

Kerne und Teilchen

Moderne Experimentalphysik III
Vorlesung 3

MICHAEL FEINDT
INSTITUT FÜR EXPERIMENTELLE KERNPHYSIK

Stabilität der Kerne

Kernzerfälle

- Beta – Zerfall:

- β^-	: e^- – Abstrahlung	$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$
- β^+	: e^+ – Abstrahlung	$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$
- EC	: Elektroneneinfang	$p + e^- \rightarrow p + \nu_e$

- Alpha – Zerfall: Emission eines **^4He – Kerns**

- Kernspaltung: **spontane Spaltung**, i.a. sehr unwahrscheinlich
 Nennenswert ab Uran, ab $Z > \approx 110$ wichtiger als α -Zerfall

Stabile Kerne: nur in schmalem Band in Z, N – Ebene.

Instabile Kerne: zerfallen unabhängig voneinander und zu nicht vorhersehbarer Zeit.

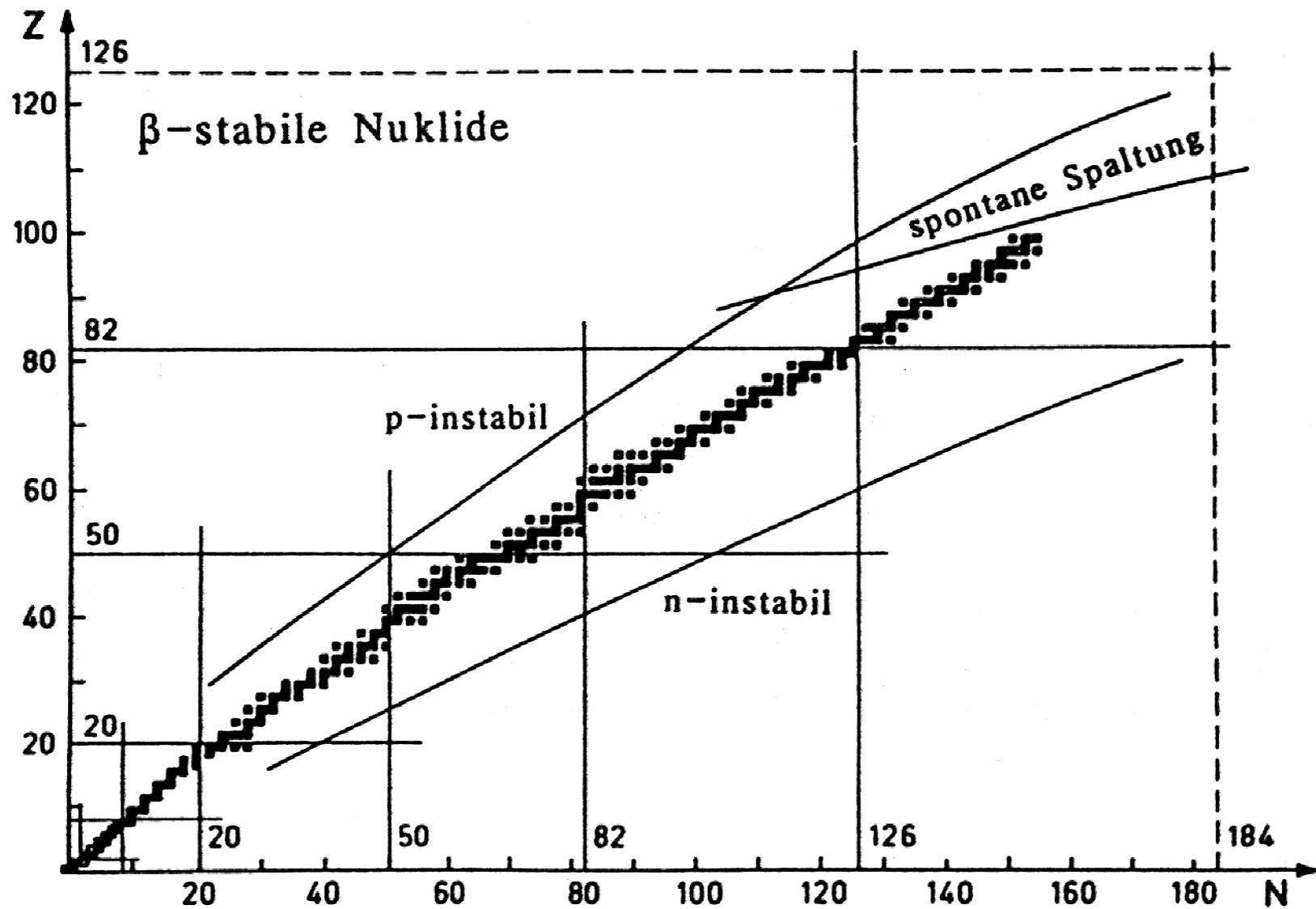


Abb. 3.1. Die β -stabilen Kerne in der Z - N -Ebene (nach [Bo69])

[Quelle: Povh, Teilchen und Kerne]

Aktivität

... einer Probe mit N Kernen = Zahl der Zerfälle pro Zeiteinheit

$$A = \boxed{-\frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N}$$

↑
Zerfallskonstante

Lebensdauer τ $\tau = \frac{1}{\lambda}$

Halbwertszeit $T_{1/2}$ $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$

Lösung: $\frac{dN}{N} = -\lambda \cdot dt$ integrieren: $\boxed{N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-t/\tau}}$

