

Kerne und Teilchen

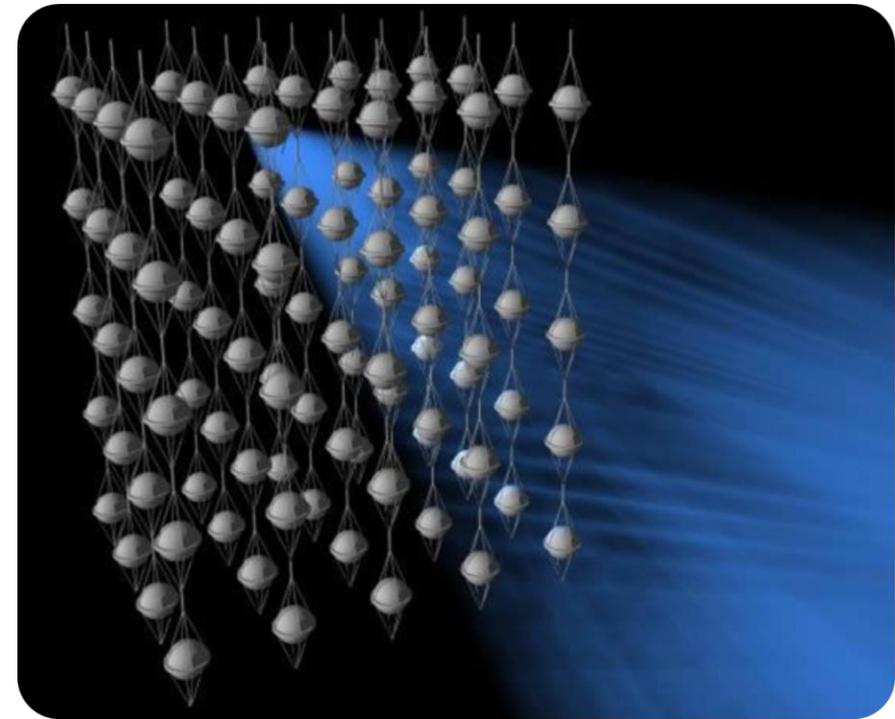
Physik VI

Vorlesung # 15 8.6.2010

Guido Drexlin, Institut für Experimentelle Kernphysik

Beschleuniger und Detektoren

- Reichweite
- Bremsstrahlung, Strahlungslänge X_0
- Cherenkov-Strahlung
- Gamma-Wechselwirkungen:
Photoeffekt, Compton-Streuung,
Paarbildung



Vektorbosonen, Strahlung und Materie



- 1983: Erzeugung von reellen W^\pm und Z^0 Bosonen am SPS in $p\bar{p}$ -Kollisionen, Experimente UA1/UA2 ($u + \bar{d} \rightarrow W^+$, $u + \bar{u} \rightarrow Z^0$)
Zerfall der Vektorbosonen in **hochenergetische Lepton-** und **qq- Paare**
- Wechselwirkung von Strahlung und Materie:
 - geladene Teilchen: **Ionisationsverluste** sind durch hohen inelastischen Wq. ($\sigma_{\text{inelast.}} \sim 10^{-17} - 10^{-16} \text{ cm}^2$) dominant \hookrightarrow zahlreiche Stöße
 - Ionisationsverluste geladener Teilchen: **Bethe-Bloch-Gleichung**

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi \cdot r_e^2 \cdot N_0 \cdot m_e c^2 \cdot \frac{Z}{A} \cdot \frac{1}{\beta^2} \cdot z^2 \cdot \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2}{I \cdot (1 - \beta^2)} \right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$

$$= 0.307 \text{ MeV g}^{-1} \text{ cm}^2$$

N_0 : Avogadrozahl
 r_e : klass. e^- Radius

Target:
Kernladung Z
Atomgewicht A

I = effektives Ionisationspotenzial
des Target-Atoms, experimentell
beobachtet: $I \sim Z \cdot 12 \text{ eV}$ (große Z)

δ : Polarisation
des Mediums

Wechselwirkung von Strahlung und Materie



- für minimal ionisierende Teilchen (**m.i.p.**) gilt:

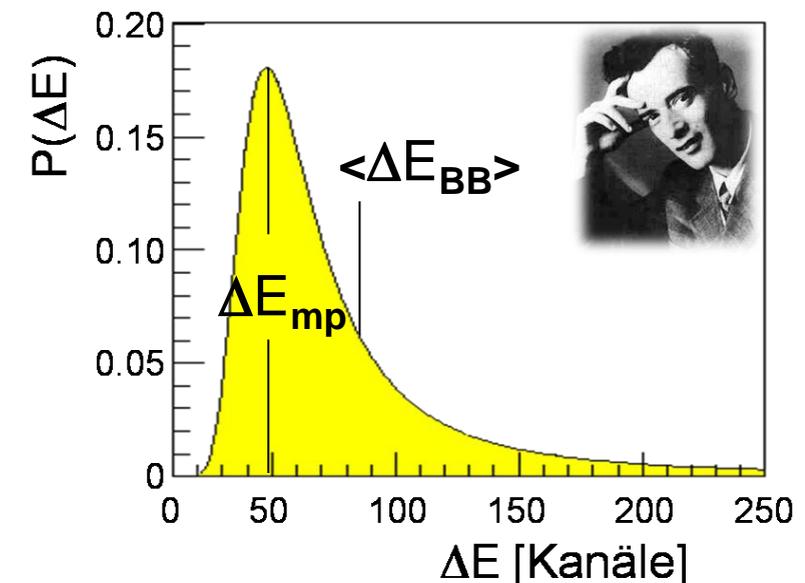
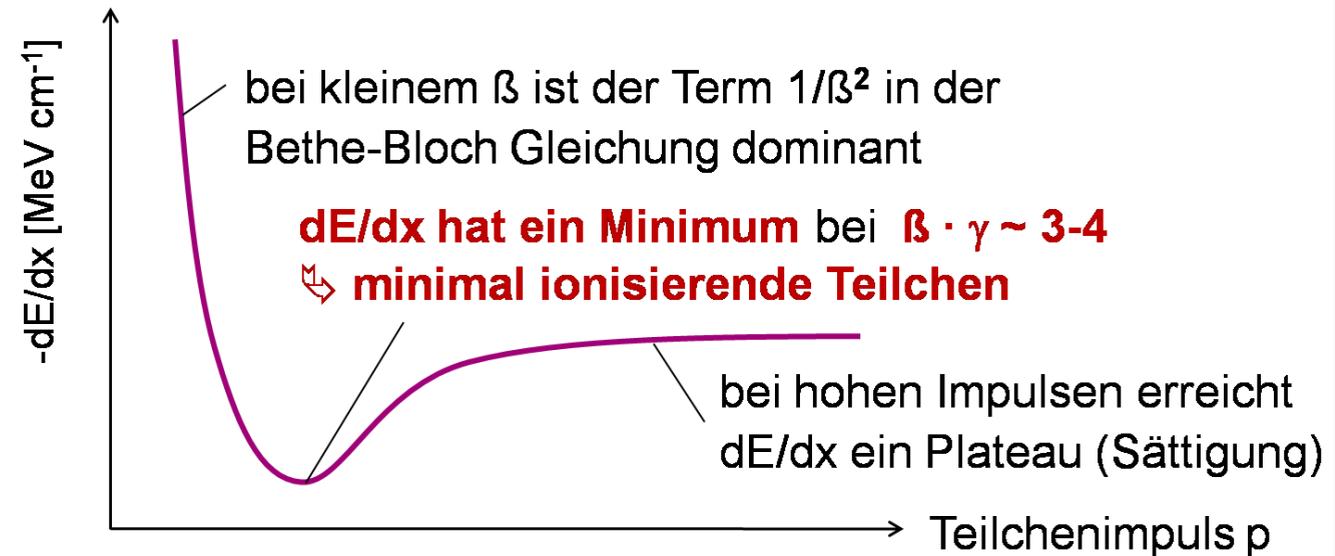
$$dE/dX \sim 2 \text{ MeV g}^{-1} \text{ cm}^2$$

- Energieverlust dE/dx ist nur abhängig von der Teilchengeschwindigkeit β und eine wichtige exp. Messgröße zur **Teilchenidentifikation** (PID):

$$p = \beta \cdot \gamma \cdot M \cdot c = \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot M \cdot c$$

- Fluktuationen des Energieverlust dE/dx in einem dünnen Absorber werden beschrieben durch die **Landau-Vavilov-Verteilung**:

$$\Delta E_{mp} \neq \langle \Delta E_{BB} \rangle$$



■ Reichweite:

die **mittlere Reichweite \bar{R}** eines Teilchens [in g cm^{-2}] in einem Medium (Absorber, Detektor) ergibt sich durch Integration der Bethe-Bloch Gleichung:

$$\bar{R} = \int_{E_0}^0 \left(\frac{dE}{dX} \right)^{-1} \cdot dE$$

Beispiele:

- 100 MeV/c Pionen in Pb:

