

Kerne und Teilchen

Moderne Physik III

Vorlesung # 05

Hinweis: Einführung mesonen

2. Eigenschaften stabiler Kerne

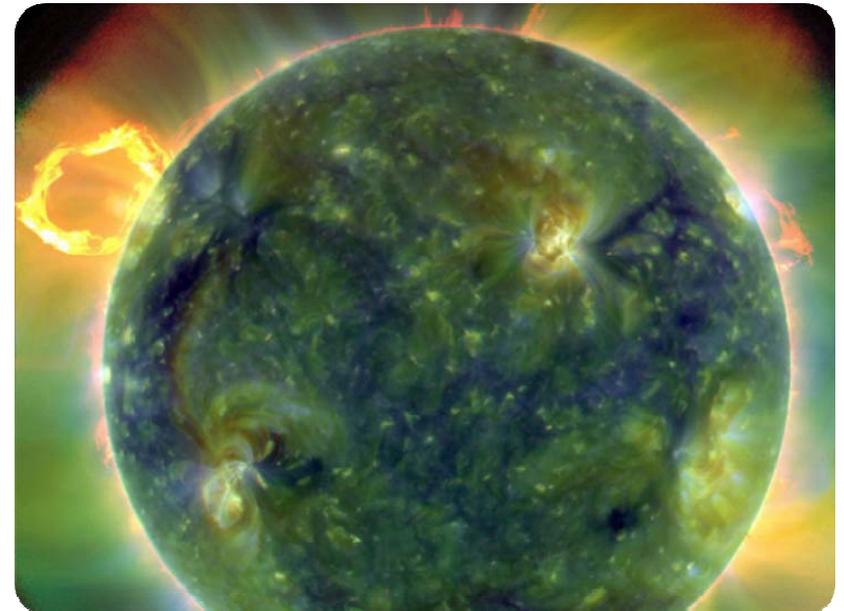
zu 2.3 - Feynman-Diagramme

- Yukawa-Potenzial
- Kerndeformation

2.4 Kernreaktionen und Kernfusion

- Grundlagen
- Fusion leichter Kerne
- Tunneleffekt

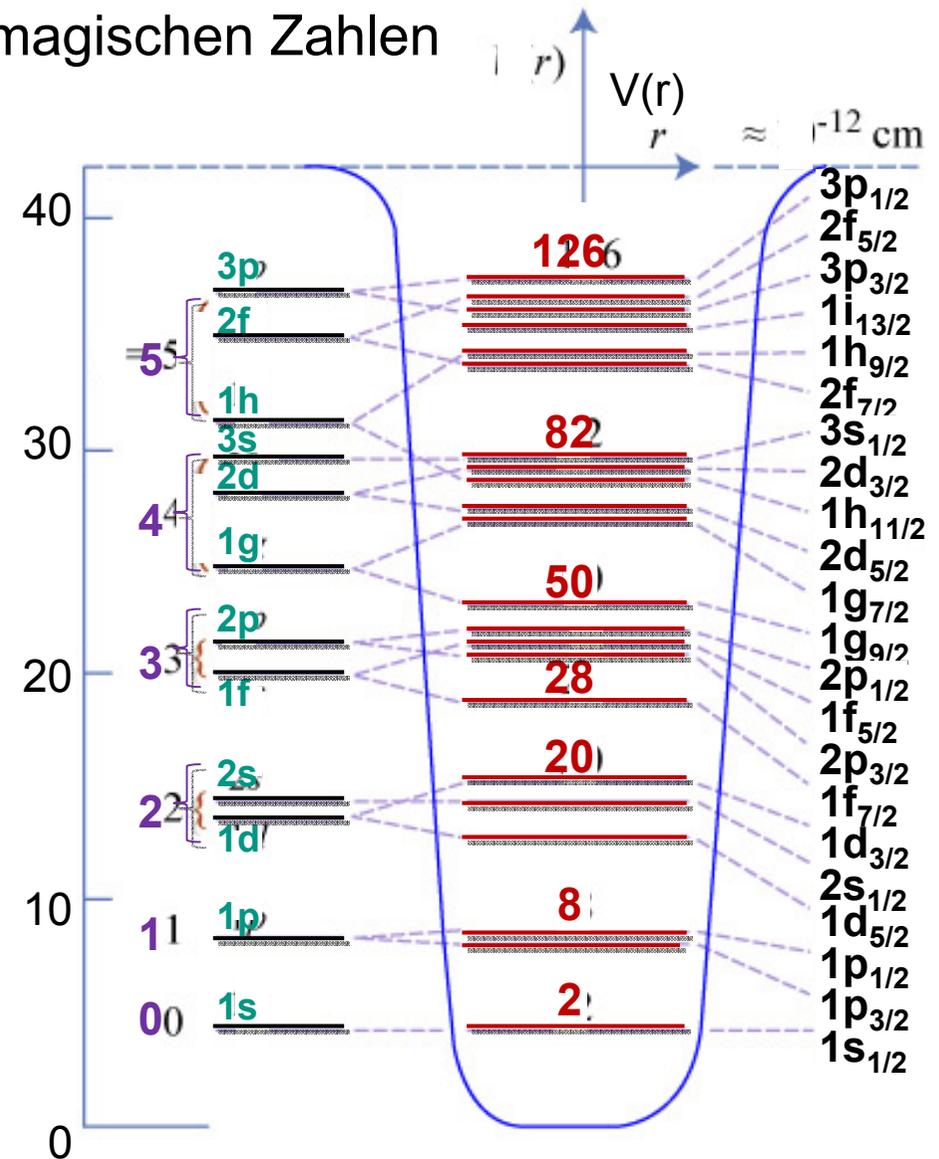
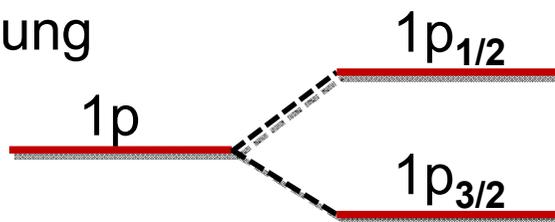
2.5 Nukleare Astrophysik



