

Kerne und Teilchen

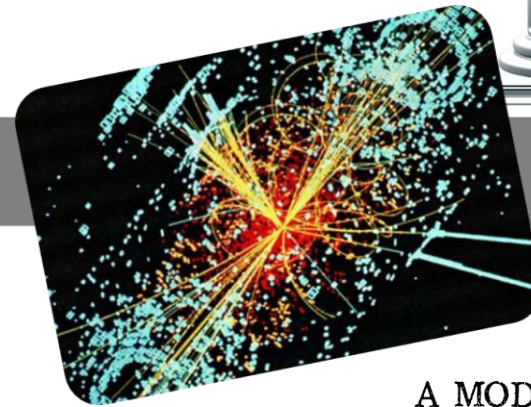
Physik VI

Vorlesung # 22 1.7.2010

Guido Drexlin, Institut für Experimentelle Kernphysik

Schwache Wechselwirkung

- ft-Werte & Matrixelemente
- V–A Wechselwirkung
- schwacher Isospin $SU(2)$
- schwache Hyperladung $U(1)_Y$
- elektroschwache Vereinheitlichung (WSG)



A MODEL OF LEPTONS*

Steven Weinberg†

Laboratory for Nuclear Science and Physics Department,
Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts
(Received 17 October 1967)

only with photons, and with
sons that presumably me-
ons. What could be more
these spin-one bosons

and on a right-handed singlet

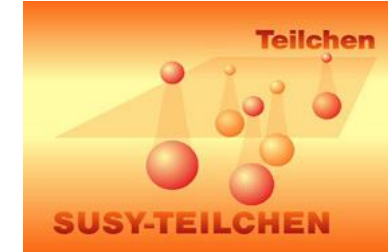
$$R \equiv [\tfrac{1}{2}(1-\gamma_5)]e.$$

SUSY, schwache Wechselwirkung



■ Supermultiplette:

- Gruppierung von SM-Teilchen & Superpartnern
 - skalare (Quarks/Squarks, Leptonen/Sleptonen)
 - vektorielle (Eichbosonen/Gauginos)



R-Parität

- $R_p = (-1)^{3B+L+2S}$ garantiert Stabilität des LSP (leichtestes SUSY-Teilchen)
- LSP: Gravitino, Neutralino als Kandidaten der kalten dunklen Materie

■ Klassifikation von Prozessen der schwachen Wechselwirkung:

- rein leptonisch: ν -e Streuung über CC und NC Reaktionen, μ -Zerfall
- semileptonisch: n-Zerfall, strangeness-Änderung: $|\Delta S| = |\Delta Q|$
- rein hadronisch: $K^- \rightarrow \pi^- + \pi^0$

■ Fermi-Kopplungskonstante G_F

$$\frac{G_F}{(\hbar c)^3} = 1.16637 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} = 8.96 \times 10^{-5} \text{ MeV fm}^{-3}$$

schwache Wechselwirkung



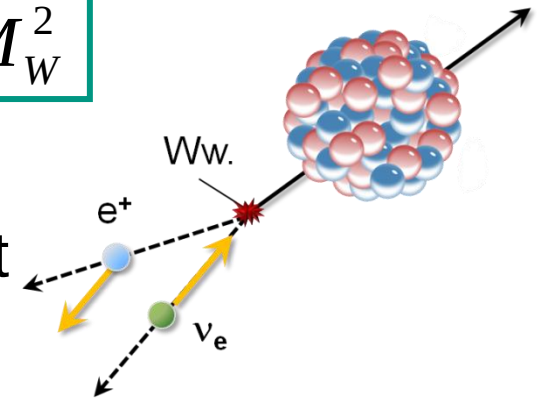
■ dimensionsbehaftetes G_F & schwache Kopplung g_w

- Fermi-Theorie nur bei kleinem q^2
effektive Theorie der schwachen Ww.
- Propagator $\sim 1/(q^2 - M_W^2) \rightarrow 1/M_W^2$

$$\frac{G_F}{(\hbar c)^3} = \frac{\sqrt{2}}{8} \cdot \frac{g_w^2}{M_W^2}$$

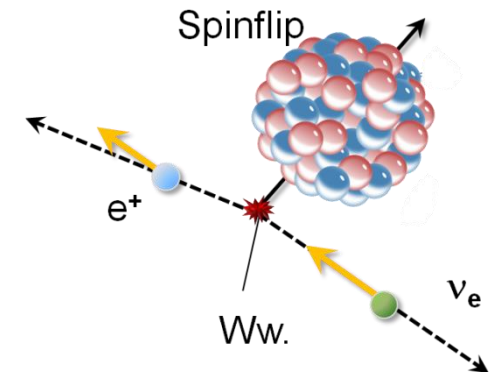
■ Fermi-Übergang

- Leptonenspins antiparallel ($s = 0$), Impulse gleichgerichtet
- **vektorieller Charakter**, Kopplung g_V



■ Gamow-Teller-Übergang

- Leptonenspins parallel ($s = 1$), Impulse gegengerichtet
- **axial-vektorieller Charakter**, Kopplung g_A