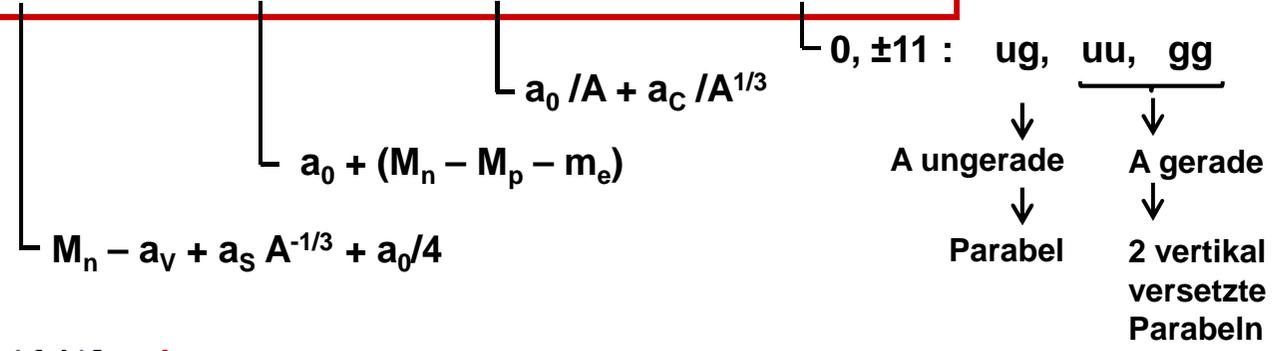
- Einheit: 1 Bq = 1 Bequerel = 1 Zerfall / Sekunde
- Messungen von λ , A:
 - τ kurz: (≈ 1 Jahr): $A(t) = \lambda \cdot N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$
ergibt direkt λ
 - τ lang: N erforderlich, problematisch bei Stoffgemischen



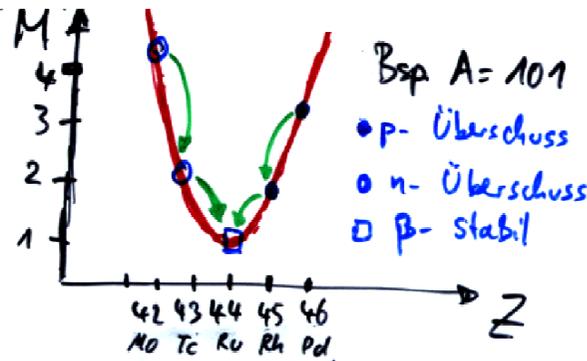
3.1 Beta – Zerfall

- Betrachte Isobare mit $A = \text{const.}$
- B.W. – Formel kann als quadratische Funktion von Z geschrieben werden

$$M(A, Z) = \alpha \cdot A - \beta \cdot Z + \gamma \cdot Z^2 + \delta \cdot A^{-\frac{1}{2}}$$



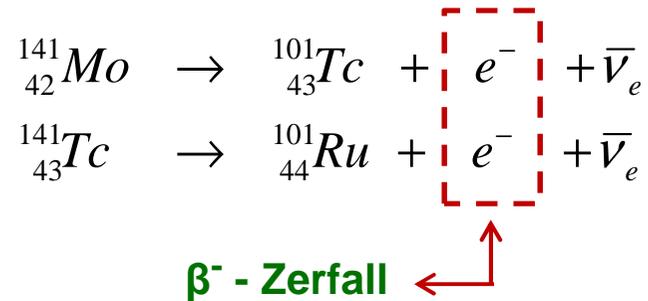
β -Zerfall in Kernen



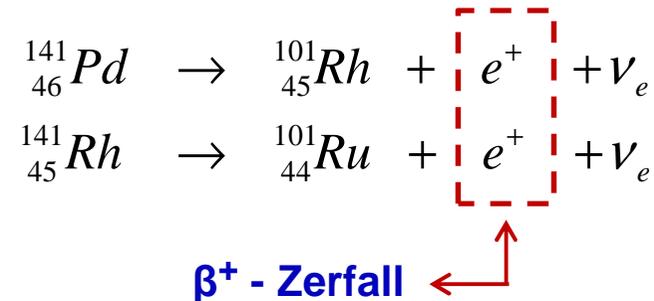
Minimum der Masse bei $Z = \beta / 2\gamma$

β – Zerfall

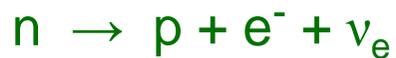
n – Überschuss



p – Überschuss



Nukleonumwandlung



auch für freie Neutronen:

$$\begin{array}{l}
 M_n > M_p + M_e \\
 \tau \approx 11 \text{ Minuten}
 \end{array}$$