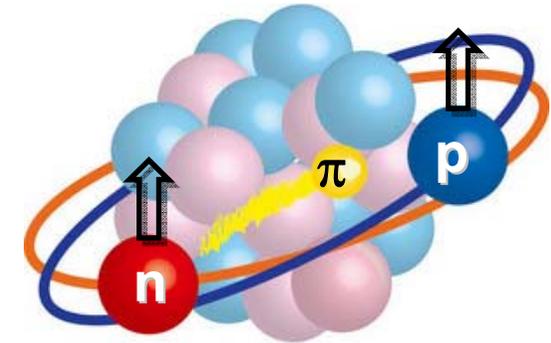
- das Schalenmodell zur Erklärung der magischen Zahlen basiert auf dem **Woods-Saxon Potenzial** $V(r)$, das zwischen dem Oszillator- & Kastenpotenzial mittelt
- wesentlicher Faktor zur Erklärung der Schalenabschlüsse: **Spin-Orbit Kopplung** $\ell \cdot s$ eines Nukleons
- für $j = \ell + 1/2$: $V(r) + 1/2 V_{\ell s}(r) \cdot \ell$
- für $j = \ell - 1/2$: $V(r) - 1/2 V_{\ell s}(r) \cdot (\ell + 1)$

$$\Delta E \sim 2\ell + 1$$

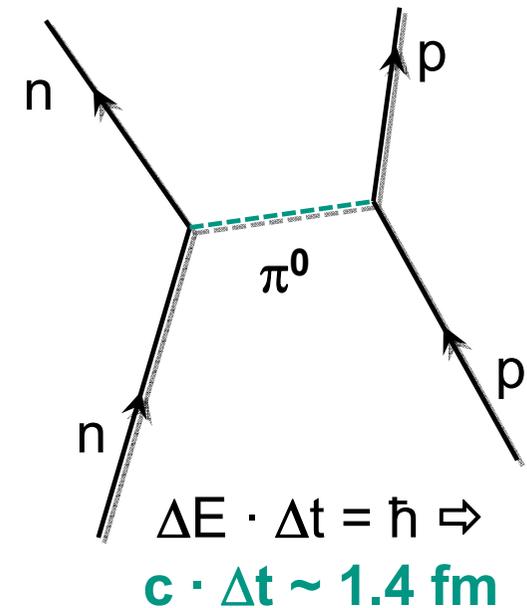
- Kernphysik: sehr große Niveau-Aufspaltung



- Kernkraft hat ein komplexeres Potenzial als z.B. EM Wechselwirkung:
 - **Zentralpotenzial** $V(r)$ mit Woods-Saxon Verlauf, modelliert entsprechend Nukleonverteilung $\rho(r)$
 - **Spin Bahn Kopplungsterm**, LS Kopplung reduziert sich auf die Einteilchen $\ell \cdot s$ Kopplung
 - **Tensorterm** und **Spin-Spin** Wechselwirkung



- Kernkraft hat nur kurze Reichweite von $r = 1 - 2$ fm, da **Austauschkraft**: Nukleonen tauschen **virtuelle, massebehaftete Mesonen** aus: geladene & neutrale Pionen (π^0, π^+, π^-) & schwerere Mesonen (η, ω, ρ)
 - attraktiver (anziehender) Bereich: $0.7 \text{ fm} < r < 2 \text{ fm}$ durch Austausch von π und η Mesonen
 - repulsiver (abstoßender) Bereich: $r < 0.7 \text{ fm}$ aus der Spin-Spin-Wechselwirkung bzw. ω -Austausch



- Wechselwirkungsprozesse in der Kern- und Teilchenphysik werden charakterisiert durch **Feynman-Diagramme**

Vertex

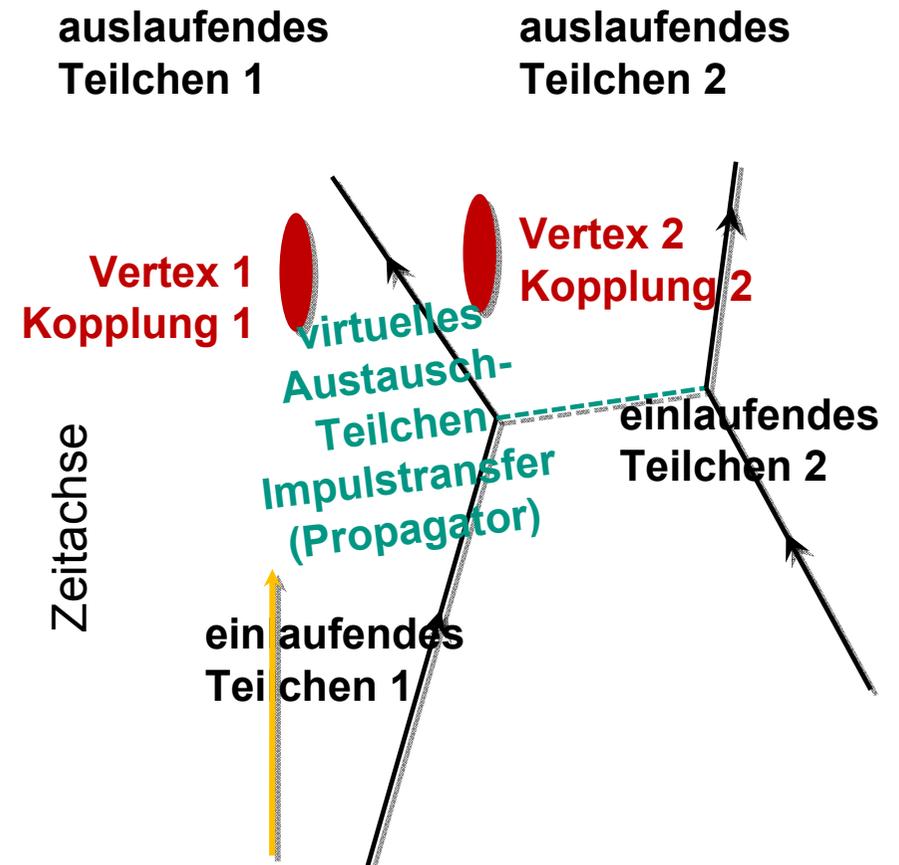
- Erhaltung von ladungsartigen Quantenzahlen: E, p, Q, ...
- Kopplungskonstante = Stärke der WW
elektromagnet. WW: $= \sqrt{\alpha}$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto (\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\alpha})^2 = \alpha^2 \quad \sim \text{zur Zahl der Vertices}$$