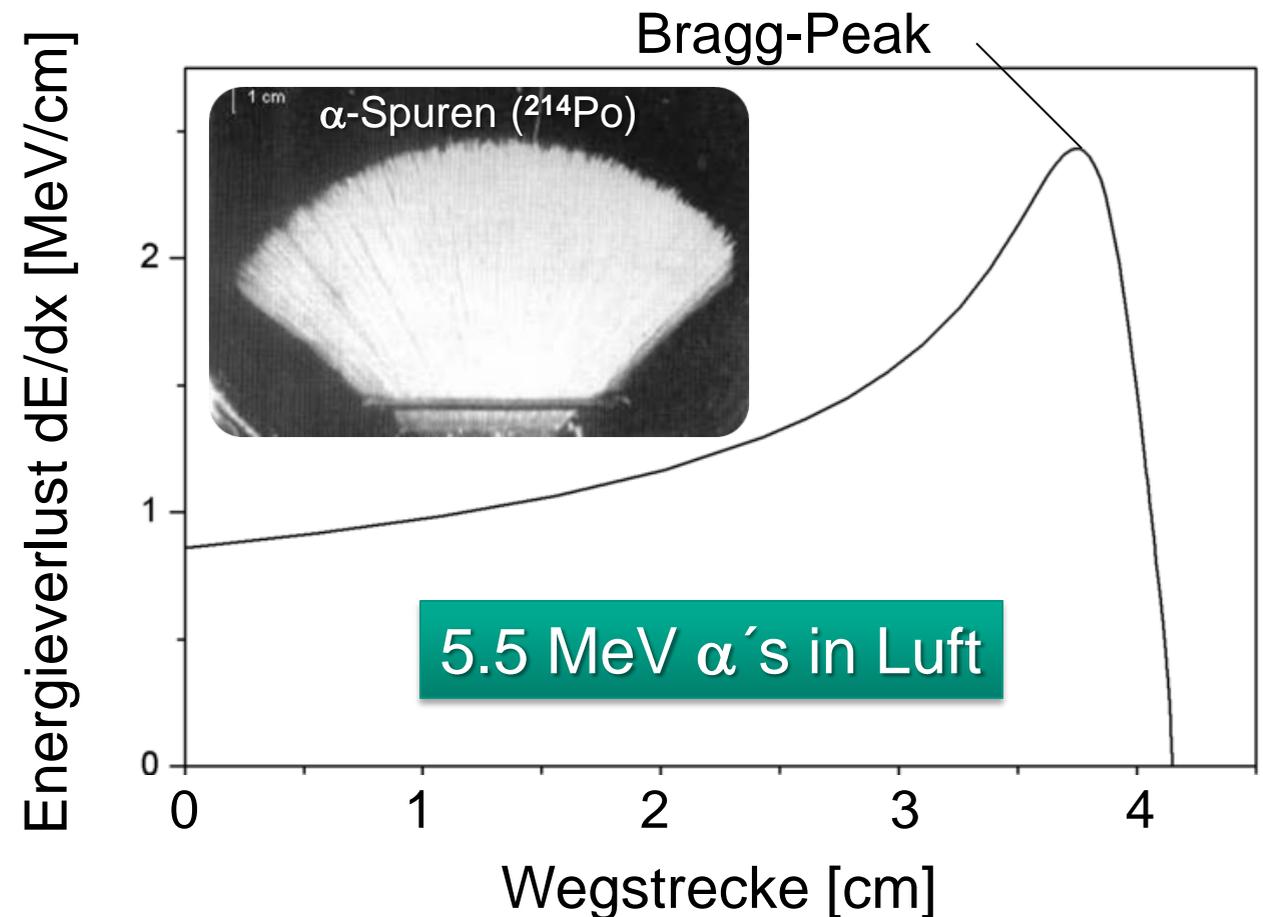
$$\bar{R}/\rho \sim 0.8 \text{ cm}$$

- 5.5 MeV Alphas in Luft:

$$\bar{R}/\rho \sim 4.2 \text{ cm}$$

■ Bragg-Peak:

dE/dx erreicht am Ende des Weges ein Maximum (wichtig in Strahlentherapie)



Reichweiten-Straggling

■ Reichweiten-‘Straggling’:

die **Reichweite R** eines Teilchens in einem Medium unterliegt durch die statistische Natur der Streuereignisse (d.h. durch **Vielfachstreuungen**) intrinsischen Fluktuationen

Beispiel:

18.6 keV Elektronen in Si:

$\bar{R}/\rho \sim 3 \mu\text{m}$ (1-5 μm)

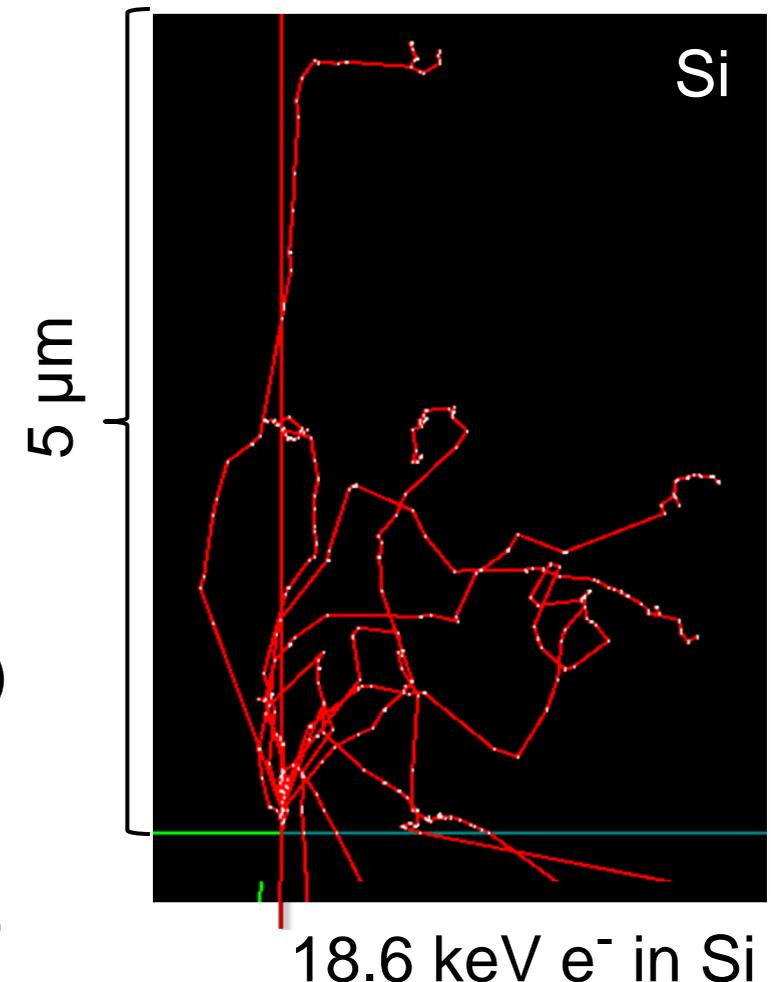
■ Vielfachstreuung:

die Vielfachstreuung in einem Detektor begrenzt die Auflösung für:

- **Impuls p** (Krümmungsradius durch B-Feld)
- **Ursprungs koordinaten** (primäre Wechselwirkung)
- **Energie** (Integration von dE/dx entlang Spur)

zur Vermeidung von Vielfachstreuung oft

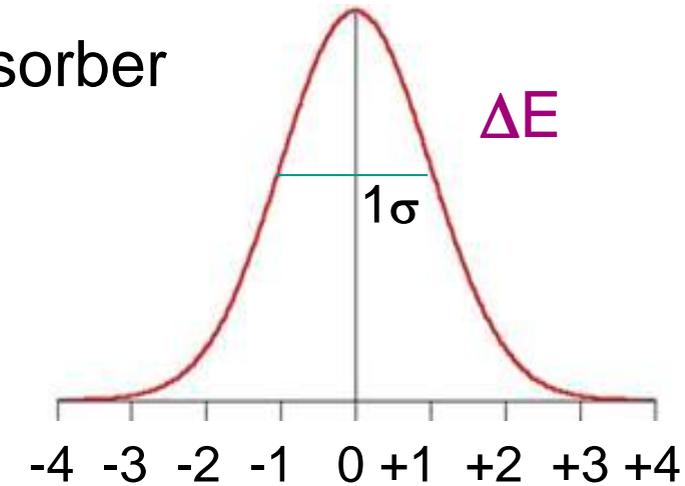
Materialien mit kleinem Z (Beispiel: Beryllium Z=4)



dicke Absorber & Vielfachstreuung

■ Energieverlust in einem dicken Absorber:

Summation über Vielfachstreuung in einem dicken Absorber ergibt mit zentralem Grenzwertsatz der Statistik eine **gaußförmige Energieverlustverteilung** mit Breite σ

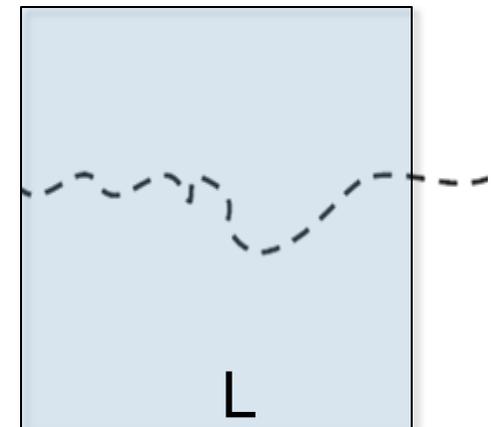


$$\frac{\sigma}{\langle \Delta E \rangle} \propto \frac{\sqrt{\Delta x}}{\Delta x} \propto \frac{1}{\sqrt{\Delta x}}$$

- die Vielfachstreuung eines Teilchens in einem dicken Absorber führt nach Summation über viele Auslenkwinkel zu **gaußförmiger Winkelverteilung**
- mittlerer Auslenkwinkel $\sigma_{\text{Streu}} [\text{rad}] \sim p^{-1} \cdot \sqrt{L}$

$$\sqrt{\langle \theta_{\text{Streu}}^2 \rangle} = \frac{19.2}{\beta \cdot p [\text{MeV} / c]} \cdot z \cdot \sqrt{\frac{L}{X_0}}$$

