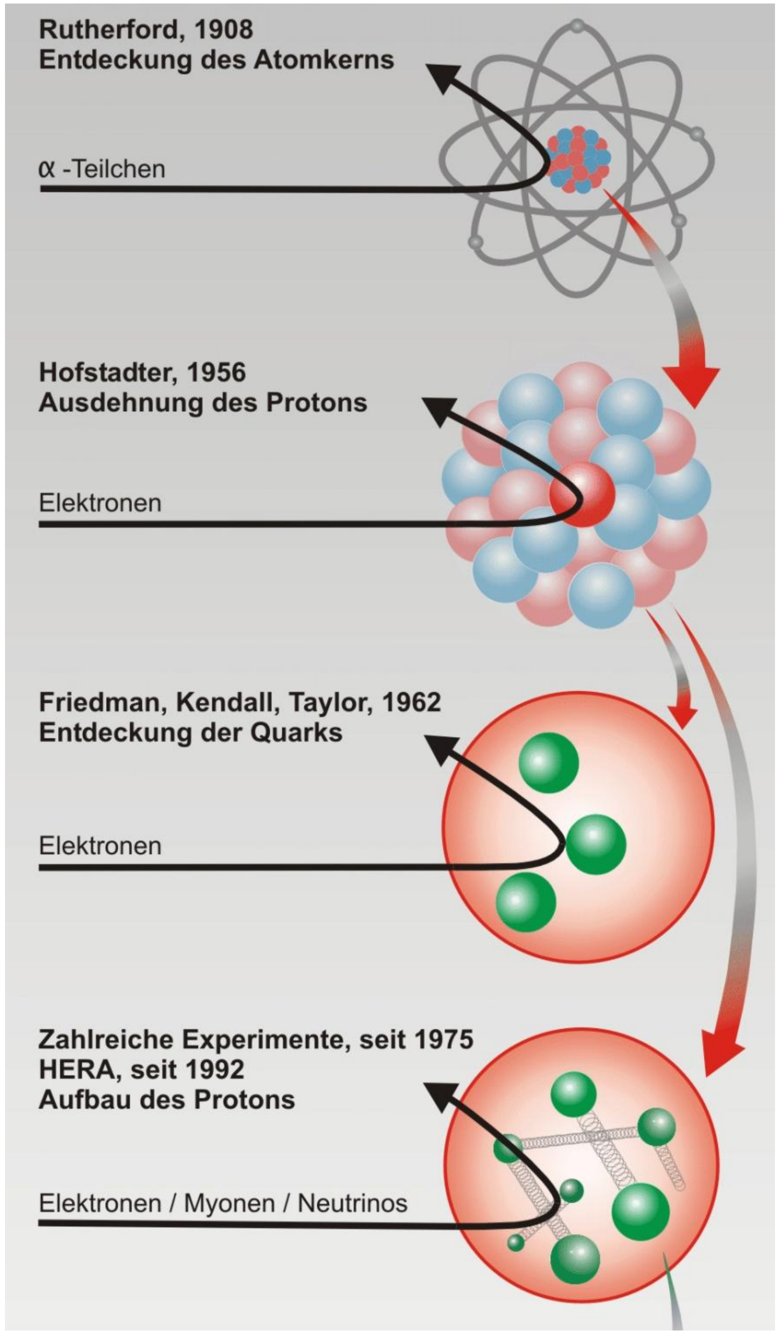
- die Dynamik der Reaktionen wird wiederum durch 2 Strukturfunktionen Beschrieben (a la Rosenbluth):
  -´magnetische´ W_1 (Q^2,ν)
  - ´elektrische´ W_2 (Q^2,ν)
- je größer die invariante Masse W, desto langsamer der Abfall des Wq. als Funktion von Q^2
  - W = 3.5 GeV: fast konstant
  - experimentelle Zählraten wesentlich größer als Erwartung ~ Q^{-8} aus Dipol-Formfaktor