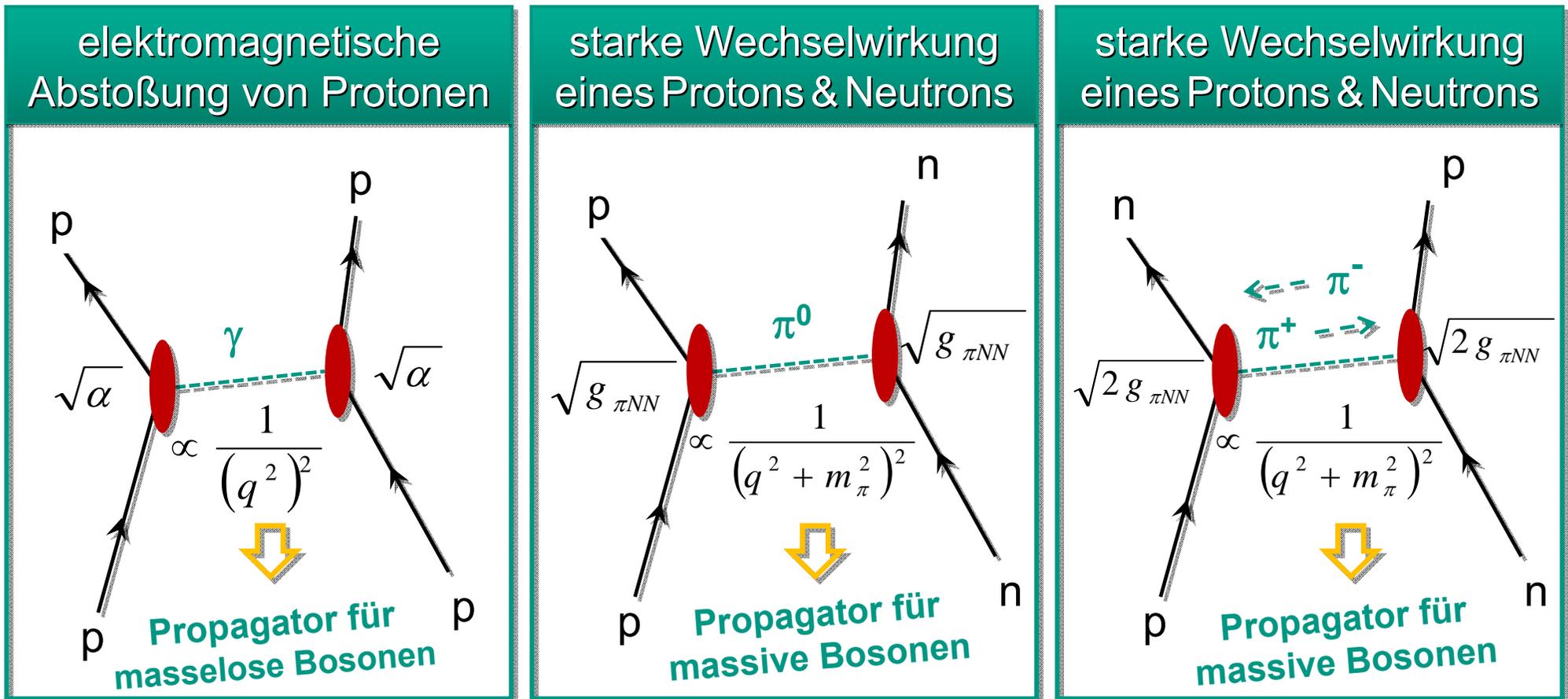
Propagator

- kinematischer Faktor der Reaktion
- z.B. Photon hat Propagator $1/q^2$

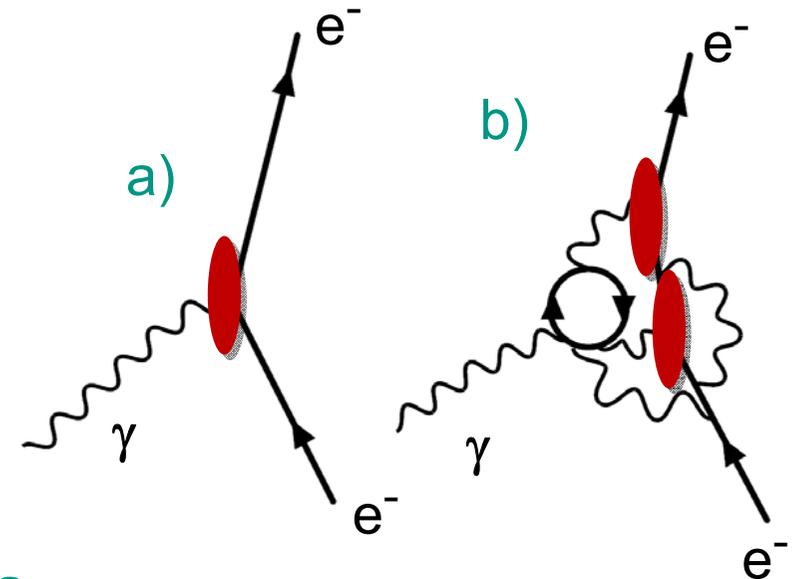
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \alpha^2 \cdot \frac{1}{q^4} \quad \sim \text{zur Zahl der Vertices} \times (\text{Propagator})^2$$