geht nur in Kernen, da

$$M_n > M_p$$

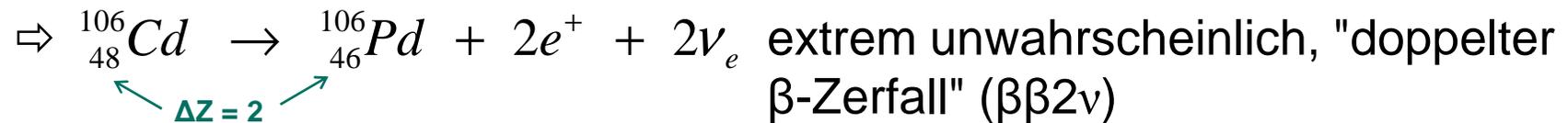
Bethe-Weizsäcker-Gl. gilt für Atommassen inkl. Elektronenhülle → Energiebedingungen:

$$M(A,Z) > M(A,Z+1)$$

$$M(A,Z) > M(A,Z-1) + 2 \cdot m_e$$

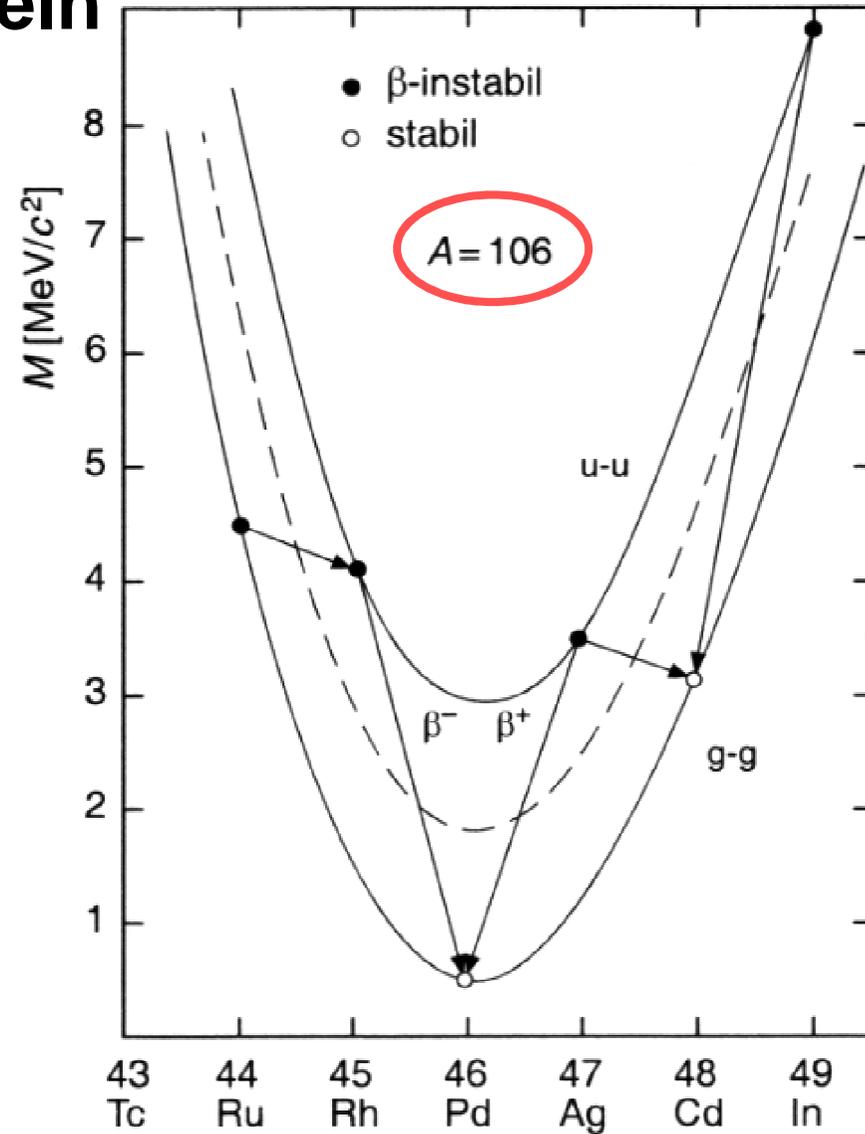
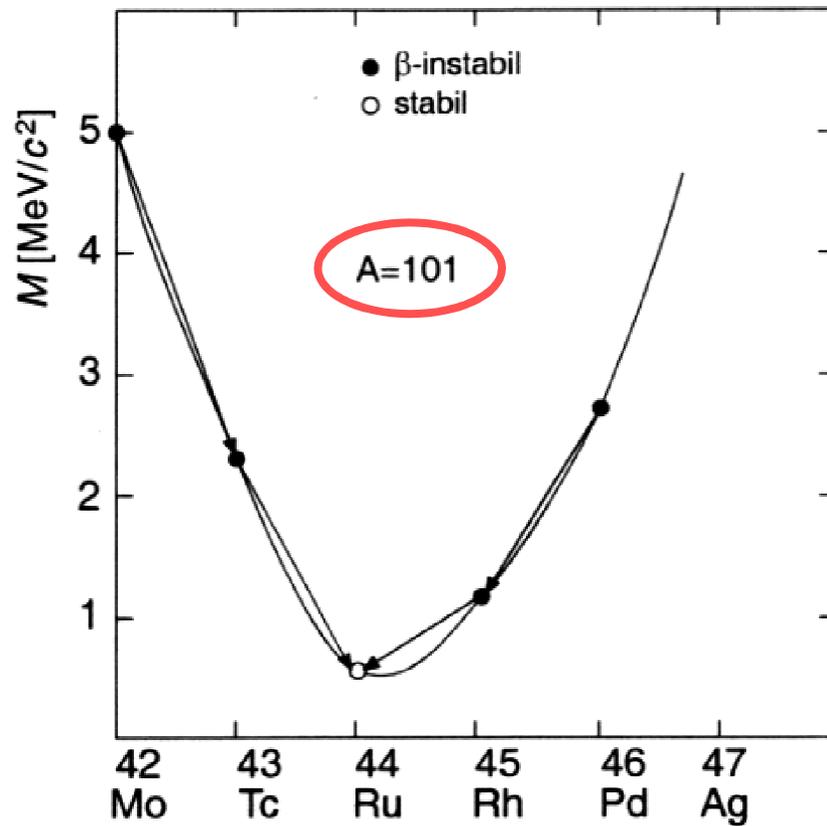
β – Zerfall in geraden Kernen