Benutzung des Mittelwerts des quadratischen Streuwinkels



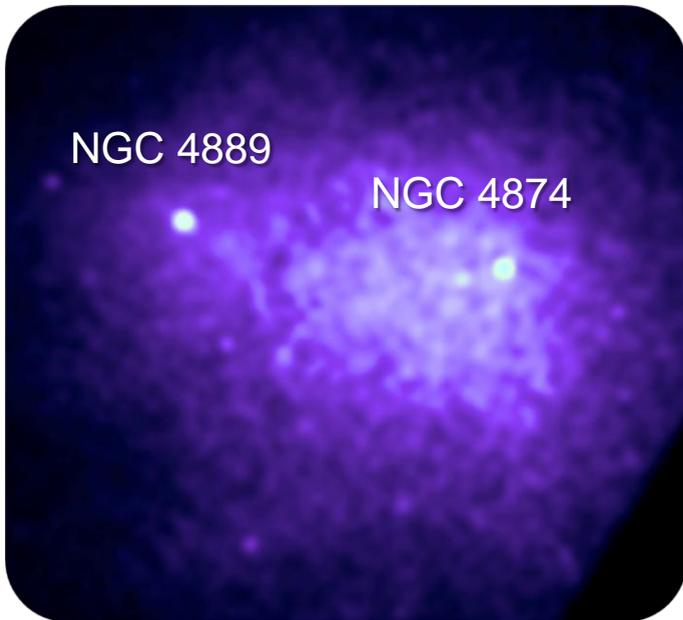
$X_0 = \text{Strahlungslänge}$ (stoffspezifische Größe)

Energieverlust von Elektronen

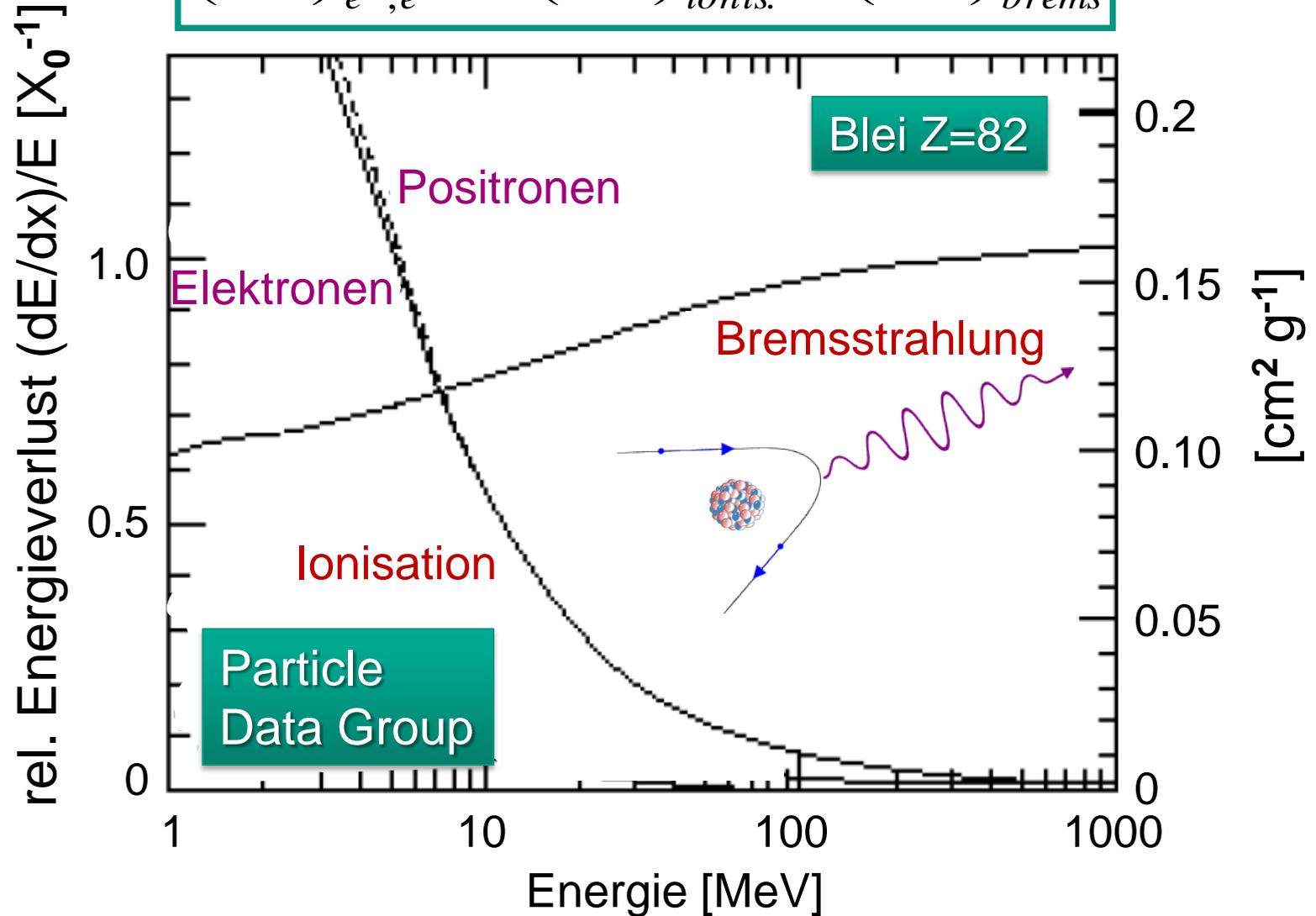
- Energieverlustprozesse von Elektronen & Positronen:

- Ionisation
- Bremsstrahlung

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{e^-,e^+} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{ionis.} + \left(\frac{dE}{dx}\right)_{brems}$$



Bremsstrahlung & X-rays:
Coma-Galaxiencluster
im Röntgenlicht (Chandra)



Energieverlust von Elektronen

■ Ionisationsverluste von Elektronen & Positronen:

- die identische Massen von Target (m_e) & Projektil (m_e) erfordern eine leichte Modifikation der Bethe-Bloch-Gleichung

■ Bremsstrahlung:

- radiative Energieverluste dominieren bei sehr hohen Energien:

$$\left(\frac{dE}{dX} \right)_{brems} = \frac{4 \cdot \alpha^3 \cdot N_0 \cdot Z^2}{m^2 \cdot A} \cdot \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right) \cdot E = \frac{1}{X_0} \cdot E$$

N_0 : Avogadrozahl

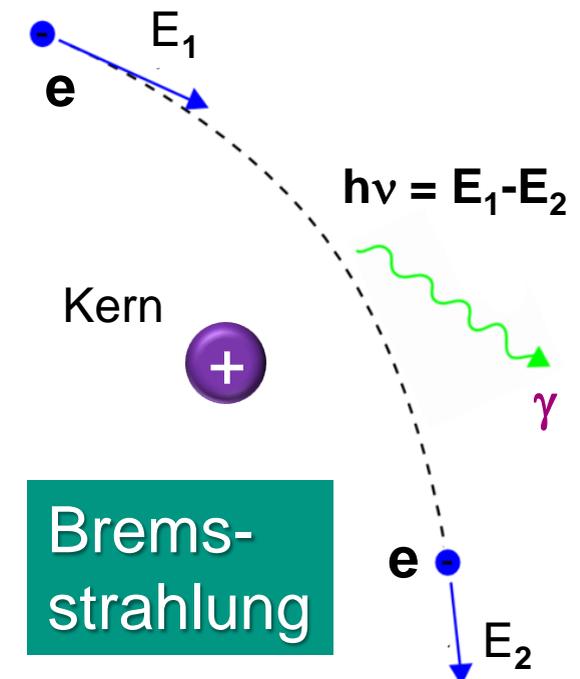
$$= 1 / \text{Strahlungslänge } X_0$$

Bremsstrahlungsverluste

- nehmen linear mit der Energie E des Teilchens zu
- sind nur wichtig für leichte Teilchen (e^- e^+), da

$$\sigma_{Brems} \sim 1/m^2$$

Bsp: Myon-Elektron Verhältnis $dE/dx \sim (m_e/m_\mu)^2 \approx 2.2 \cdot 10^{-5}$