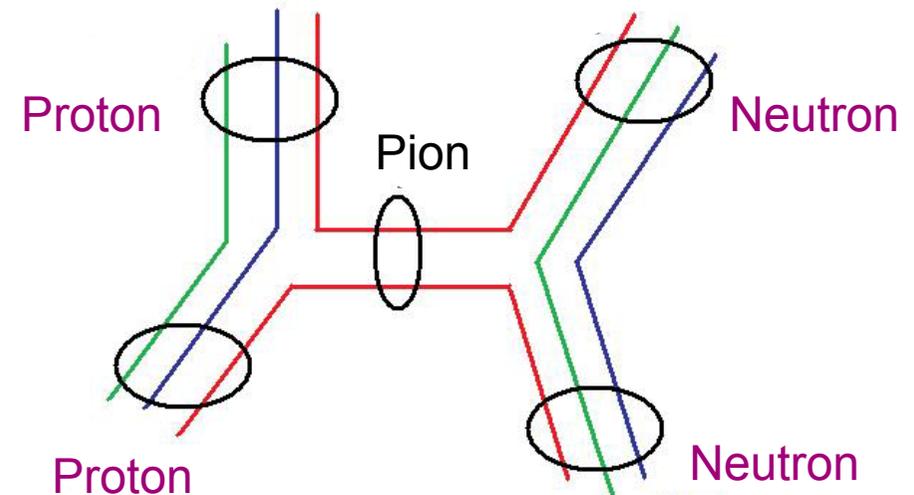
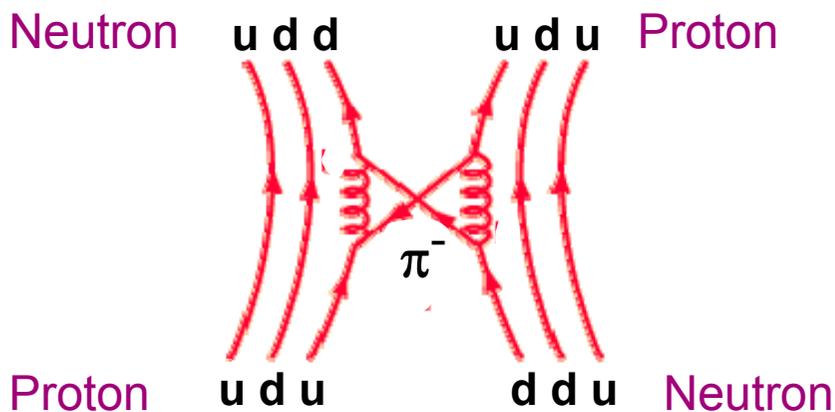
- Vergleich von elektromagnetischer (masselose Photonen) und starker Wechselwirkung (Austausch von massebehafteten Pionen, zwei Beiträge: neutrale Pionen π^0 und geladene Pionen π^+ bzw. π^-)



- Feynman Diagramme können auch zur Berechnung komplexer Wechselwirkungsprozesse herangezogen werden
- a) Wechselwirkung eines Elektrons und Photons (fundamentaler Vertex)
- b) Wechselwirkung in höherer Ordnung (interne Schleifen, Boxen, Pinguine etc.)

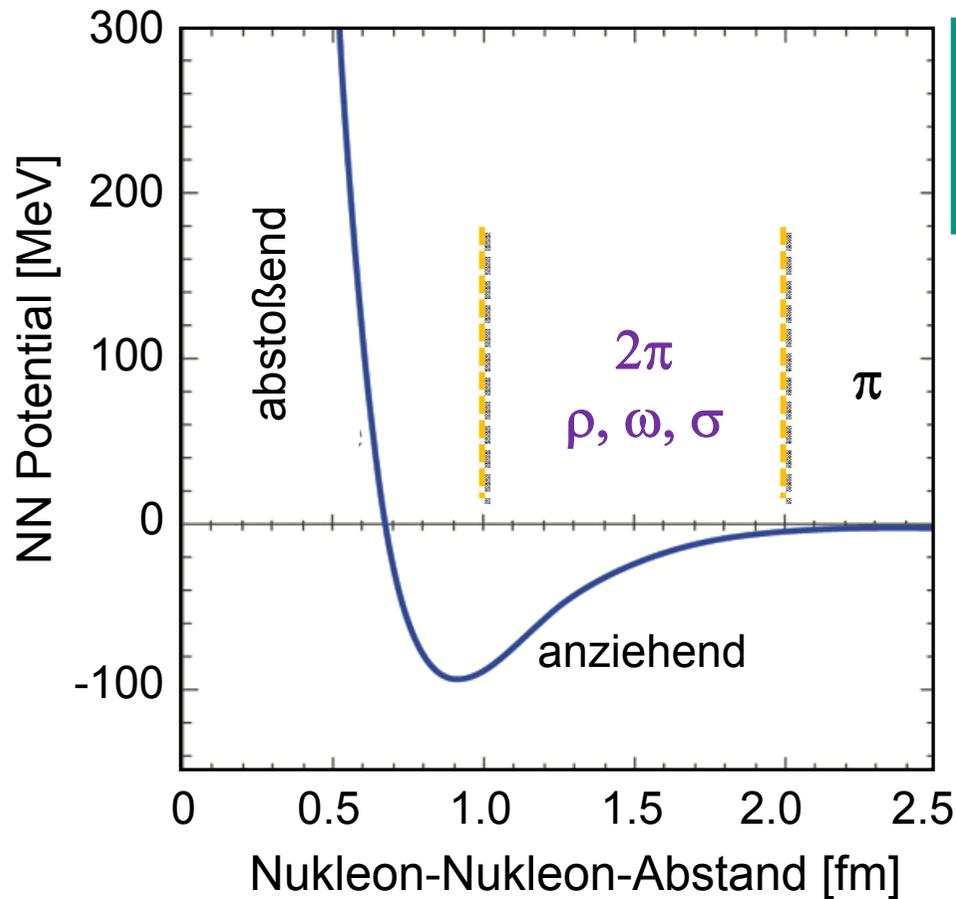


- nochmals: Darstellung des **Pionenaustausches** auf dem Quarklevel



Nukleon-Nukleon Potenzial

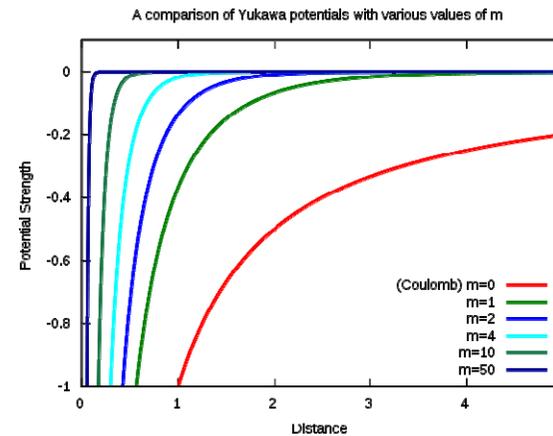
1935: H. Yukawa postuliert das Pion als Ursache der Kernkräfte
 Potenzialansatz für ein **kurzreichweitiges Potential** durch den
 Austausch von **masselasteten Feldquanten** ($m_\pi = 140 \text{ MeV}/c^2$)



$$V(r) = g_s \cdot \frac{1}{r} \cdot e^{-\left(\frac{m_\pi c}{\hbar}\right) \cdot r}$$