- Beispiel: $A = 106$
- stabilstes Isobar: ${}^{106}_{46}\text{Pd}$
- Auch ${}^{106}_{48}\text{Cd}$ β -stabil, weil die benachbarten Kerne ${}^{106}_{47}\text{Ag}$ und ${}^{106}_{49}\text{In}$ (uu) energetisch höher liegen



- uu – Kerne: alle uu-Kerne sind β -instabil, weil es einen benachbarten gg – Kern mit kleinerer Energie gibt.
 Ausnahmen: ${}^2_1\text{H}$, ${}^6_3\text{Li}$, ${}^{10}_5\text{B}$, ${}^{14}_7\text{N}$

uu und ug Massenparabeln



[Quelle: Povh, Teilchen und Kerne]

Elektroneneinfang (EC)

- EC : electron capture
- e^- (aus Atomhülle) + p \rightarrow n + ν_e
- e^- – Wellenfunktion im Kern > 0 , vor allem bei schweren Kernen und Elektronen der K – Schale
 - ⇒ Emission von charakteristischer Röntgenstrahlung, wenn sich die Atomhülle neu ordnet. Anregungsenergie ε .
- Energiebilanz für EC: $M(A,Z) > M(A,Z-1) + \varepsilon$

Typische β – Lebensdauern

- β – Zerfall = schwache Wechselwirkung

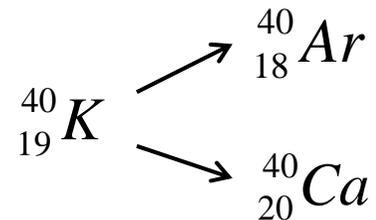
- $ms \ll \tau \ll 10^{16} \text{ Jahre}$

- $1/\tau \propto \Delta E^5$

- freies Neutron: $\Delta E = 0.78 \text{ MeV}$

$$\tau_n = 886.7 \pm 1,9 \text{ s}$$

- Manchmal: konkurrierende Prozesse, z.B.