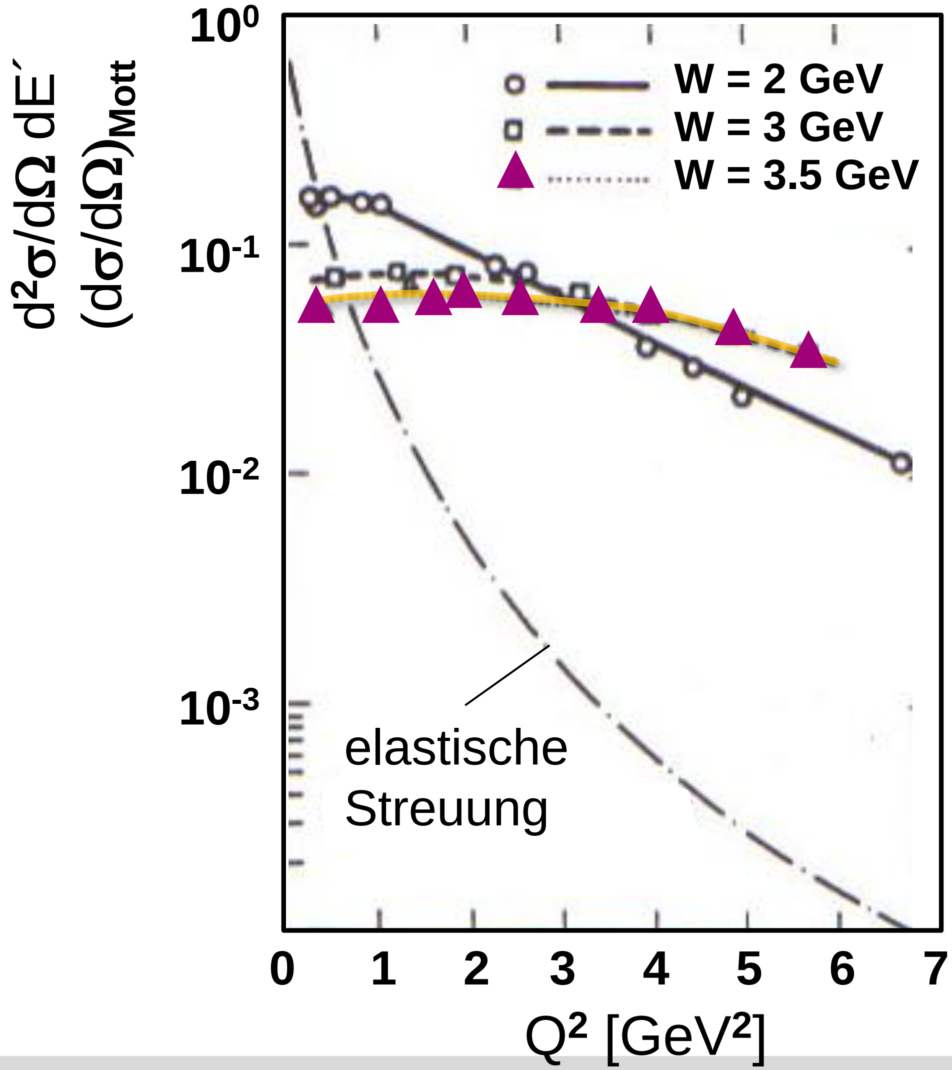


Strukturfunktionen

konstanter Formfaktor: punktförmiger Atomkern

konstanter Formfaktor: punktförmige Partonen



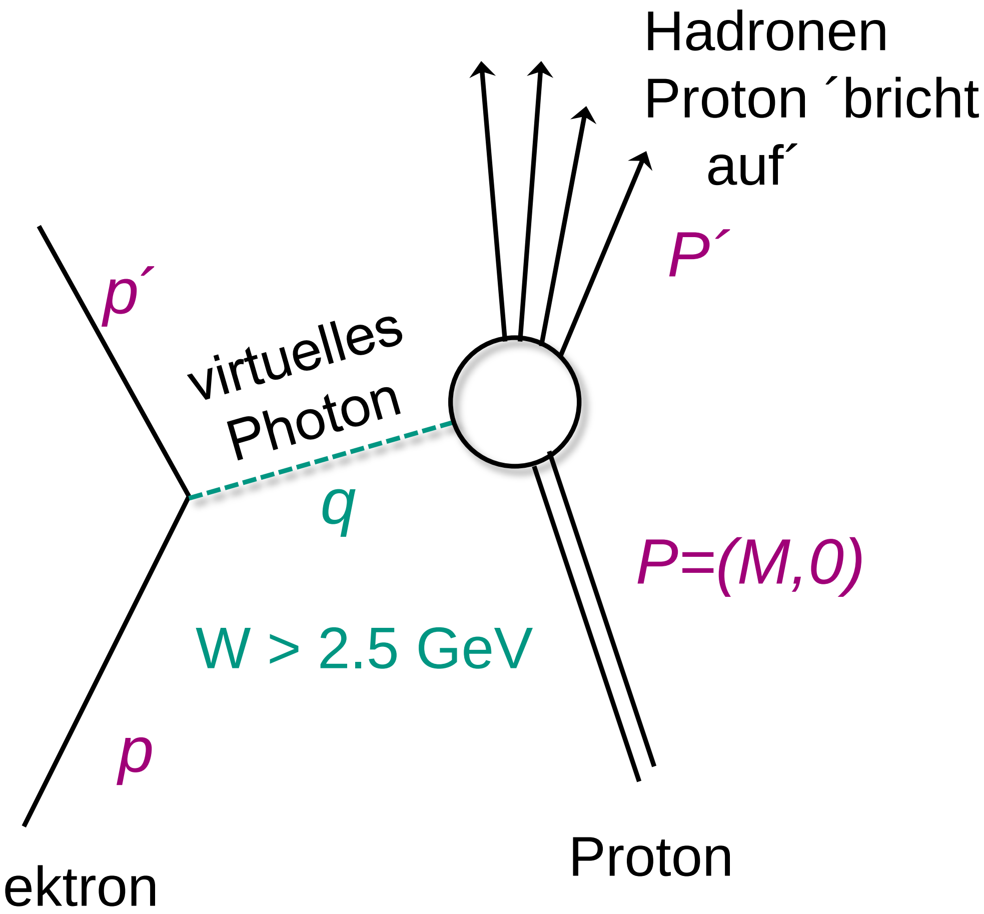


inelastische Reaktionen & Skalenvariable x

- Einführung der **Bjorken Skalenvarible x** :
  dimensionslose Größe, beschreibt das
  Mass der Inelastizität einer Reaktion (im Partonmodell des Nukleons)

$$x = \frac{Q^2}{2M \cdot \nu}$$

James Bjorken



p 4-er Impuls einlaufendes Elektron

p´ 4-er Impuls auslaufendes Elektron

ν = E – E´
Energieverlust des Elektrons

P 4-er Impuls einlaufendes Proton

P´ 4-er Impuls auslaufendes Teilchen

W invariante Masse
Gesamtenergie im Schwerpunktsystem
= √ s

q 4-er Impuls des virtuellen Photons
= p – p´

M Protonmasse

Skalenvariable x & Strukturfunktionen

- - im Grenzfall *elastischer* Streuung ergibt sich:
  W = M und $Q^2 = 2\,M\,\nu$ ↳ **x = 1**
  - für *inelastische* Streuung ergibt sich:
  W > M und $Q^2 < 2\,M\,\nu$ ↳ **0 < x < 1**

$$\boxed{x = \frac{Q^2}{2M \cdot \nu}}$$

- mit der Bjorken Variablen x lassen sich zwei **dimensionslose Strukturfunktionen F_1 und F_2** definieren:

magnetische Wechselwirkung
$$\boxed{F_1(x,Q^2) = Mc^2 \cdot W_1(Q^2,\nu)} \overset{\nu\to\infty}{\Longrightarrow} F_1(x)$$

elektrische Wechselwirkung
$$\boxed{F_2(x,Q^2) = \nu \cdot W_2(Q^2,\nu)} \overset{\nu\to\infty}{\Longrightarrow} F_2(x)$$