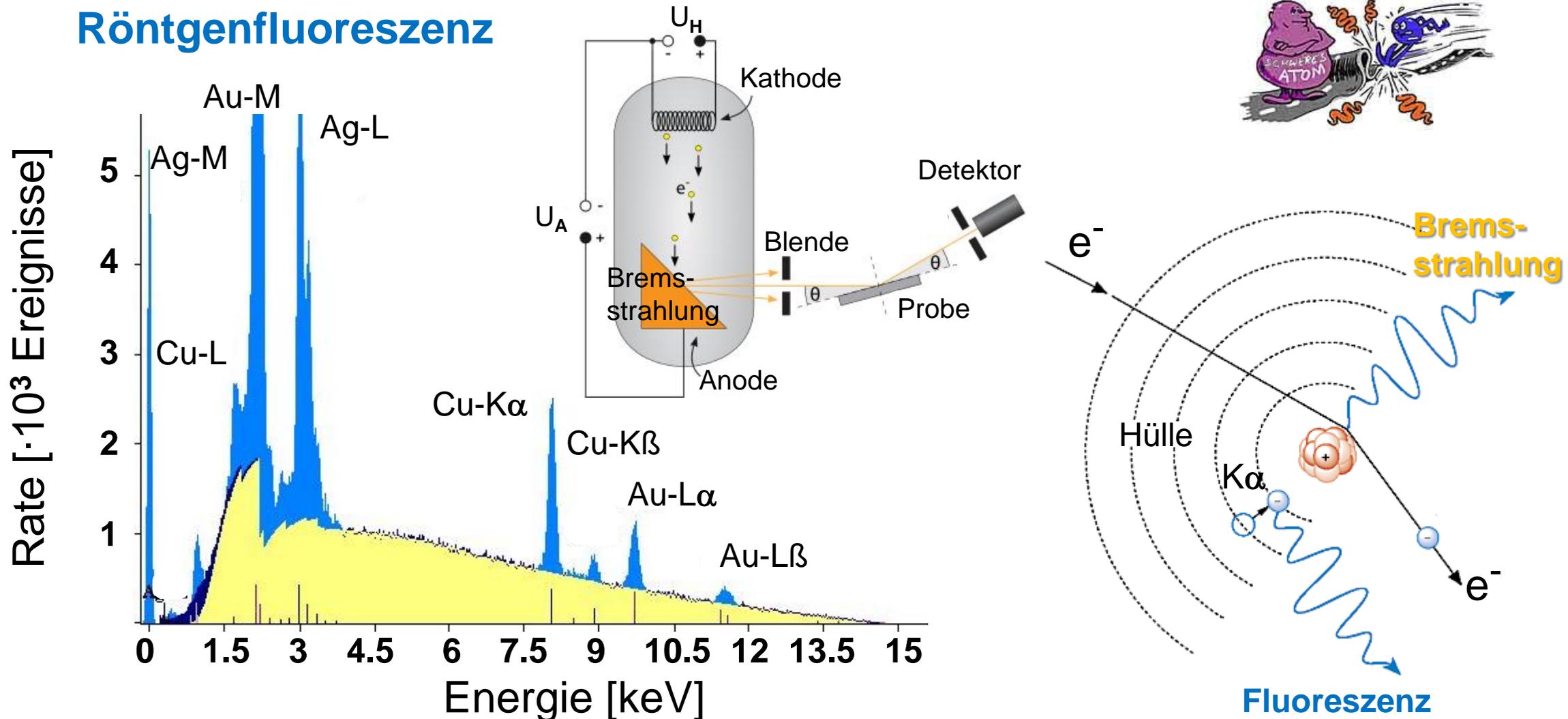


Energieverlust von Elektronen

■ Bremsstrahlungsspektren:

- kontinuierliches Spektrum bis zur maximalen Elektronenenergie E_0
- überlagert von **monoenergetischen Linien**:

Röntgenfluoreszenz



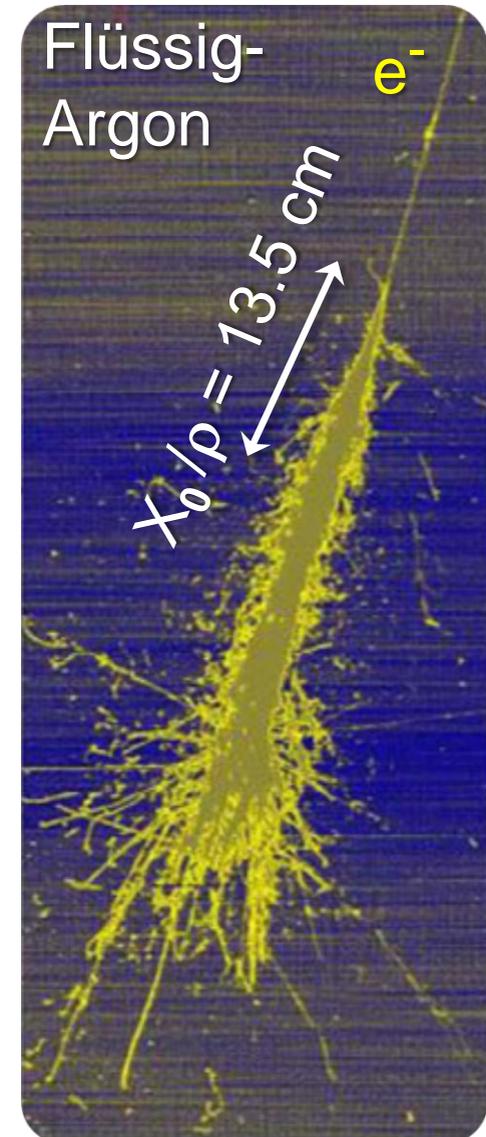
Strahlungslänge X_0

■ Strahlungslänge X_0 ist eine material-abhängige Größe:

- wird im allgemeinen in $[g/cm^2]$ angegeben
- mit der Absorber-Dichte ρ ergibt sich X_0/ρ in $[cm]$
- nimmt ab mit Kernladung Z ($X_0 \sim 1/Z^2$)
- **wichtig zur Beschreibung von elektromagnetischen Schauern:** gibt an, nach welcher Strecke die Energie eines relativistischen e^- auf $1/e$ abgefallen ist & wie groß die freie Weglänge Λ eines hochenergetischen γ 's ist

| Material | X_0 [g / cm ²] | krit. Energie E_c |
|----------------|-------------------------------|---------------------|
| H ₂ | 63 | 340 MeV |
| Ar | 18.9 | 35 MeV |
| Xe | 8.5 | 14.5 MeV |
| Fe | 13.8 | 24 MeV |
| Pb | 6.37 | 6.9 MeV |
| NaJ (TI) | 9.5 | 12.5 MeV |

realer Schauer



kritische Energie E_c

- Definition der **kritischen Energie E_c** :

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{ion} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{brems}$$

bei $E = E_c$: identische Energieverluste durch Ionisation und Bremsstrahlung

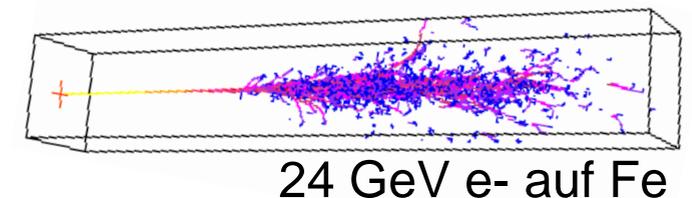
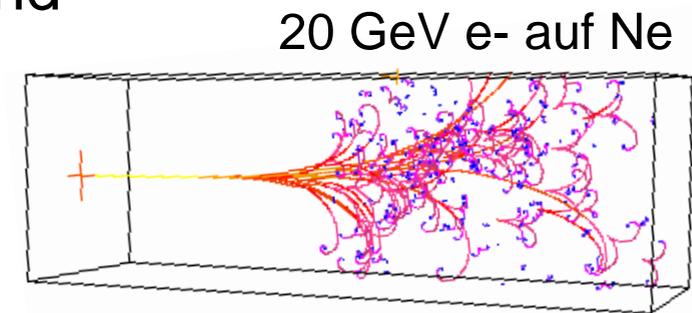
- empirische Formel für Z-Abhängigkeit von E_c :

$$E_c = \frac{610 \text{ MeV}}{Z + 1.24}$$

- im ultra-relativistischen Bereich $E \gg E_c$ verlieren Elektronen ihre Energie durch Photonenemission, es gilt:

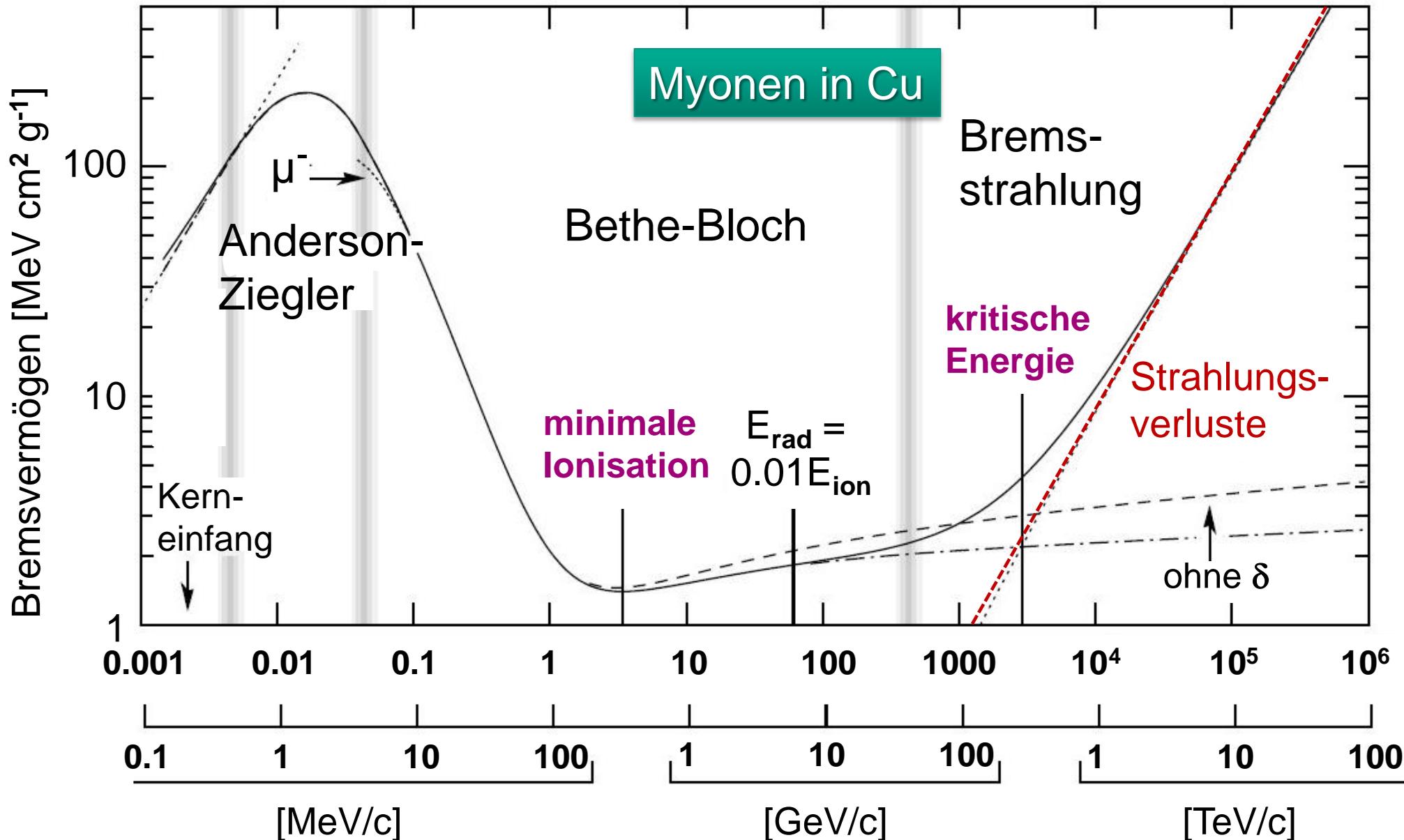
$$E(x) = E_0 \cdot e^{-\frac{x}{X_0}}$$

nach einer Absorberdicke $x \cdot \rho = X_0$ ist die Energie E_0 von hoch-relativistischen Elektronen auf $1/e$ abgefallen



Energieverlustprozesse geladener Teilchen

- Gesamtübersicht über Energieverluste: von sub-MeV bis multi-TeV Energien



$\beta \cdot \gamma$

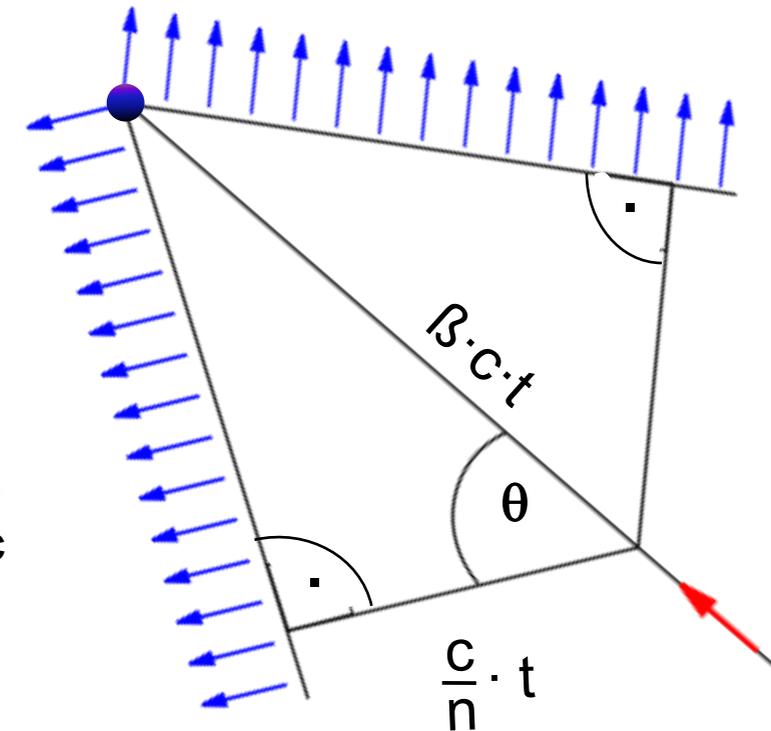
Myonimpuls

Vavilov-Cherenkow-Strahlung

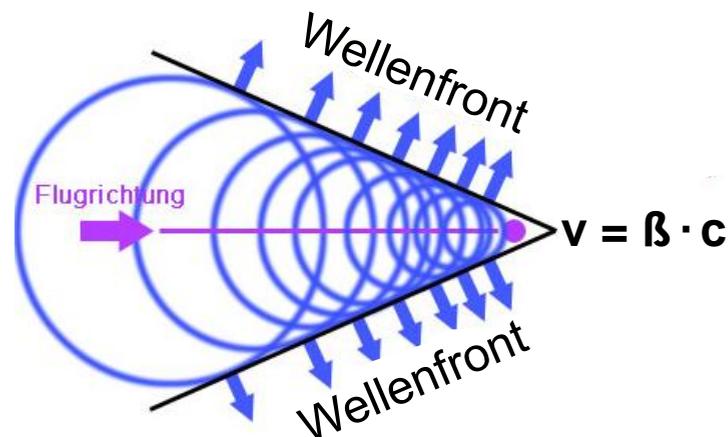
- bewegen sich Teilchen mit $\mathbf{v} = \beta \cdot \mathbf{c} > c/n$ (c/n = Phasengeschwindigkeit) durch ein dielektrisches Medium, emittieren sie **Cherenkow-Strahlung**
 - klassisch: asymmetrische Polarisierung des Mediums, führt zu einem kontinuierlichen Photonenspektrum mit $I(\lambda) \sim \lambda^{-2}$
 - konstruktive Interferenz der vom Medium (Radiator) abgestrahlten Photonen erzeugt eine 'photonische Schockwelle'
- - Öffnungswinkel θ des Lichtkegels:

$$\cos \theta = \frac{c \cdot t / n}{\beta \cdot c \cdot t} = \frac{1}{\beta \cdot n}$$

θ abhängig von n und β



Pawel Cherenkow
(1904-1990)
Nobelpreis 1958



Cherenkow-Strahlung

- Teilchen müssen sich mit einer **minimalen Geschwindigkeit $\beta > 1/n$** durch das Medium bewegen, um Cherenkow-Strahlung zu emittieren:
Möglichkeit der **Teilchendiskriminierung**: Schwellen-Cherenkow-Zähler

$$\gamma_{thres} = \frac{1}{\sqrt{1 - 1/n^2}}$$

Plexiglas (n=1.48): $\gamma_{thres} = 1.36$ $\beta_{thres} = 0.68$

Wasser (n=1.33): $\gamma_{thres} = 1.52$ $\beta_{thres} = 0.75$

- **Eigenschaften der Cherenkow-Strahlung:**

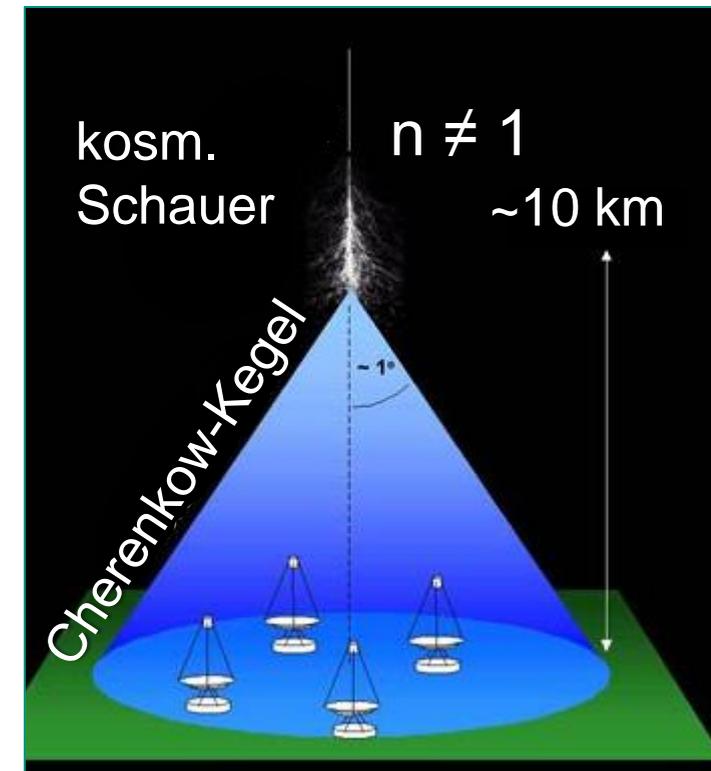
- **geringe Intensität**

es werden nur wenige Photonen pro Einheitsstrecke dx im Medium erzeugt:

z.B. für Elektronen ~ einige Hundert Photonen pro 1 MeV Energieverlust ($\sim 10^{-3}$ der Teilchenenergie wird in sichtbares Licht konvertiert)

- **spektrale Verteilung**

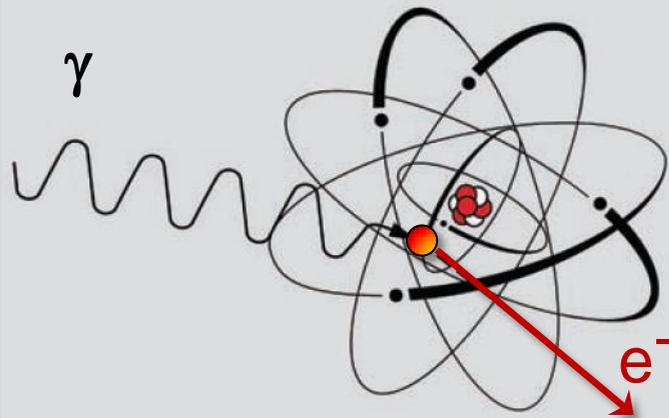
Kontinuum mit Verteilung $\sim 1/(\lambda^2)$