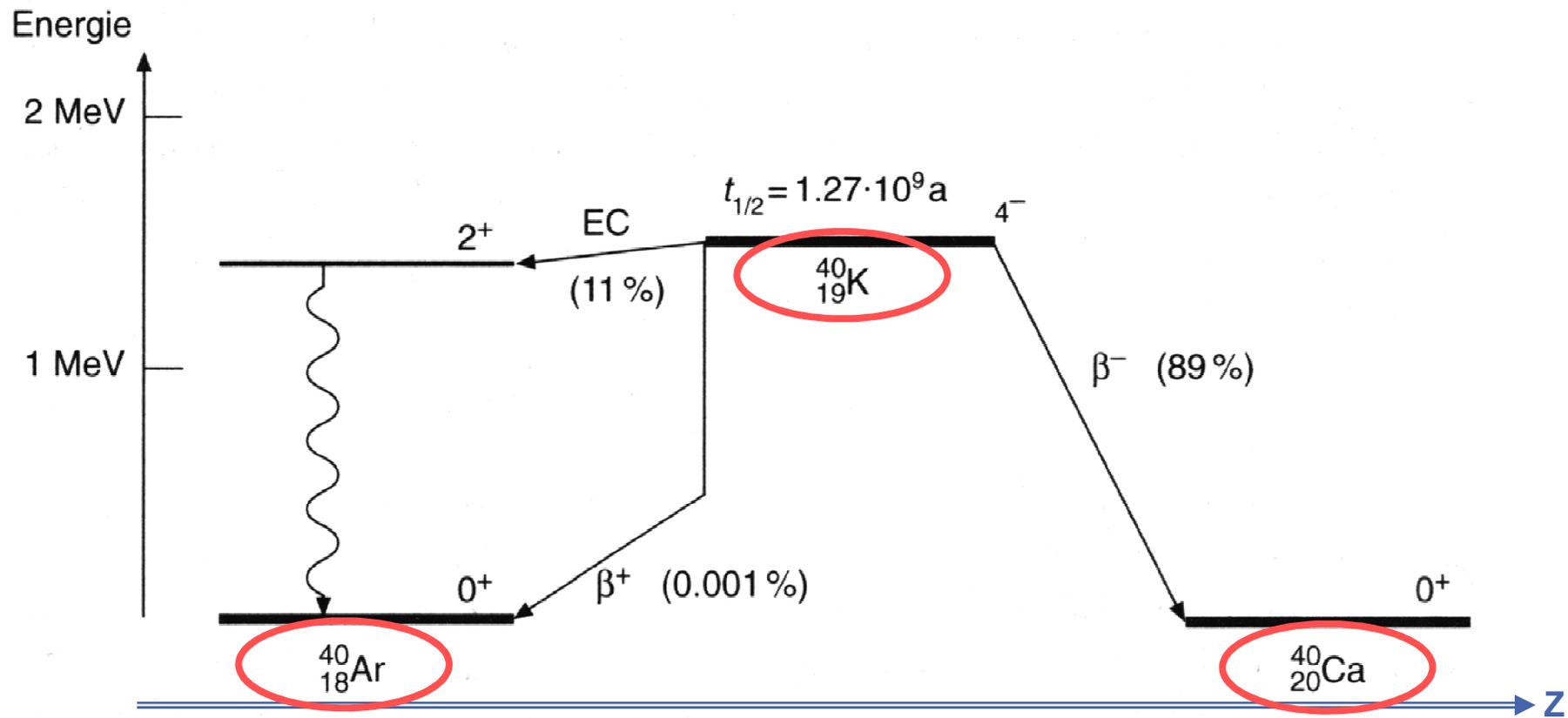


Abb. 3.4. Der β -Zerfall von ^{40}K . Bei dieser Kernumwandlung konkurrieren β^- - und β^+ -Zerfall sowie der Elektroneneinfang (EC = *electron capture*) miteinander. Die relativen Häufigkeiten dieser Zerfälle sind jeweils in Klammern angegeben. Der geknickte Pfeil beim β^+ -Zerfall deutet an, dass die Erzeugung eines e^+ zuzüglich des überzähligen Elektrons im ^{40}Ar -Atom 1.022 MeV kostet und der Rest in kinetische Energie des Positrons und des Neutrinos umgewandelt wird. Der aus dem Elektroneneinfang hervorgehende angeregte Zustand von ^{40}Ar zerfällt durch Photonemission in seinen Grundzustand.

[Quelle: Povh, Teilchen und Kerne]

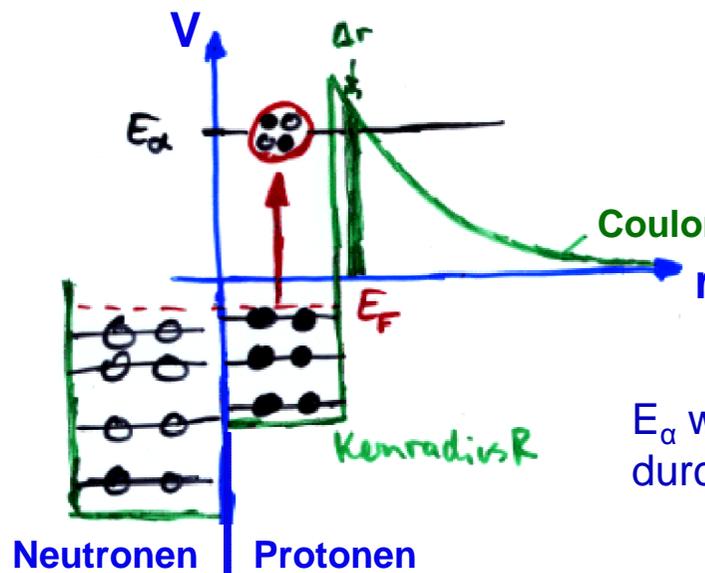
3.2 α – Zerfall

- p, n auch in schweren Kernen mit ≈ 8 MeV gebunden \rightarrow i.a. kein Entweichen möglich.
- **Aber:** Bildung gebundener Subsysteme aus m Nukleonen kann deren Bindungsenergie freisetzen und Emission verursachen.

Wahrscheinlichkeit zur Bildung der Subsysteme nimmt drastisch mit m ab.

Besonders günstig: **m=4** : ${}^4\text{He} = 2p + 2n = \alpha\text{-Teilchen}$

m klein und $E_B \approx 7$ MeV/m groß
(vgl. m = 2, 3, 5)



$$V_C = \underbrace{2}_{q(\alpha)} \cdot \underbrace{(Z-2)}_{q(\text{Restkern})} \cdot \alpha \hbar c / r$$

E_α wird frei, wenn Potentialwall ("Coulomb-Barriere") durchdrungen werden kann \Rightarrow Tunneleffekt

α – Zerfall

- α – Teilchen $\hat{=}$ Wellenpaket, stößt sehr oft gegen Potentialwall
- Coulombbarriere \Rightarrow Wahrscheinlichkeit für Tunneleffekt durch q.m. Rechnung mit Überlagerung dünner Potentialwände der Dicke Δr berechenbar .
- Lebensdauer von α – Strahlern : $ns \leftrightarrow 10^{17} a$

Transmission an dünner Wand:

$$T \approx e^{-2\kappa\Delta r}, \quad \kappa = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m |E - V|}$$

E =Teilchenenergie

V =Höhe der Barriere mit Dicke Δr

Insgesamt

$$G = \int_R^{r_1} \kappa dr = \frac{1}{\hbar} \int_R^{r_1} \sqrt{2m |E - V(r)|} = \frac{\pi \cdot 2 (Z - 2) \alpha}{\beta}$$

"Gamow-Faktor"

$\beta = v/c$

$$\Rightarrow T = e^{-2G}$$

- variiert über viele Größenordnungen
- direkter Zusammenhang zwischen $\lambda = 1/\tau$ und kinetischer Energie des α -Teilchens.