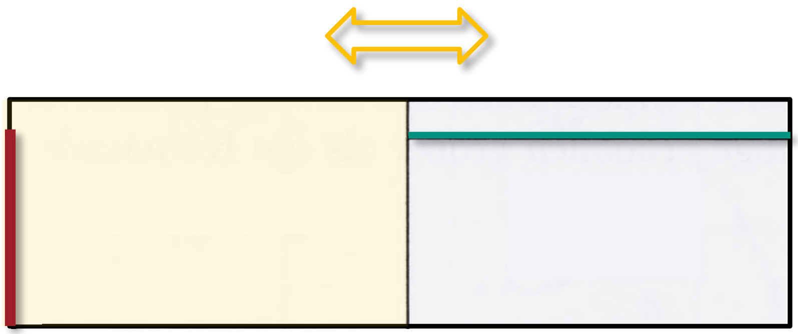
- aus dem exp. Wq. lassen sich für festes x die Strukturfunktionen F_1 und F_2 bestimmen: **F_1 und F_2 sind ~ unabhängig von Q^2** („Skaleninvarianz") (Masse des Nukleons spielt keine Rolle bei hohen Energien Q^2 >> M, d.h. dann existiert **keine charakteristische Massen- bzw. Längenskala** λ)

Proton-Strukturfunktion $F_2(x)$

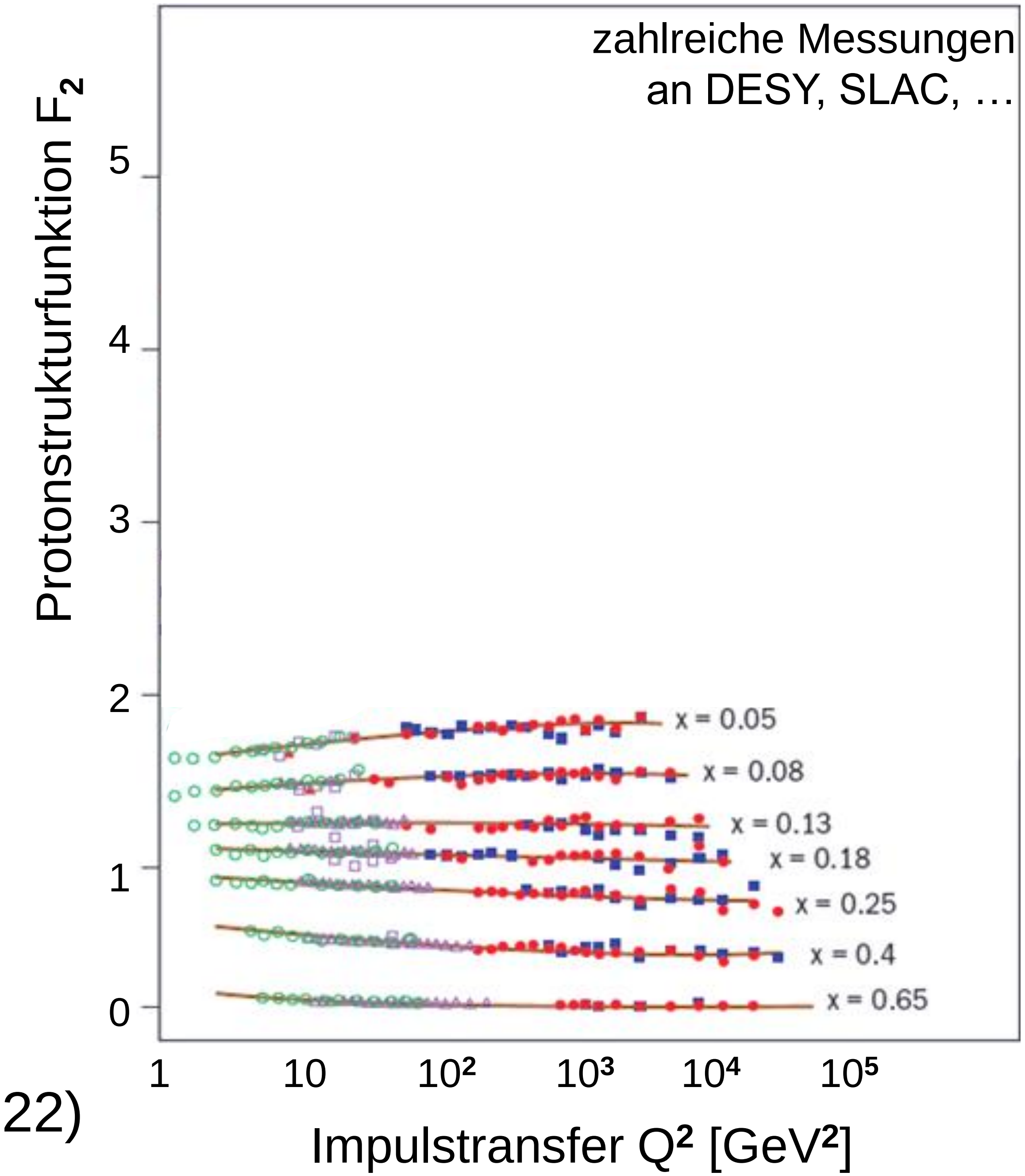
- Strukturfunktion ist wiederum die Fouriertransformierte der Ladungsverteilung $\rho(r)$ im Nukleon
  hier z.B. $F_2(Q^2)$ = const.
  Ladungsverteilung = δ-Funktion