Wechselwirkung von Gammas & X-rays

- die Wechselwirkung von Photonen erfolgt über 3 fundamentale Prozesse:

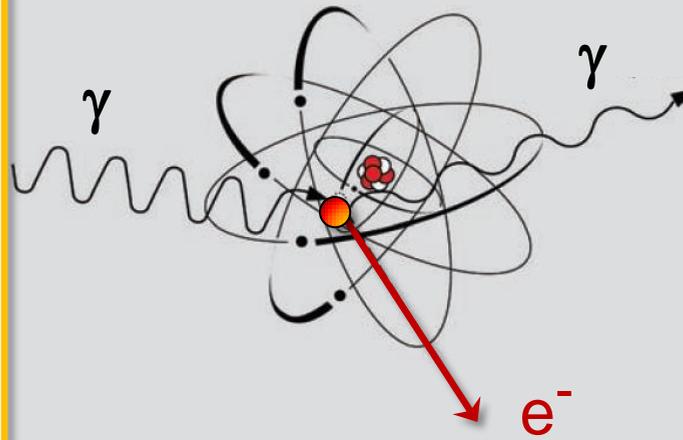
Photoeffekt



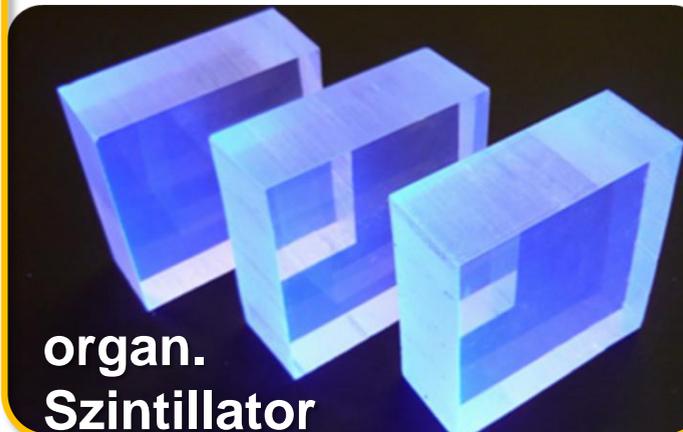
niedrige Gammaenergie



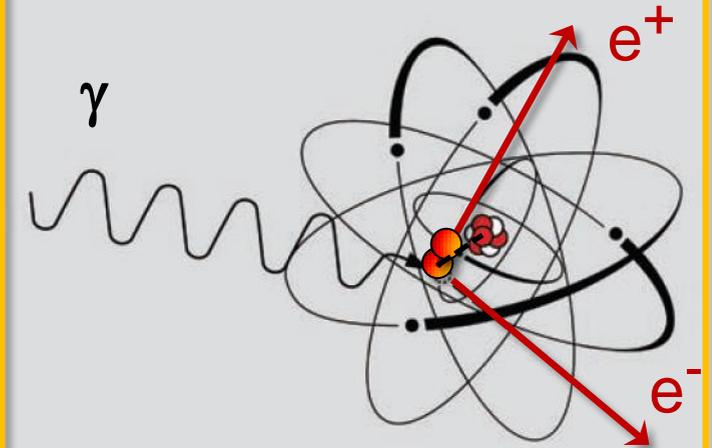
Comptonstreuung



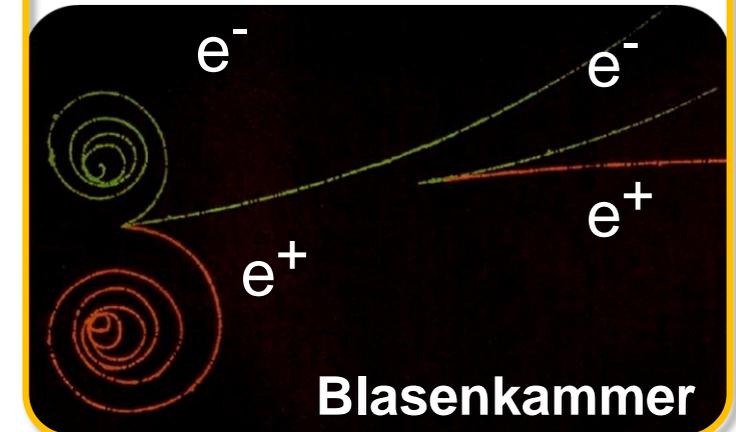
mittlere Gammaenergie



Paarbildung



hohe Gammaenergie



Photoeffekt



- **Photoeffekt** führt zur **Absorption des Photons** & zur Emission eines Hüllenelektrons & ist wichtig für niederenergetische Gammas $E_\gamma \leq 1$ MeV, Resultat: monoenergetische Elektronen mit $E(e^-) = h\nu - E_b$

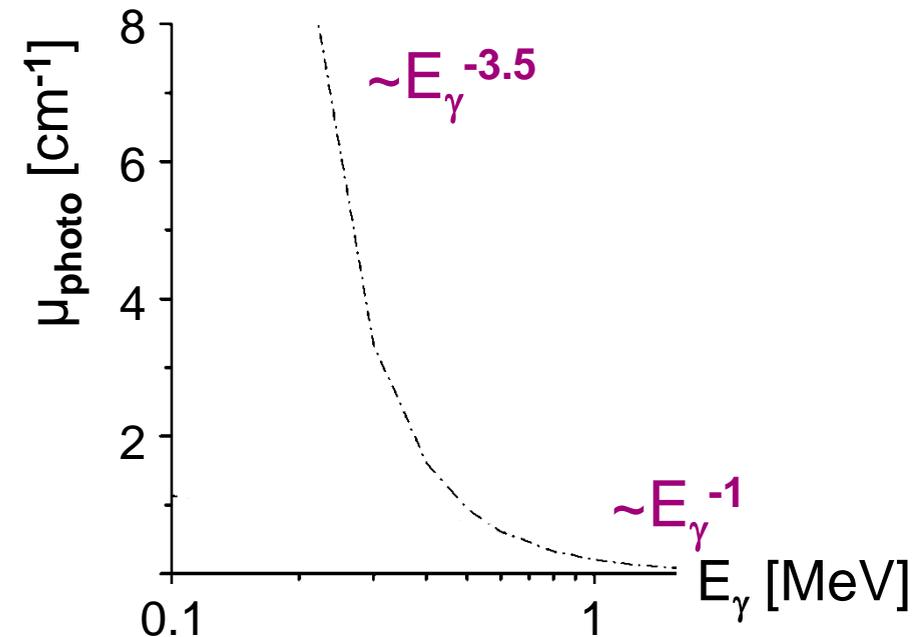
- für **niedrige** γ -Energien (K -Kante $< E_\gamma < 0.5$ MeV) gilt näherungsweise:

$$\sigma_{photo} = \frac{32\pi}{3} \cdot \sqrt{2} \cdot r_e^2 \cdot Z^5 \cdot \alpha^4 \cdot \frac{m_e^{7/2}}{E_\gamma^{7/2}}$$

$r_e = 2.8$ fm (klass. Elektronenradius)

- für **hohe** γ -Energien ($E_\gamma \gg 0.5$ MeV) gilt:

$$\sigma_{photo} = 4\pi \cdot r_e^2 \cdot Z^5 \cdot \alpha^4 \cdot \frac{m_e}{E_\gamma}$$

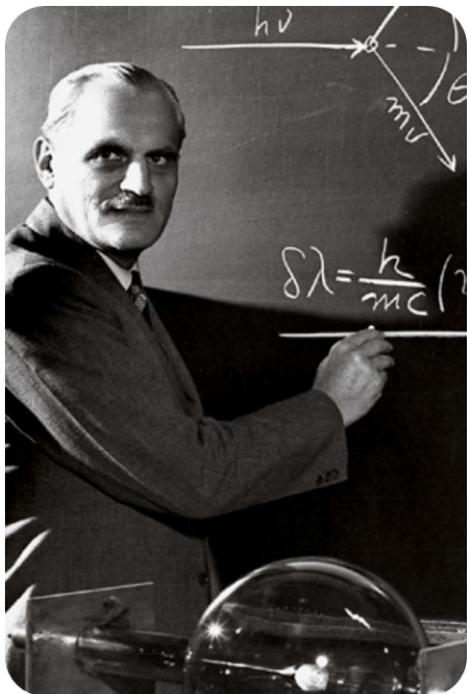


in organischen Szintillatoren C_nH_{2n} ($Z \sim 6$) praktisch kein Photoeffekt!