Kopplung



Yukawa-Potential



湯川 秀樹

H. Yukawa
 (1907-1981)
 1949
 Nobelpreis

- magnetisches Moment des Kerns** wird gebildet aus der Summe der magnetischen Momente aus Spin und Bahndrehimpuls der Nukleonen

$$\vec{\mu}_{Kern} = \mu_N \cdot \frac{1}{\hbar} \cdot \sum_{i=1}^A (g_l \cdot \vec{l}_i + g_s \cdot \vec{s}_i)$$

μ_N : magnet. Moment des Nukleons

$$= \frac{e \cdot \hbar}{2m_p \cdot c}$$

1/1836 kleiner als
Bohrsches Magneton

Bahndrehimpuls

p : $g_l = 1$

n : $g_l = 0$

Spin

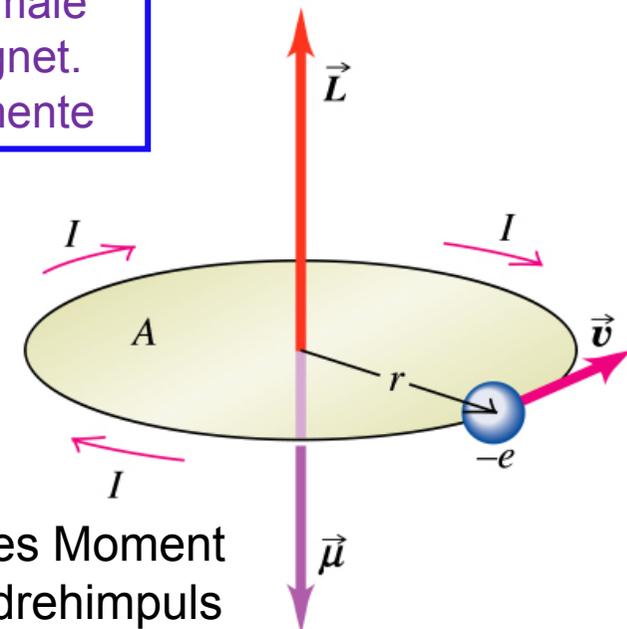
$g_s = + 5.58$

$g_s = - 3.83$

anomale
magnet.
Momente

- magnetisches Moment für Kerne mit Leichtnukleon/Leichtvalenz durch den 1-Teilchenzustand definiert
- Messung: magnetische Kernspin-Resonanz

Anwendung: **MRI (NMR) – Technik
Magnetic Resonance Imaging**



magnetisches Moment
durch Bahndrehimpuls

²³⁸U



■ außerhalb geschlossener Schalen können starke Kern-Deformationen auftreten (deformiertes Potential)

■ experimenteller Zugang zur Deformation über **elektr. Quadrupolmoment Q**

$$Q = \frac{1}{e} \int (3z^2 - r^2) \cdot \rho(\vec{r}) d^3\vec{r}$$

Q hat Dimension einer Fläche, in [barn]

z: Deformationsachse entlang von Spin J, $\rho(r)$ Ladungsverteilung

■ kugelsymmetrischer Kern: $Q = 0$

prolater Kern (Zigarre): $Q > 0$ (³⁹K, $Q = +0.11$ b)

oblater Kern (Linse): $Q < 0$ (⁶³K, $Q = -0.15$ b)