■ Dirac-Gleichung mit γ -Matrizen

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}$$

$$\vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^5 = i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3$$

4×4 Matrizen mit speziellen
Antikommutator-Eigenschaften

■ **β-Zerfall:**

- Form des β-Spektrums ist gegeben durch **Fermi's Goldene Regel** und die Phasenraumdichte dN/dE_0 , (vgl. Kap. 4.3)

$$N(p) dp \sim G^2 \cdot |M|^2 \cdot p^2 \cdot (E - E_0)^2 dp$$

M: Kernmatrixelement, enthält Information über Kernstruktur

- Gesamtrate λ ergibt sich aus der Integration über die Impulse p

$$\lambda = \int_0^{p_{\max}} N(p) dp \sim m_e^5 \cdot c^4 \cdot G \cdot |M|^2 \cdot f(Z, E_0)$$

$f(Z, E_0)$: Phasenraumfunktion über numerische Integration

■ **ft-Wert** bzw. **log(ft)-Wert:**

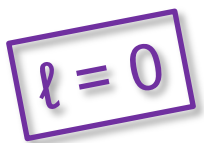
- das Produkt $f \cdot t_{1/2}$ variiert von 10^3 - 10^{22} s, daher oft log(ft)-Wert
- ft-Wert ist direktes Mass für die Größe des **Kernmatrixelements M**

$$ft = t_{1/2} \cdot f(Z, E_0) = \ln 2 \cdot \frac{2\pi^3 \hbar^7}{m_e^5 c^4} \cdot \frac{1}{G} \cdot \frac{1}{|M|^2}$$

log (f): Berechnung & E_0
log (t): Experiment

■ Klassifikation von β -Zerfällen über $\log(ft)$ -Wert:

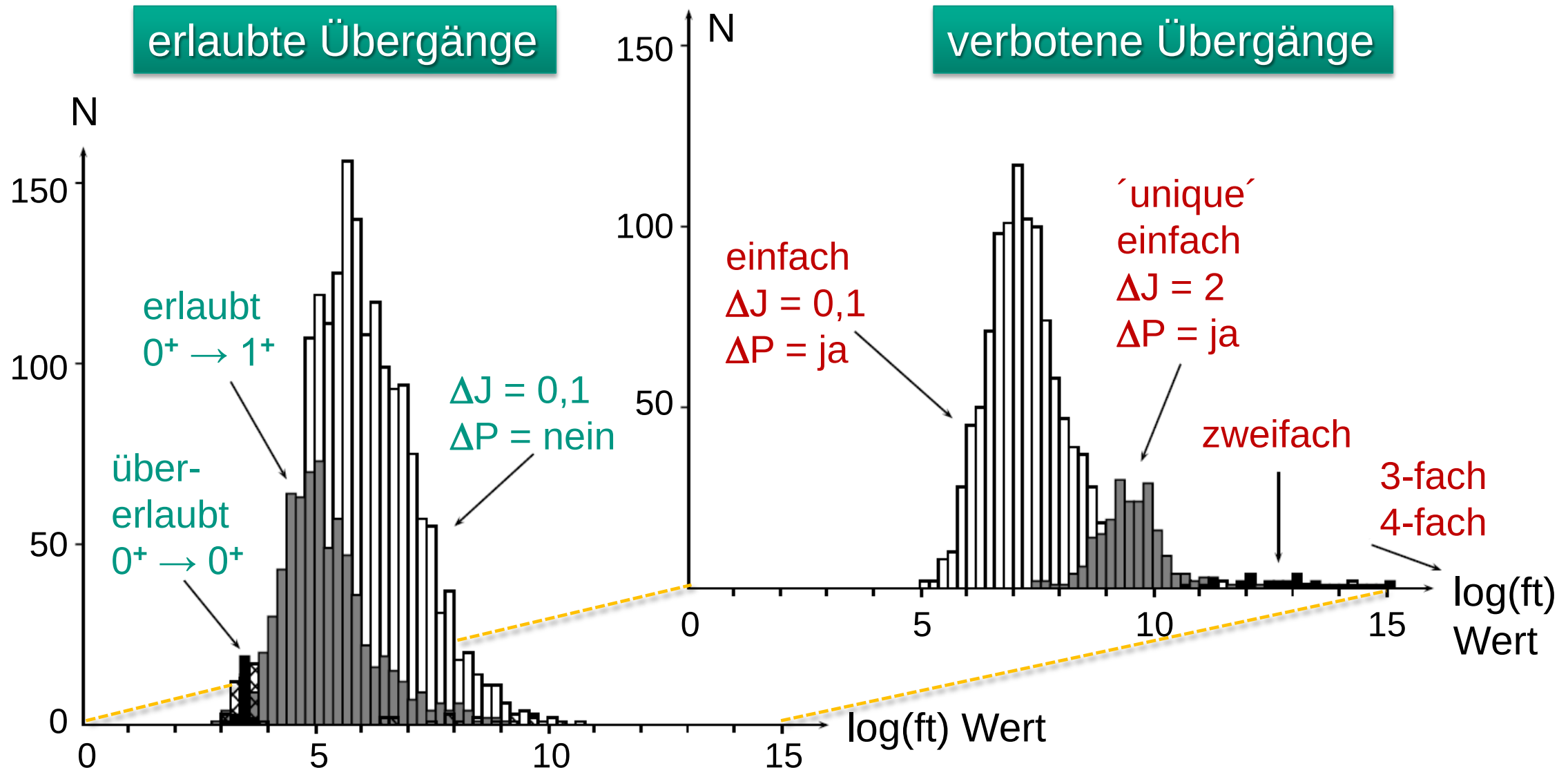
- **kleine $\log(ft)$ -Werte:** großer Überlapp der Kernwellenfunktionen $\Psi_i(r)$ und $\Psi_f(r)$, $\Rightarrow$ schneller Kern- β -Zerfall
- **große $\log(ft)$ -Werte von :** kleiner Überlapp, großes $t_{1/2}$, Bahndrehimpuls ℓ
- Leptonen: ebene Wellen mit $\Psi(x) \sim e^{ipx/\hbar} = 1 + ipx/\hbar + \dots$
Entwicklung nach Bahndrehimpuls $\vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{p}$, $\Delta\ell = 1$ reduziert λ um $\sim 10^3 - 10^4$