punktförmig
$\rho(r) = \delta(r)/4\pi$

konstant
$F(q^2) = 1$

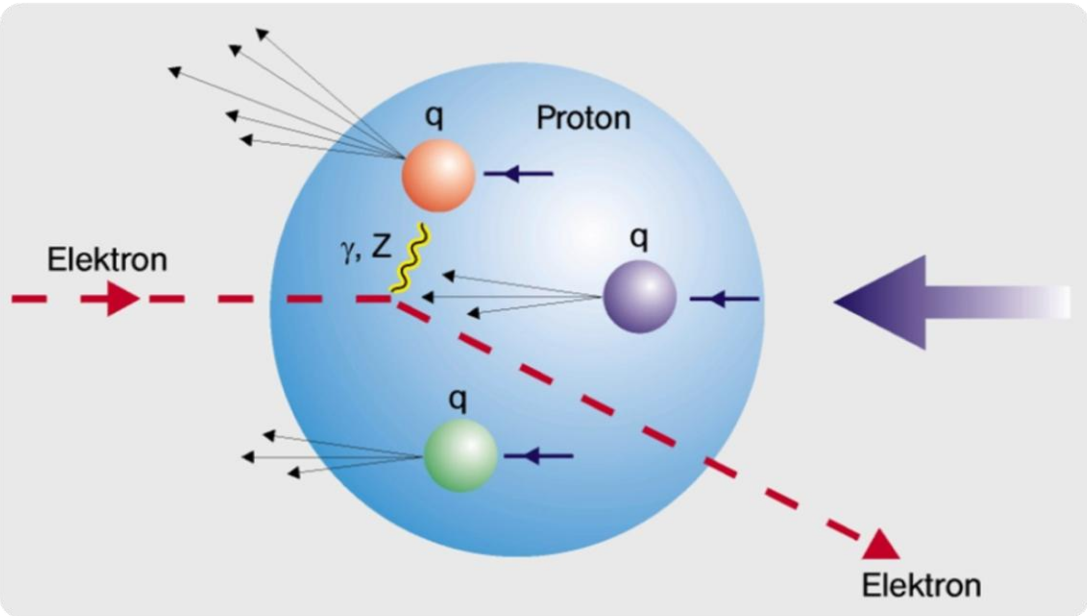


(genaue Messungen heute zeigen Verletzungen der Skaleninvarianz, da Quarks Gluonen emittieren, s. S. 22)



Proton-Strukturfunktion $F_2(x)$

- Strukturfunktion ist wiederum die Fouriertransformierte der Ladungsverteilung $\rho(r)$ im Nukleon
  hier z.B. $F_2(Q^2)$ = const.
  Ladungsverteilung = δ-Funktion



Streuung an punktförmigen Konstituenten: **Partonen**