gg Kerne mit $J = 0$ $Q = 0$



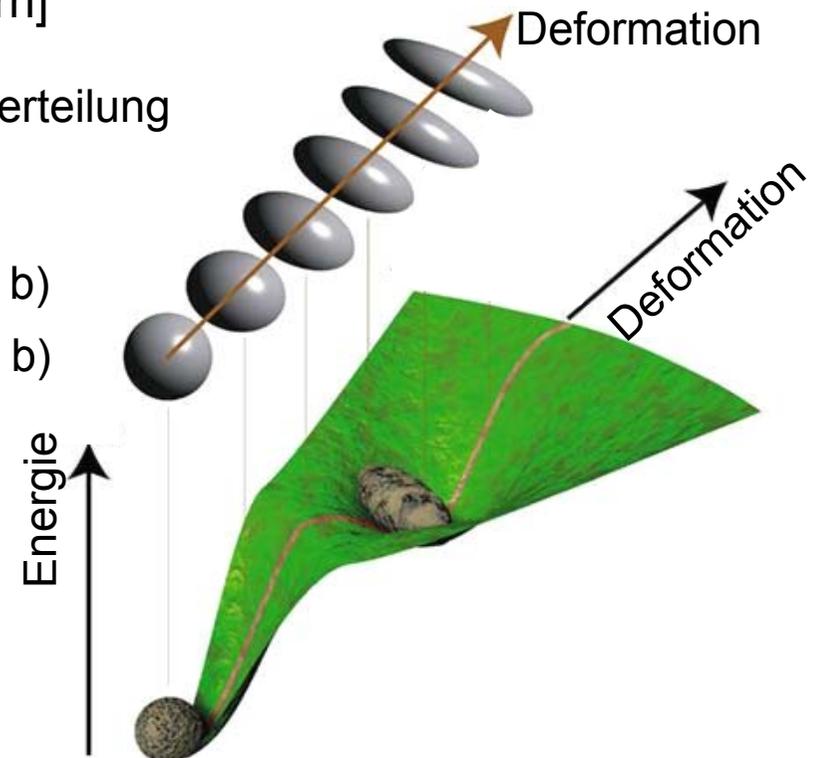
sphärisch



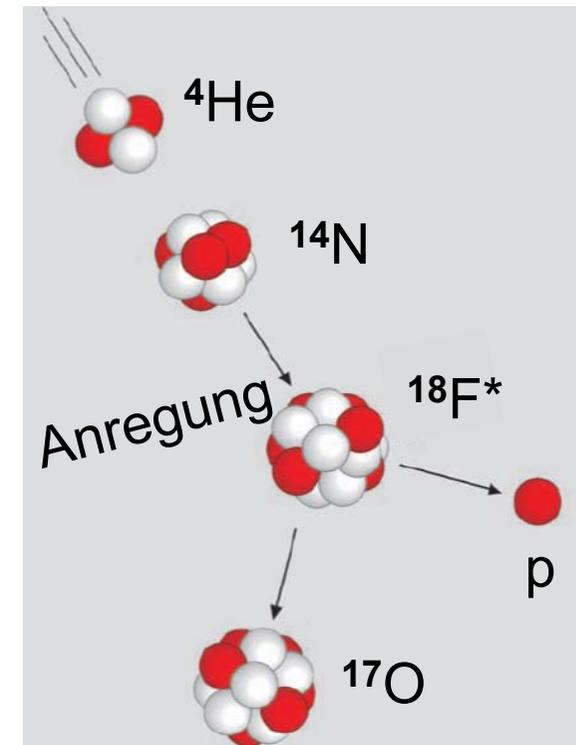
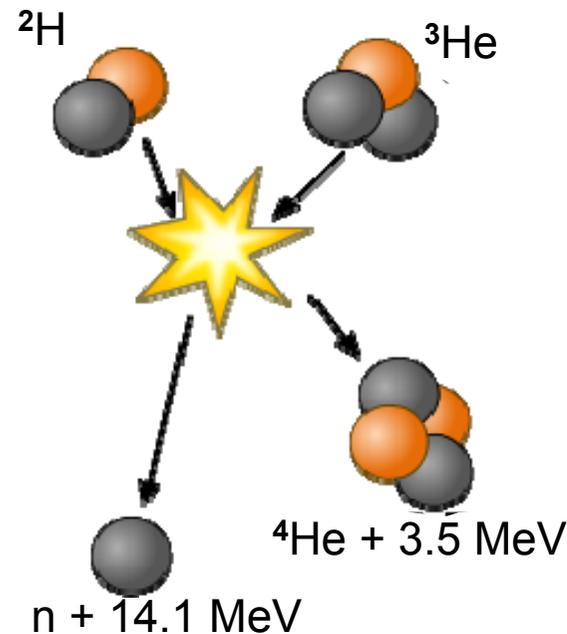
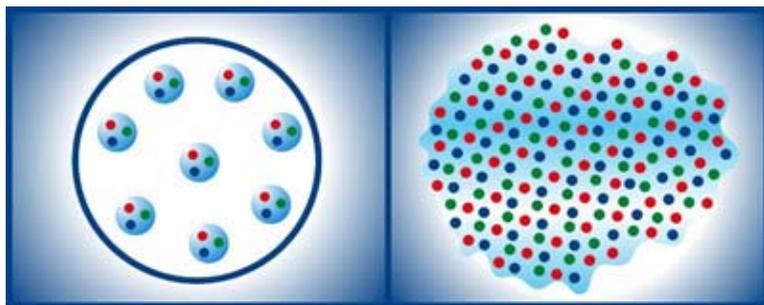
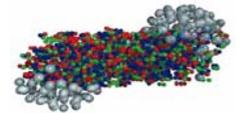
oblat



prolat



- Kernreaktionen sind ein wichtiges Werkzeug für die Untersuchung
 - der Eigenschaften von **angeregten Kernzuständen A^*** bzw. Resonanzen (Einteilchenanregungen, kollektive Anregungen des Kerns)
 - neuer verfeinerter Kernmodelle zur Beschreibung von Kernen unter extremen Zuständen von ρ , T (z.B. bei **Schwerionen-Reaktionen**)
 - neue, exotische Zustandsformen der Materie: **Quark-Gluon Plasma?**
 - **Energiegewinnung:** Sterne und im Labor



übliche Notation für Kernreaktionen

$^{23}\text{Na}(p,\alpha)^{20}\text{Ne}$ steht für $^{23}\text{Na} + p \rightarrow ^{20}\text{Ne} + \alpha$ \rightarrow ein einlaufendes Proton reagiert mit einem ^{23}Na Targetkern und 'schlägt' ein α -Teilchen heraus

Reaktionskanäle (A: Target, a: Projektil):

Eingang	Ausgang	Prozess
A + a	A + a	elastische Streuung, Σ der kinet. Energie bleibt erhalten
	A* + a'	inelastische Streuung, Erzeugung angeregter Zustand
	B ₁ + b ₁	Kernreaktion mit Umwandlung von Target & Projektil
	B ₂ + b ₂	''

Beispiele:

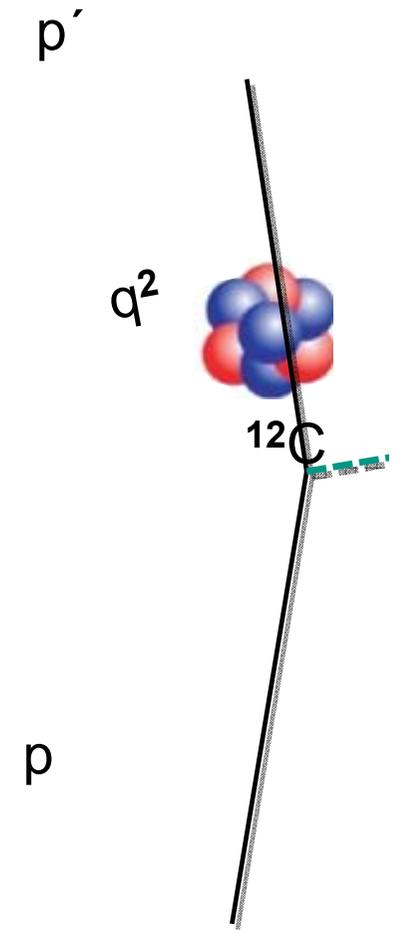
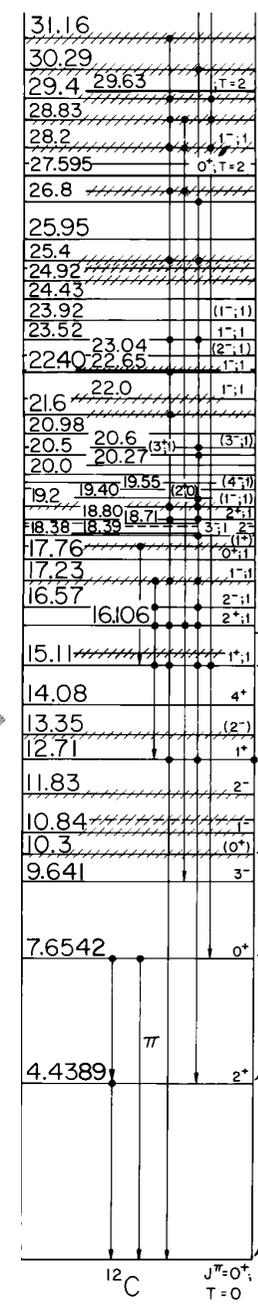
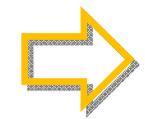
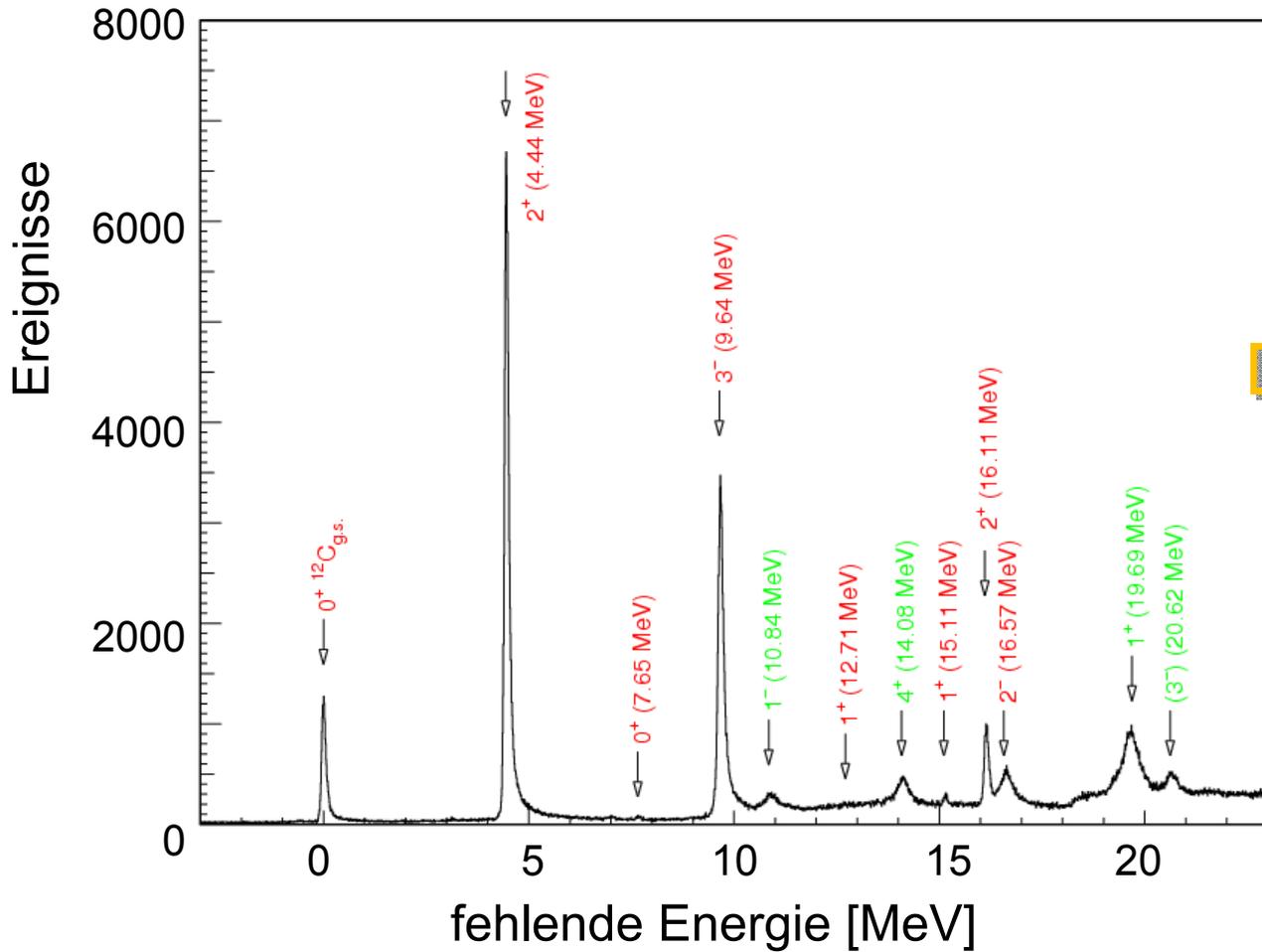
$^{235}\text{U}(n,f)$ - Spaltung eines Urankerns durch ein Neutron (f: 'fission')

$^{12}\text{C}(n,n')^{12}\text{C}^*$ $^{12}\text{C}(p,p')^{12}\text{C}^*$ - inelastische Neutron/Proton-Streuung an C-12