- **übererlaubt, erlaubt:** ${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{H} + e^- + \bar{\nu}_e$, ${}^{14}\text{C} \rightarrow {}^{14}\text{N} + e^- + \bar{\nu}_e$
 $\ell = 0$
Fermi: $\Delta J = 0$, ΔP - nein, **GT:** $\Delta J = 0, 1$ ΔP – nein
Kernmatrixelement ist energieunabhängig
Bereich: $\log(ft) < 6$

- **mehrfach verboten:** ${}^{115}\text{In} \rightarrow {}^{115}\text{Sn} + e^- + \bar{\nu}_e$ ($9/2^+ \rightarrow 1/2^+$, $\Delta\ell = 4$, $\log(ft) = 23$)
 $\ell = 1, 2, 3, \dots$
 $\Delta J = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$ (Drehimpuls ℓ wird fortgetragen)
Kernmatrixelement ist stark energieabhängig
man spricht von ℓ -fach verbotenen Übergängen

ft-Werte und erlaubte/verbotene Übergänge

- **β -Zerfall**: Verteilung der $\log(ft)$ -Werte von ~ 3900 β -Zerfällen & Einteilung in erlaubte & verbotene Übergänge



Kernmatrixelemente M_F und M_{GT}

■ M für gemischte β -Zerfälle:

- die Partialbreiten Γ_F und Γ_{GT} der Kanäle addieren sich, damit

$$|M|^2 = g_V^2 \cdot |M_F|^2 + g_A^2 \cdot |M_{GT}|^2 = g_V^2 \cdot \left[|M_F|^2 + \frac{g_A^2}{g_V^2} \cdot |M_{GT}|^2 \right]$$

■ M_F und M_{GT} für Neutron- β -Zerfall:

- beim Neutronenzerfall $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ ($1/2^+ \rightarrow 1/2^+$) tragen sowohl Fermi- wie auch Gamow-Übergänge bei
- Übergang in einem Isospin-Dublett: identische Wellenfunktionen $\Psi_n = \Psi_p$

Fermi-Matrixelement:

- Einheits-Operator 1

$$|M_F|^2 = \left| \int \psi_p^* 1 \psi_n dV \right|^2 = 1$$

GT-Matrixelement:

- Pauli-Spin-Operator $\vec{\sigma}$
mit $\langle \vec{\sigma}^2 \rangle = 3$

$$|M_{GT}|^2 = \left| \int \psi_p^* \vec{\sigma} \psi_n dV \right|^2 = 3$$

Axiale (g_A) und vektorielle (g_V) Kopplung

■ Bestimmung von g_V und g_A :

- Vektorkopplung g_V : über reinen Fermi-Übergang ($g_V \approx G_F$)
- axiale Kopplung g_A : über den Neutron-Zerfall

$$\frac{g_A^2}{g_V^2} = 1.59 \quad \Rightarrow \quad \frac{g_A}{g_V} = -1.2695 \pm 0.0029$$

g_A/g_V aus aktuellen
experimentellen Werten

■ Schwache Wechselwirkung mit g_V und g_A :

Nukleonen sind von Wolken virtueller Pionen umgeben ($n \rightarrow p + \pi^-$)

Fermi-Matrixelement:

- schwacher Vektorstrom der Hadronen ist erhalten
- elektr. Ladung (Vektorstrom) wird durch starke Ww. nicht modifiziert
- **CVC**: **C**onserved **V**ector **C**urrent (Isospinsymmetrie)

GT-Matrixelement:

- axialer Strom der Hadronen ist nur teilweise erhalten, QCD Effekte!
- **PCAC**: **P**artically **C**onserved **A**xialvector **C**urrent

9.2 V-A Wechselwirkung (Paritätsverletzung)

■ Fermi's Ansatz mit vektorieller Kopplung g_V :