Gesamtwahrscheinlichkeit für α - Zerfall

$$\lambda = w(\alpha) \cdot \frac{v_0}{2R} \cdot e^{-2G}$$

Bildungswahrscheinlichkeit für α im Kern

Stöße an Potentialwall
 $v_0 = v_\alpha$ im Kern,
ca. $0.1 \cdot c$

Tunnelwahrscheinlichkeit

- kleine Unterschiede in $E \rightarrow$ große Unterschiede in λ
- α - Zerfall bis $A \gtrsim 140$ energetisch möglich, aber τ "unbeobachtbar" lang.
- Beispiel: ^{238}U in Gestein \rightarrow Kette bis ^{222}Rn (gasförmig)

4 Zerfallsketten

↓
Atemwege ⚡
40% der natürlichen Strahlenbelastung

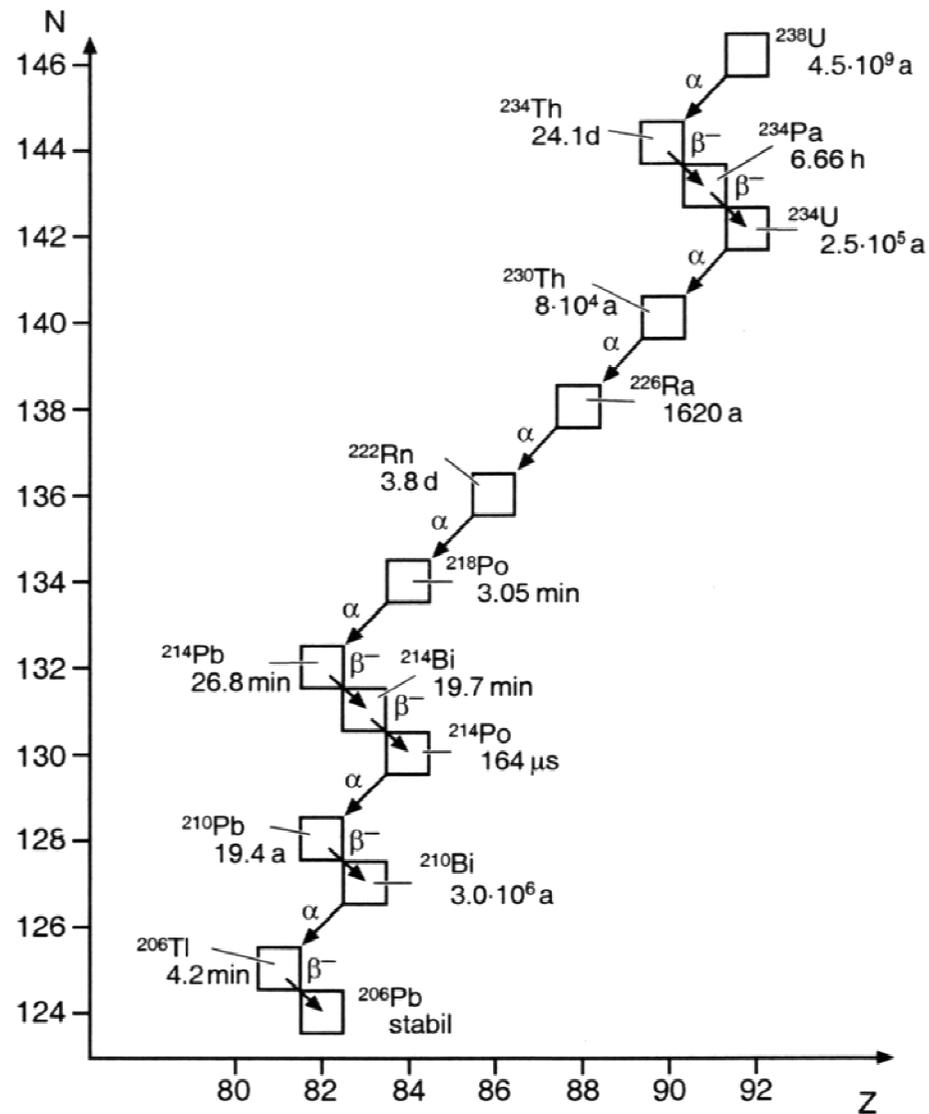
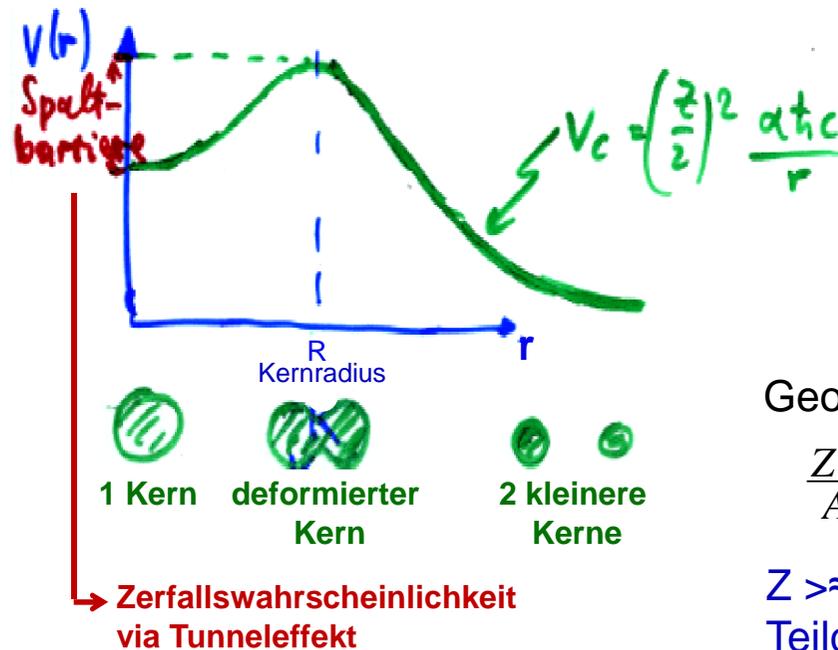