Photoeffekt wichtig bei niedriger γ -Energie und hoher Kernladung Z

Comptonstreuung

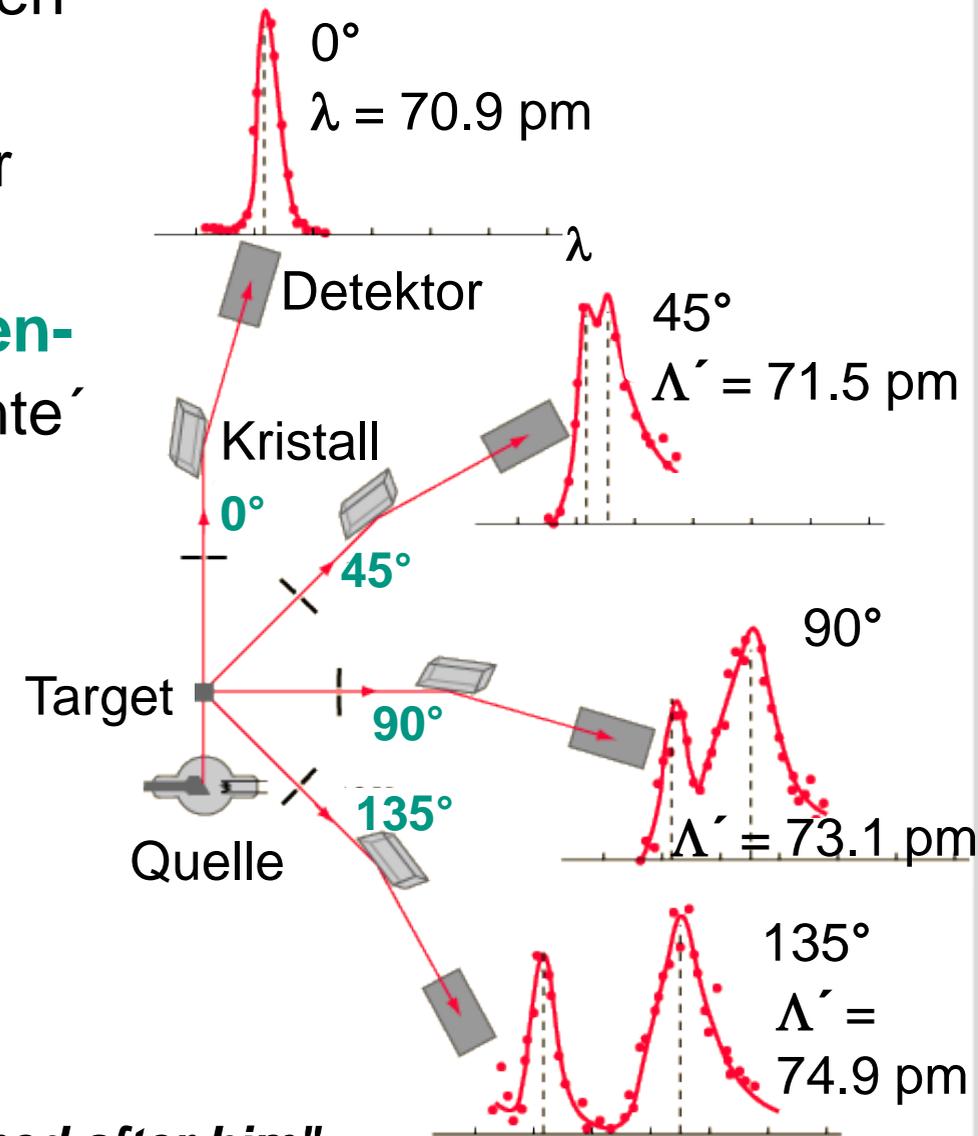
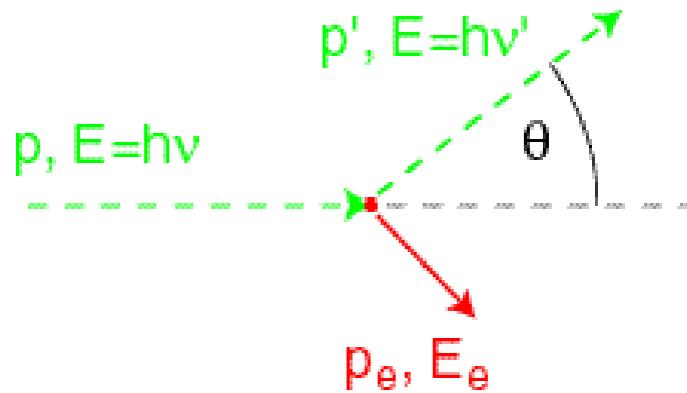
- **Comptonstreuung** bezeichnet die inelastische Streuung eines γ -Quants an den quasi-freien Hüllenelektronen
 - wichtig im Energiebereich $E_\gamma \sim 1 \text{ MeV}$
 - Korrelation zwischen Streuwinkel θ und der Wellenlänge Λ' des gestreuten Gammas
 - führt zu einem **kontinuierlichen Elektronen-rückstreuungspektrum** von 0 - 'Compton-Kante'



Arthur Holly Compton
(1892-1962)
Nobelpreis 1927



for the "discovery of the effect named after him".



Comptonstreuung: Kinematik

- bei der Compton-Streuung mit $E_\gamma \sim \text{MeV}$ sind die Bindungsenergien der Hüllenelektronen vernachlässigbar, damit ergibt sich die **Änderung $\Delta\lambda$** zu

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

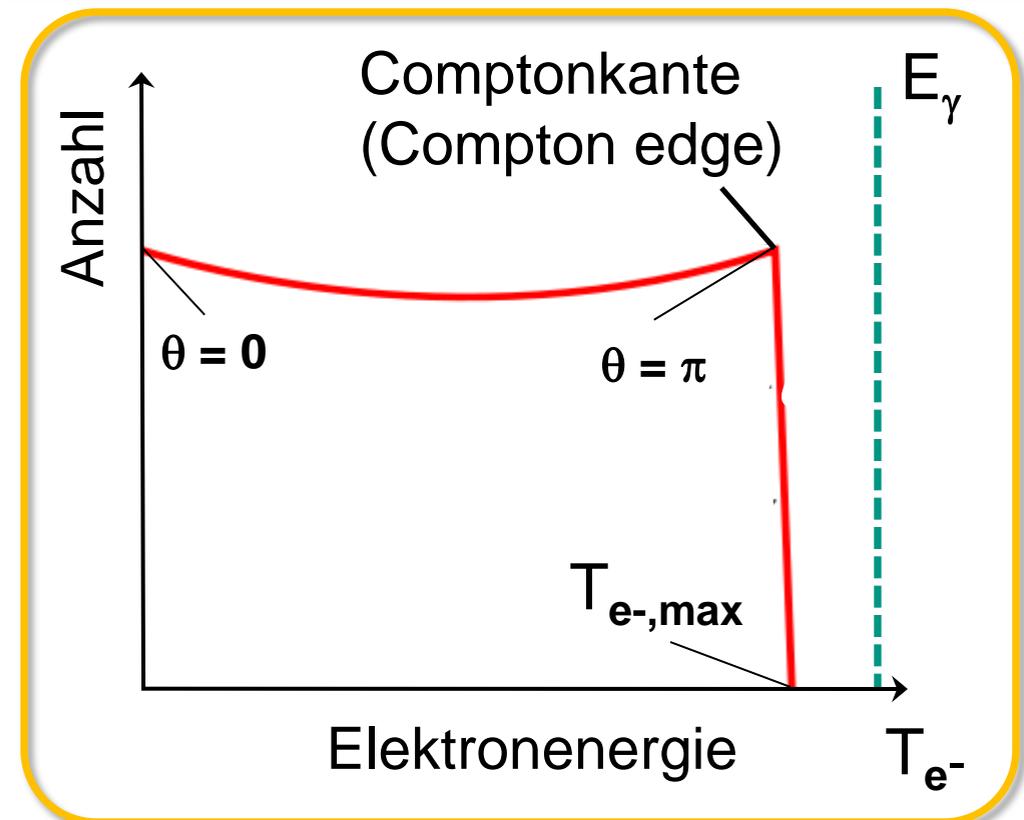
- das **Elektron** erhält beim Stoß die **kinetische Energie T_e** :

$$T_e = \frac{E_\gamma^2}{m_e c^2} \cdot \frac{1 - \cos \theta}{1 + (E_\gamma / m_e c^2) \cdot (1 - \cos \theta)}$$

- maximale Energie $T_{e,\max}$ bei $\theta = \pi$ (Gamma wird rückgestreut)

$$T_{e,\max} \rightarrow E_\gamma \cdot \left(1 - \frac{1}{2E_\gamma / m_e c^2} \right)$$

kontinuierliches Comptonspektrum



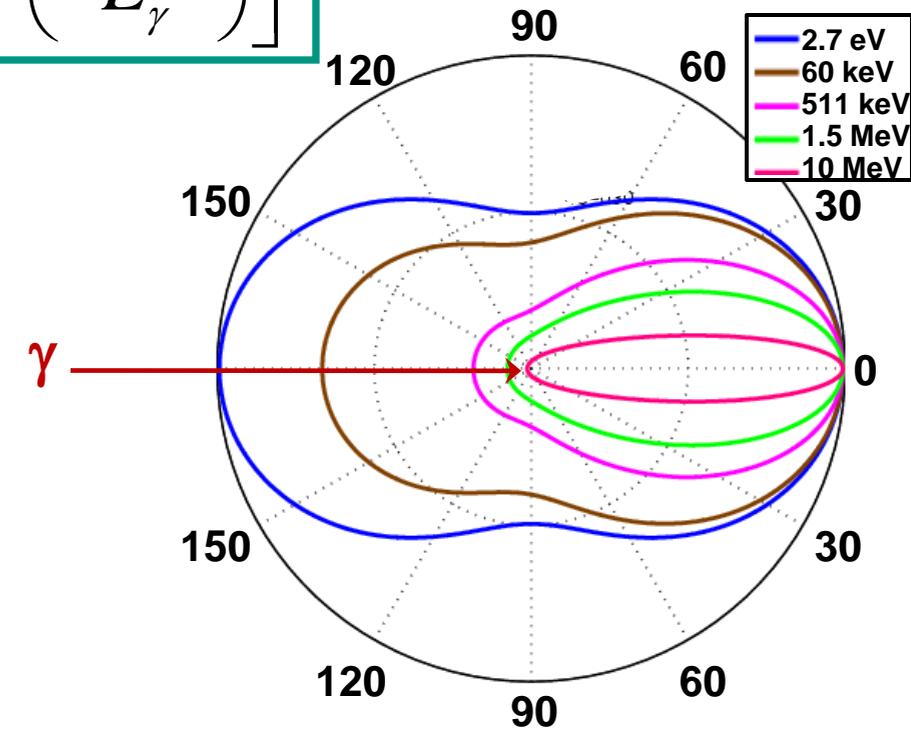
Comptonstreuung: Wirkungsquerschnitt

- der Wirkungsquerschnitt σ_C wird durch die relativistische & quantenmechanisch korrekte **Klein-Nishina-Gleichung** beschrieben

$$\sigma_{Klein-Nishina} = \frac{m_e c^2}{E_\gamma} \cdot \pi \cdot r_e^2 \cdot \left[\frac{1}{2} + \ln\left(\frac{2E_\gamma}{m_e c^2}\right) + O\left(\frac{m_e c^2}{E_\gamma}\right) \right]$$