- in enger Analogie zur elektromagnetischen Wechselwirkung beschreibt **E. Fermi** die schwache Wechselwirkung mit einem vektoriellen Operator γ^μ , der die

$$H_w = G \cdot (\bar{\Psi}_p \gamma^\mu \Psi_n) \cdot (\bar{\Psi}_e \gamma^\mu \Psi_\nu)$$

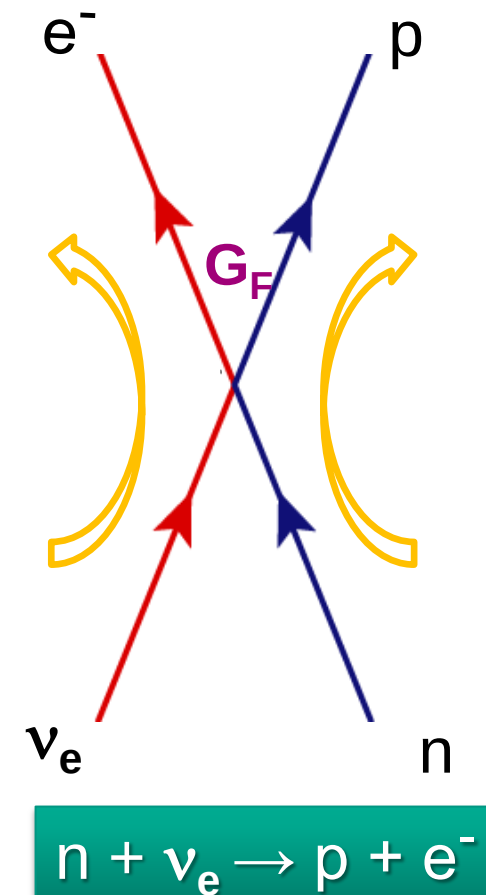
- skalare Größe: $\Rightarrow$ Fermi-Ansatz ist paritätserhaltend

■ Strom-Strom Kopplung:

- Kopplung eines leptonischen Stroms J_{lept} mit einem hadronischen Strom J_{hadr}

$$H_w = \frac{G}{\sqrt{2}} \cdot J_\mu^+(x) \cdot J^\mu(x)$$

- mit $J_\mu = J_\mu(\text{leptonisch}) + J_\mu(\text{hadronisch})$



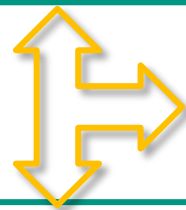
V – A Kopplung

■ V – A Wechselwirkung in den Strömen:

- R.P. Feynman & M. Gell-Mann erweitern den vektoriellen Fermi-Ansatz um **axialvektorielle Ströme**

$$J_{\mu}(\text{leptonisch}) = \bar{\Psi}_e \gamma_{\mu} (1 - \gamma^5) \Psi_{\nu}$$

γ_{μ} Vektor
 $\gamma_{\mu} \gamma^5$ Axialvektor



V – A Wechselwirkung

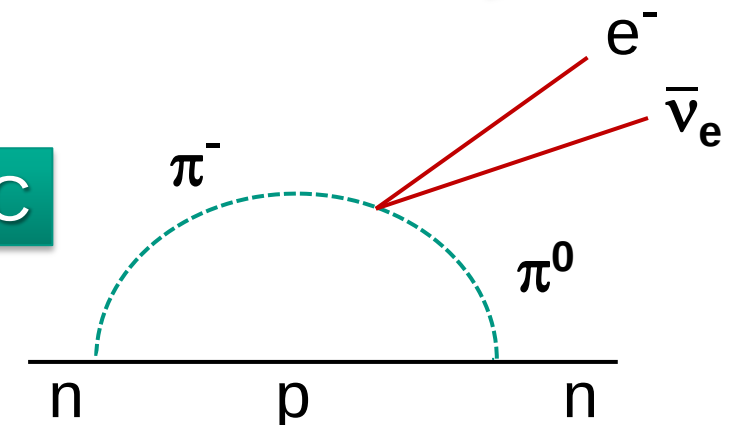
$$J_{\mu}(\text{hadronisch}) = \bar{\Psi}_n \gamma_{\mu} \left(1 - \frac{g_A}{g_V} \cdot \gamma^5\right) \Psi_p$$

V – A
verletzt
die Parität
maximal

■ Hadronischer Strom (CVC & PCAC):

- im hadronischen Stromanteil sind die axialen Anteile g_A durch QCD-Effekte nur teilweise erhalten ($g_A/g_V = 1.25$)

CVC



V – A Wechselwirkung & Chiralität

■ paritätsverletzende Kopplung der V – A Wechselwirkung

- Helizität: Kopplung nur an LH Fermionen bzw. RH Anti-Fermionen,
(folgt aus Messung der Longitudinal-Polarisation von e^+ , e^-)