Abbildung 3.7. Darstellung der ^{238}U -Zerfallsreihe in der N - Z -Ebene. Neben der Zerfallsart ist auch die Halbwertszeit der einzelnen Nuklide angegeben.

3.3 Kernspaltung

- $E_B = \text{max. für } ^{56}\text{Fe}$
- Kerne mit $Z > 40$ können sich prinzipiell in zwei leichtere Kernfragmente spalten und Energie freisetzen.

Der Potentialwall ist aber so hoch, dass erst ab Uran dieser Prozess mit dem α -Zerfall konkurriert.



Betrachte Oberflächen- und Coulombenergie bei Verformung (konstantes Volumen):

$$\text{Kreis} \quad \rightarrow \quad \text{Ellipsoid}$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \quad \rightarrow \quad \frac{4}{3} \pi a \cdot b^2$$

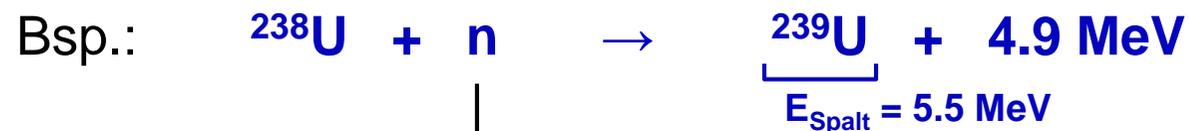
Geometrie und B.W.-Formel: Spaltbarriere ≈ 0 für

$$\frac{Z^2}{A} \geq \frac{2a_s}{a_c} \approx 48 \quad \text{d.h. } Z > 114, \quad A > 270$$

$Z \approx 92$: E_{SP} nur 6 MeV, kann durch Beschuss mit Teilchen zugeführt werden \Rightarrow induzierte Spaltung

Neutroneneinfang

- an Kernen mit N ungerade
- + Paarungsenergie !



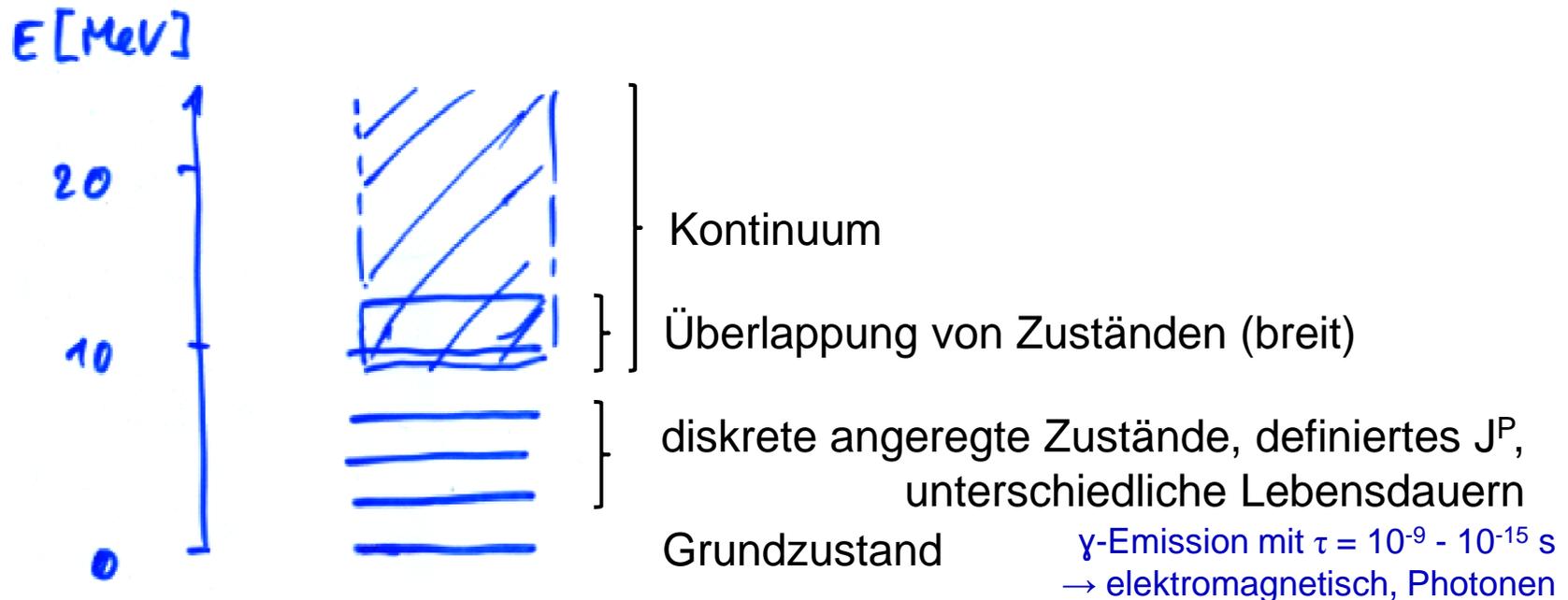
$E_n > 5.5 - 4.9 \text{ MeV} = 0.6 \text{ MeV}$ erforderlich, um sofortige Kernspaltung auszulösen ("schnelle Neutronen", Einfangswahrscheinlichkeit klein ($\propto 1/v$))