Compton-Streuquerschnitt s:

- fällt ab mit wachsender Energie E_γ
- proportional zur Ordnungszahl Z
- **Winkelverteilung der gestreuten γ 's**
 - niedrige Energie: symmetrische vorwärts rückwärts Verteilung (Thomson-Streuung)
 - hohe Energie: asymmetrische, vorwärtsgepeakte Verteilung (Compton-Streuung)

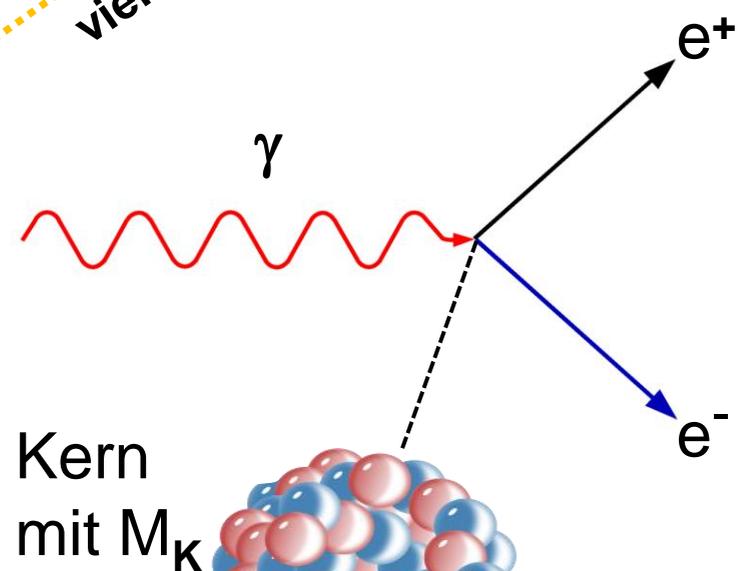
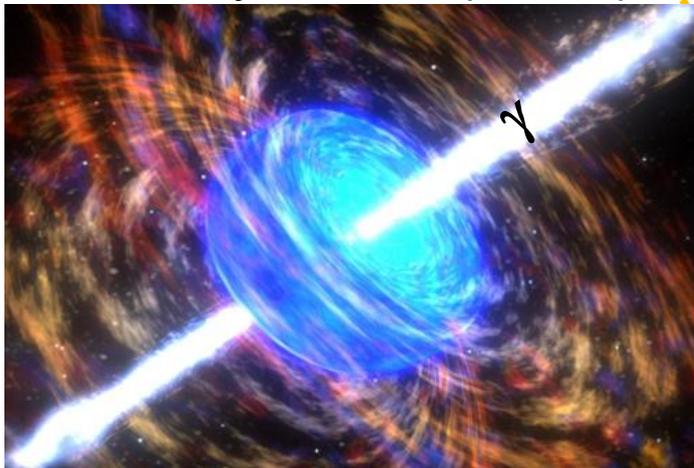


polare Darstellung der Compton-Streuverteilung für verschiedene E_γ

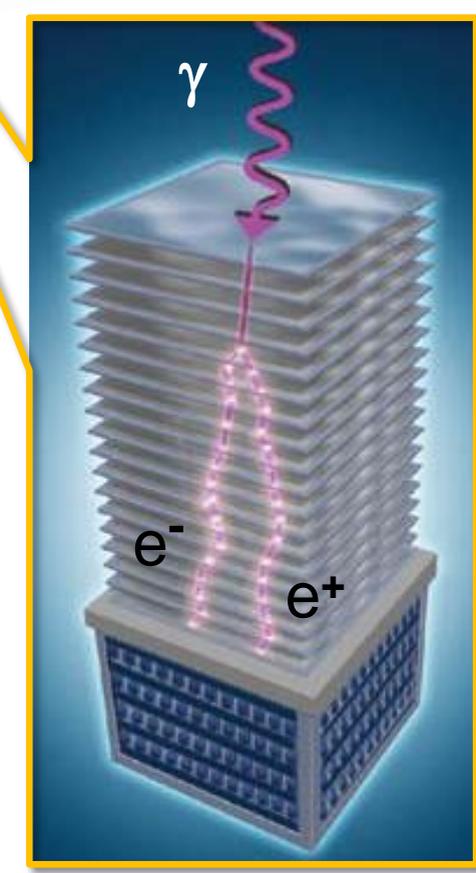
Paarbildung

- **Paarbildung** $\gamma \rightarrow e^- e^+$ dominiert σ_{tot} bei sehr hohen γ -Energien (einige MeV)
 - Schwellenenergie $E_\gamma \sim 2 m_e = 1.02 \text{ MeV}$ [+ $O(m_e^2/M_K)$]
 - falls $E_\gamma > 1.02 \text{ MeV}$ geht die Überschussenergie in die kinetische Energie des $e^- e^+$ Paares
 - der Paarbildungsprozess kann **nur im Coulombfeld eines Kernes** erfolgen, der den Rückstoß absorbiert

Gamma Ray Burst (GRB)



γ -Flugstrecke
viele Mpc - Gpc



- der Wirkungsquerschnitt für Paarbildung σ_{paar} wächst bei tiefen Energien E_γ ($m_e c^2 < E_\gamma < (137/Z^{1/3}) \cdot m_e c^2$) **logarithmisch mit der Energie** an:

$$\sigma_{\text{paar}} = \frac{4 \cdot \alpha^3 \cdot Z^2}{m_e^2} \cdot \left(\frac{7}{9} \cdot \ln \left(\frac{2E_\gamma}{m_e c^2} \right) - \frac{109}{54} \right)$$

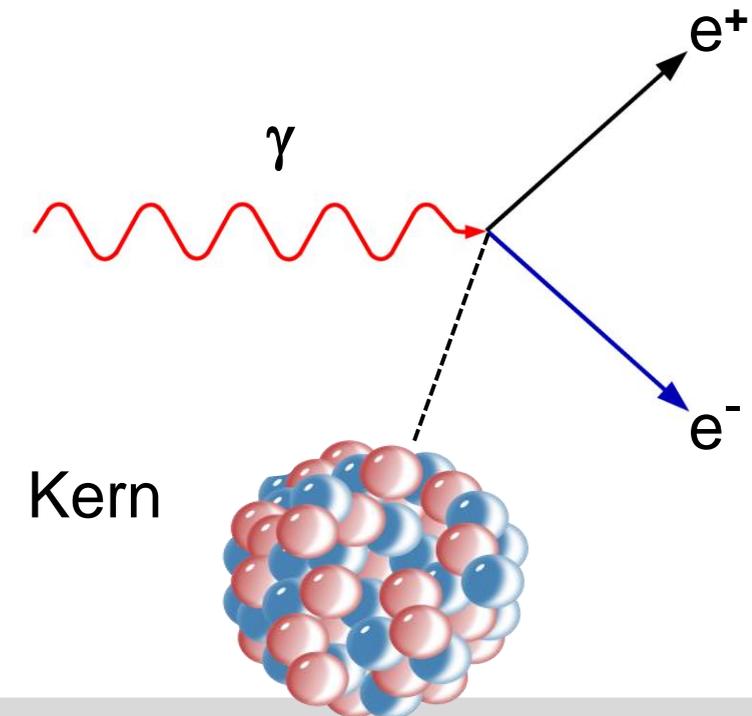
- für sehr hohe Energien ($E_\gamma \gg 137 \cdot Z^{-1/3} \cdot m_e c^2$) geht der Wq. σ_{paar} durch Sättigungseffekte **gegen einen Grenzwert**

$$\sigma_{\text{paar}} = \frac{4 \cdot \alpha^3 \cdot Z^2}{m_e^2} \cdot \left(\frac{7}{9} \cdot \ln \left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right) - \frac{1}{54} \right)$$

damit ergibt sich näherungsweise:

$$\Lambda_{\text{paar}} \cong \frac{9}{7} \cdot X_0$$

Relation zwischen
Mittlerer freier Weglänge Λ
& Strahlungslänge X_0



Gamma-Wirkungsquerschnitte

■ die Wirkungsquerschnitte der drei Prozesse ergeben in der Kombination:

- Photoeffekt: dominiert bei **kleinem E_γ** & **großer Kernladung Z**
- Compton-Streuung: dominiert bei **mittlerem E_γ** & **niedriger Kernladung Z**
- Paarbildung: dominiert bei **hohem E_γ** & **großer Kernladung Z**