■ Chirale Kopplung der V – A Wechselwirkung

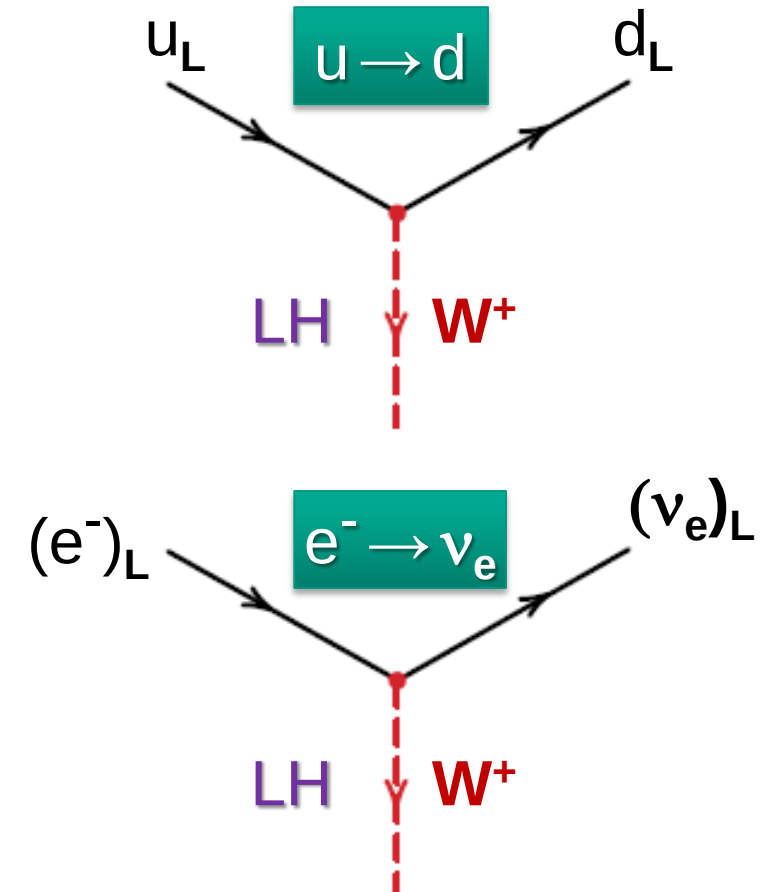
**intermediäre Vektorbosonen $W^\pm$ koppeln
nur an LH Fermionen / LH Anti-Fermionen**

$$j^\mu \propto \bar{u} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u$$

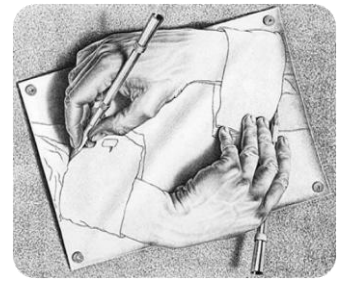
Chiraler
Projektions-Operator $\frac{1}{2} \cdot (1 - \gamma^5)$

■ $\Psi_R = \frac{1}{2} \cdot (1 + \gamma^5) u$ chiral RH Fermion

$\bar{\Psi}_L = \bar{u} \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 - \gamma^5)$ chiral LH Fermion



Chiralität und Helizität



■ Chiralität und Helizität:

oft verwechselt durch simultane Benutzung des Begriffs Händigkeit (LH/RH):

	Chiralität	Helizität
relevante physikalische Größe	schwache Ladung $g_w(e_L) = -\frac{1}{2}, g_w(e_R) = 0$	Projektion des Spin $\vec{s}$ auf Impulsrichtung $\vec{p}$
Operator	Spinor $\Psi_{L,R} = \frac{1}{2} \cdot (1 \pm \gamma^5)$	$h = \frac{1}{2} \cdot (1 \pm \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{ \vec{p} })$
Interpretation LH/RH	nur ein 'Label'	entspricht einem Drehsinn
Lorentz-Invarianz	ja (γ^5 ist pseudoskalar)	nein ($\vec{p}$ klappt um, $\vec{s}$ nicht)
wirkt auf	Spinor-Raum	$\vec{s}, \vec{p}$ (physikalischer Raum)
Paritätstransformation	$LH \leftrightarrow RH$	$LH \leftrightarrow RH$

- **massebehaftete Teilchen: Helizität $\neq$ Chiralität**

- **nur identisch bei masselosen Teilchen**

schwache Ww.: Teilchen – Chiralität LH / Helizität LH
Antiteilchen – Chiralität LH / Helizität RH

$$\frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \xrightarrow{v \rightarrow c} \gamma^5$$

■ Schwache Isospin SU(2)- Dubletts & Singulets:

- die (chiral) **linkshändigen Fermionen** werden zu **Dubletts** bzgl. **des schwachen Isospins T** zusammengefasst (mit $T = 1/2$)
- die (chiral) rechtshändigen Fermionen sind Singulets bzgl. SU(2)