E_n thermisch ausreichend, um ^{235}U zu spalten ⚡ \Rightarrow Kernkraftwerk

3.4 Angeregte Kernzustände; γ - Zerfall

- analog zu Atom – Anregungszuständen



$E_{\text{Anr}} > \approx 8 \text{ MeV} :$ n-Emission möglich "Dipolriesenresonanz"

Dipolriesenresonanz

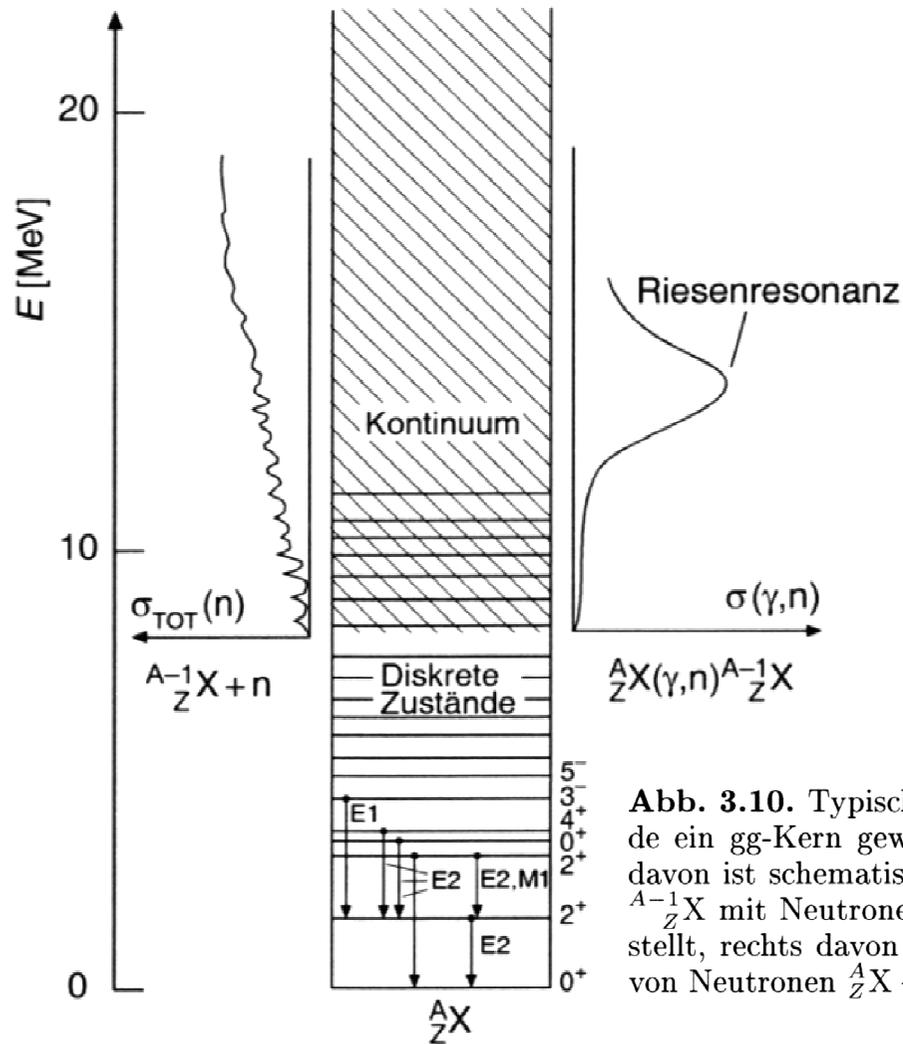


Abb. 3.10. Typisches Niveauschema eines Kerns (schematisch). Als Beispiel wurde ein gg-Kern gewählt, dessen Grundzustand die Quantenzahlen 0^+ hat. Links davon ist schematisch der totale Wirkungsquerschnitt für die Reaktion des Kerns ${}^{A-1}_Z X$ mit Neutronen (elastische Streuung, inelastische Streuung, Einfang) dargestellt, rechts davon der totale Wirkungsquerschnitt für die γ -induzierte Emission von Neutronen ${}^A_Z X + \gamma \rightarrow {}^{A-1}_Z X + n$. [Quelle: Povh, Teilchen und Kerne]