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L \\
 \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L
 \end{array}$$

schwache Isospindubletts

$$\begin{array}{ccccc}
 (e^-)_R & (\mu^-)_R & (\tau^-)_R & & \\
 (u)_R & (c)_R & (t)_R & (d)_R & (s)_R & (b)_R
 \end{array}$$

schwache Isospinsingulets ($T = T_3 = 0$)

$$(e^-)_R = \frac{1}{2} (1 + \gamma^5) e$$

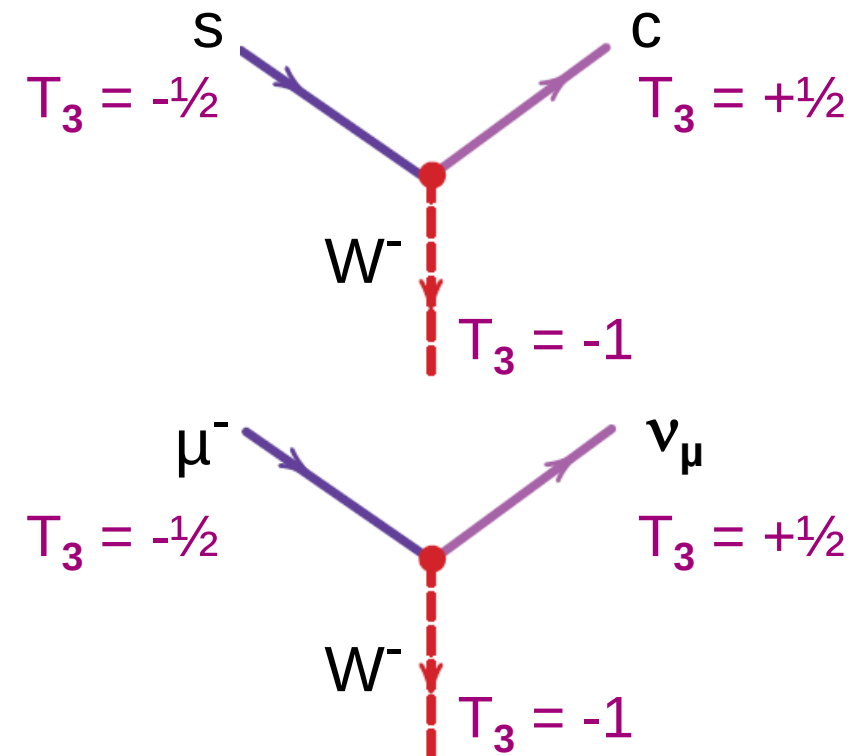
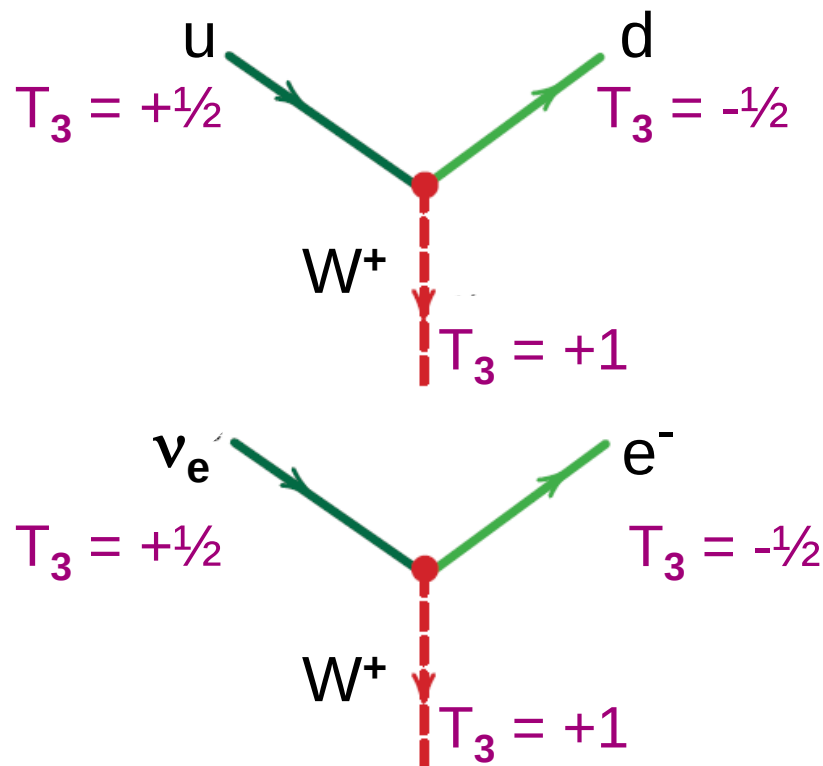
■ Schwacher Isospin T:

- bei einer Reaktion (ν_e, e^-) : Leptonen verbleiben im gleichen Dublett

↪ Zuordnung 3. Isospinkomponente $T_3(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau) = +1/2$ $T_3(e^-, \mu^-, \tau^-) = -1/2$

■ Schwacher Isospin T & schwache Hyperladung Y_W :

- ein Quark (u,c,t) mit $T_3 = +1/2$ transformiert immer in ein Quark mit $T_3 = -1/2$
- **geladene W-Bosonen tragen schwachen Isospin $T = 1$ (Triplett)**
Emission W^+ Boson: $T_3 = +1$, W^- Boson: $T_3 = -1$, (W^0 Boson: $T_3 = 0$)
 W^0 ist nicht mit dem Z^0 identisch!



Schwache Hyperladung

- S. L. Glashow: Einführung der **schwachen Hyperladung Y_W** entsprechend der Gell-Mann/Nishijima Gleichung bei der starken W_W .

$$Q = T_3 + Y_W/2$$

$$Y_W = 2 (Q - T_3)$$

$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L$ $\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L$ $\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L$	$Y_W = -1$	$T_3 = +1/2$ $T_3 = -1/2$	$Q = 0$ $Q = -1$
$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L$ $\begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L$ $\begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$	$Y_W = 1/3$	$T_3 = +1/2$ $T_3 = -1/2$	$Q = +2/3$ $Q = -1/3$
$(e^-)_R$ $(\mu^-)_R$ $(\tau^-)_R$	$Y_W = -2$	$T_3 = 0$	$Q = -1$
$(u)_R$ $(c)_R$ $(t)_R$	$Y_W = 4/3$	$T_3 = 0$	$Q = +2/3$
$(d)_R$ $(s)_R$ $(b)_R$	$Y_W = -2/3$	$T_3 = 0$	$Q = -1/3$

- **Lagrange-Dichte L_w** der schwachen Wechselwirkung:

$$L_w = g_w \cdot (J_\mu^+ \cdot W^\mu + J^\mu W_\mu^+) \quad \text{'nur' W-Bosonen (was ist } W^0 \text{?)}$$

Einführung von 'massiven' Vektorbosonen nicht ausreichend zu Vermeidung von Divergenzen im Wirkungsquerschnitt

S.L. Glashow, S. Weinberg, A. Salam: Entwicklung einer Eichtheorie der elektroschwachen Wechselwirkung $SU(2) \times U(1)$ mit CC und NC

P. Higgs: Eichsymmetrie ist durch ein skalares Feld spontan gebrochen

G. 't Hooft, M. Veltman: Eichsymmetrie ist renormierbar



Nobelpreis 1999

"for elucidating the quantum structure of electroweak interactions in physics"



Gerardus
't Hooft



Martinus J.G.
Veltman

- **elektroschwache Eichsymmetrie**: schwacher Isospin T & Hyperladung Y_w
vier Spin 1 – Vektorbosonen $\vec{W}_\mu$, B_μ (Basiszustände des schwachen Isospins)

$$\vec{W}_\mu = (W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3) \quad \text{Triplett im T-Raum}$$

$$B_\mu \quad \text{Definition: Singulett im T-Raum}$$

- die **reellen Vektorbosonen $W^\pm$** ergeben sich aus Kombination:

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (W_\mu^1 \pm i W_\mu^2)$$

- **Brechung der Eichsymmetrie** durch 2 komplexe **skalare Felder $\Phi(x)$**
Eigenschaften: schwache Hyperladung $Y_w = +1$, Ladung $Q = 0$, Spin $s = 0$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix}$$

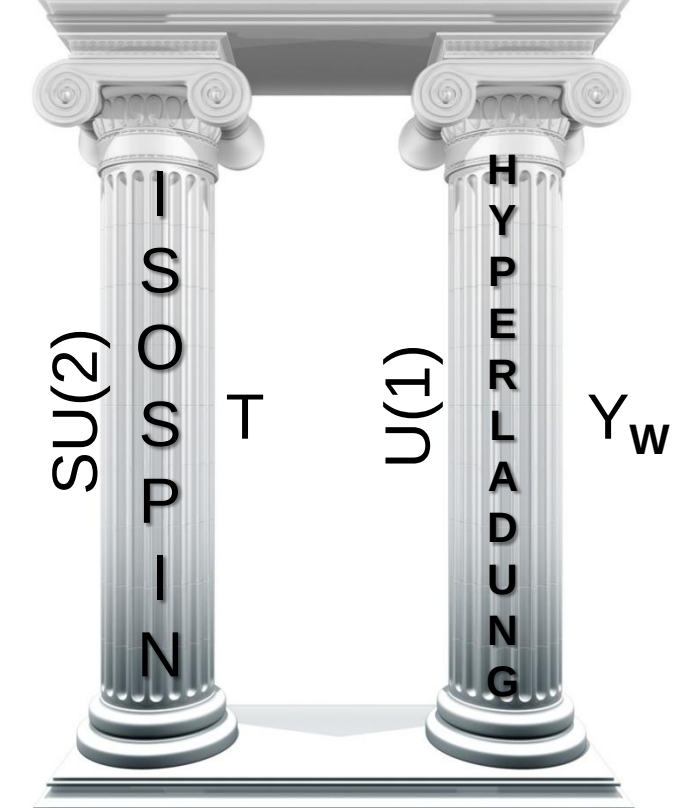
3 Eichfelder erhalten
Masse, 1 massives
Higgs-Boson verbleibt

$$\langle \Phi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ w \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} w: \\ \text{Vakuum-} \\ \text{Erwartungs-} \\ \text{wert Higgs} \end{array}$$

Elektroschwache Vereinheitlichung

- Kopplung der Vektorbosonen W_μ , B_μ an den **schwachen Isospin** $\vec{J}_\mu$ und den Strom der **schwachen Hyperladung** $\vec{J}_\mu^Y$

elektroschwache Ww.



$$L_W = g \cdot \sum_{a=1}^3 J_\mu^a \cdot W^{a\mu} + g' \cdot J_\mu^Y \cdot B^\mu$$



Isotriplett W_μ koppelt an schwachen Isospin mit Stärke **g**



Isosingulett B_μ koppelt an schwache Hyperladung mit Stärke **g'**

- 2 elektrisch neutrale Eichfelder: W_μ^3 und B_μ

$$A_\mu = \sin \theta_W \cdot W_\mu^3 + \cos \theta_W \cdot B_\mu$$

$$Z_\mu = \cos \theta_W \cdot W_\mu^3 - \sin \theta_W \cdot B_\mu$$

Mischung der neutralen Felder zum Photon und Z^0 -Boson

Mischung von SU(2) und U(1)

- **Photon γ** und **Z^0 -Boson** sind 2 orthogonale Zustände und lassen sich als Linearkombination der **Eichfelder B^0** (B_μ) und **W^0** (W_μ) darstellen:

$$|\gamma\rangle = \frac{g \cdot |B^0\rangle + g' \cdot |W^0\rangle}{\sqrt{g^2 + (g')^2}}$$

$$|Z^0\rangle = \frac{g \cdot |W^0\rangle - g' \cdot |B^0\rangle}{\sqrt{g^2 + (g')^2}}$$

- **Weinbergwinkel θ_w** :

der **elektroschwache Mischungswinkel θ_w** (Weinbergwinkel) ist der zentrale Parameter des Weinberg-Salam-Glashow-Modells

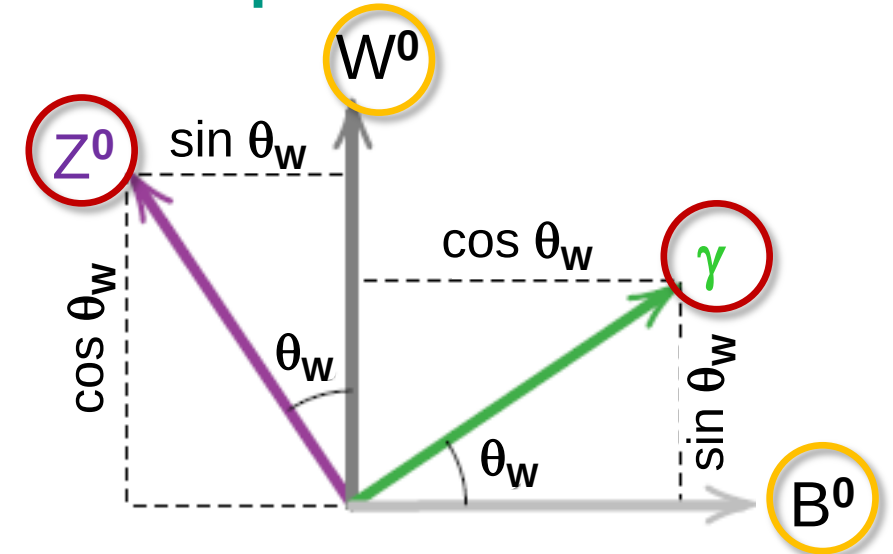
- beschreibt die **Drehung der Eigenzustände** des schwachen Isospins **B^0** , **W^0** relativ zu den reellen Vektorbosonen **γ** und **Z^0**

$$\sin \theta_w = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + (g')^2}}$$

$$\tan \theta_w = \frac{g'}{g}$$

- Darstellung als **Drehung um θ_w im schwachen Isospinraum**:

$$\begin{pmatrix} |\gamma\rangle \\ |Z^0\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_w & \sin \theta_w \\ -\sin \theta_w & \cos \theta_w \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} |B^0\rangle \\ |W^0\rangle \end{pmatrix}$$



- **Weinbergwinkel θ_w** :

- misst die Stärke der elektromagnet. relativ zur schwachen Wechselwirkung

$$e = g \cdot \sin \theta_w$$

- experimenteller Wert aus der ν -e Streuung, der elektroschwachen Interferenz bei e^+e^- Streuung, Z^0 - Breite

$$\sin^2 \theta_w = 0.2325 \pm 0.0008$$

- schwache Kopplungskonstante $\alpha_W \sim g \cdot g$ ist etwa 4 x stärker als die elektromagnetische Kopplung $\alpha_{em} \sim e \cdot e$, nur der Propagatorterm führt zur geringen effektiven Stärke

- Massenverhältnisse der Vektorbosonen:

$$\frac{M_W}{M_{Z^0}} = \cos \theta_W$$

$$M_W = \left(\frac{e^2 \cdot \sqrt{2}}{8G_F} \right)^{1/2} \cdot \frac{1}{\sin \theta_W} = \frac{37.4}{\sin \theta_W} \text{ GeV}$$

- **Struktur der schwachen Ströme (Teil I):**

- **geladene Ströme:** W-Bosonen koppeln an alle chiral linkshändigen Quarks und Leptonen mit der gleichen Stärke (Universalität)
- **neutrale Ströme:** komplexere Struktur durch Mischung mit der elektromagnetischen Wechselwirkung, Ankopplung auch an chiral rechtshändige Quarks und Leptonen möglich