Eingangskanal: Quantenzahlen von Projektil/Target **vor** der Reaktion

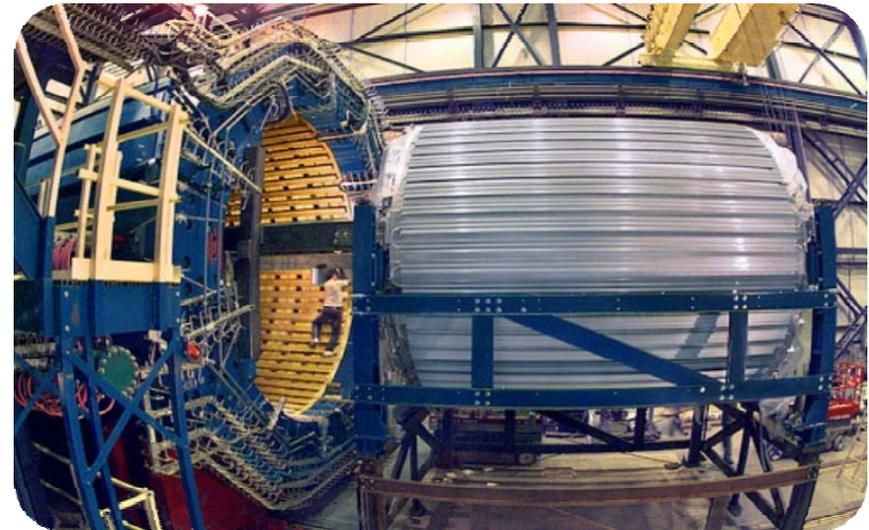
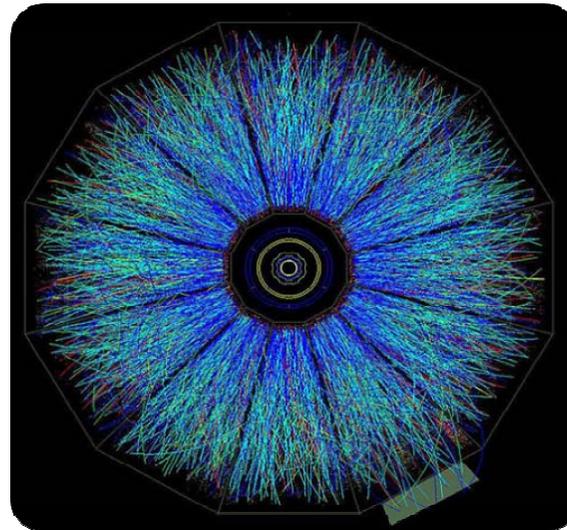
Ausgangskanal: Quantenzahlen von Projektil/Target **nach** der Reaktion

Beispiel einer inelastischen Kernreaktion: Bestimmung der Energien angeregter Niveaus



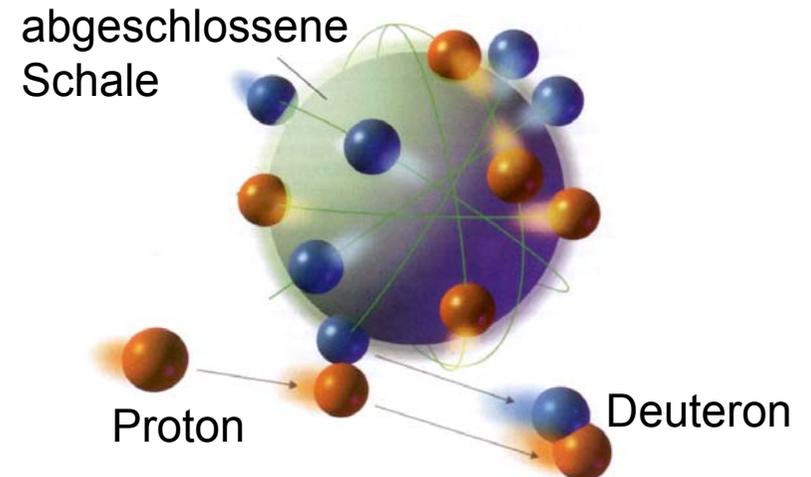
- zahlreiche **Observable** bei einer Kernreaktion:
- Reaktionstyp & Endprodukte (p,p) , (p,p') , (p,γ) , (p,α) ,...
 - Energiespektrum im Ausgangskanal (Anregungsniveaus)
 - Intensitätsverhältnisse einzelner Linien
 - Winkelverteilungen (Art der Reaktion, Spin und Bahndrehimpuls)
- Untersuchung aller Observablen für verschiedene Einschussenergien teilweise werden die Untersuchungen mit polarisierten Projektilen bzw. polarisierten Targets durchgeführt

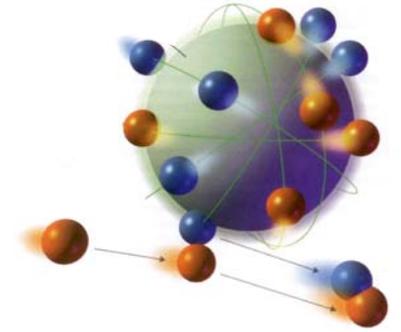
Detektoren für
den Nachweis
von Teilchen
aus Kern-
reaktionen



- Aufstellung eines **Reaktionsmodells** (in Analogie zum Kernmodell)
 - 'optisches Modell' für elastische Streuung (Beugung von Licht an einer schwarzen Kugel)
 - inelastische Reaktion führt zu einer **Einteilchen-/ kollektiven Anregung**
 - Transferreaktion
 - 'Compoundkern'-Reaktion (Energie verteilt sich statistisch auf Nukleonen)
 - Absorption des einlaufenden Teilchens

Transferreaktion





- bei Kernreaktionen gelten folgende **Erhaltungsgrößen**:
 - Baryonenzahl **B** (bzw. Nukleonenzahl)
 - elektrische Ladung **q** (bzw. alle ladungsartigen Quantenzahlen)
 - Gesamtenergie E_{tot} & Gesamtimpuls p_{tot} & Gesamtdrehimpuls J_{tot}
 - Parität **P** mit $P_A \cdot P_a (-1)^{\ell_a} = P_B \cdot P_b (-1)^{\ell_b}$ (ℓ = Bahndrehimpuls)

- der **Q-Wert** der Reaktion bezeichnet die Differenz der kinetischen Energien nach und vor der Reaktion:

$$Q = E_B + E_b - E_a = E_{\text{kin, final}} - E_{\text{kin, initial}}$$

$Q > 0$: exotherme Reaktion



$Q < 0$: endotherme Reaktion



- die **Schwellenenergie** E_{thres} („**threshold**“) der Kerneaktion:
bei $E > E_{\text{thres}}$ wird die Reaktion

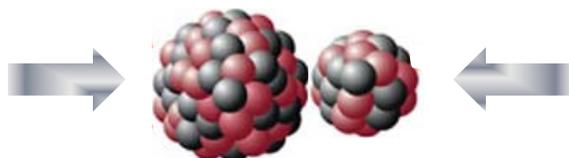
$$E_{\text{thres}} = -Q \cdot \frac{m_a \cdot m_b}{(m_b + m_B)^2}$$

energetisch möglich (berücksichtigt Rückstoßenergie, d.h. $E_{\text{thres}} > |Q|$)

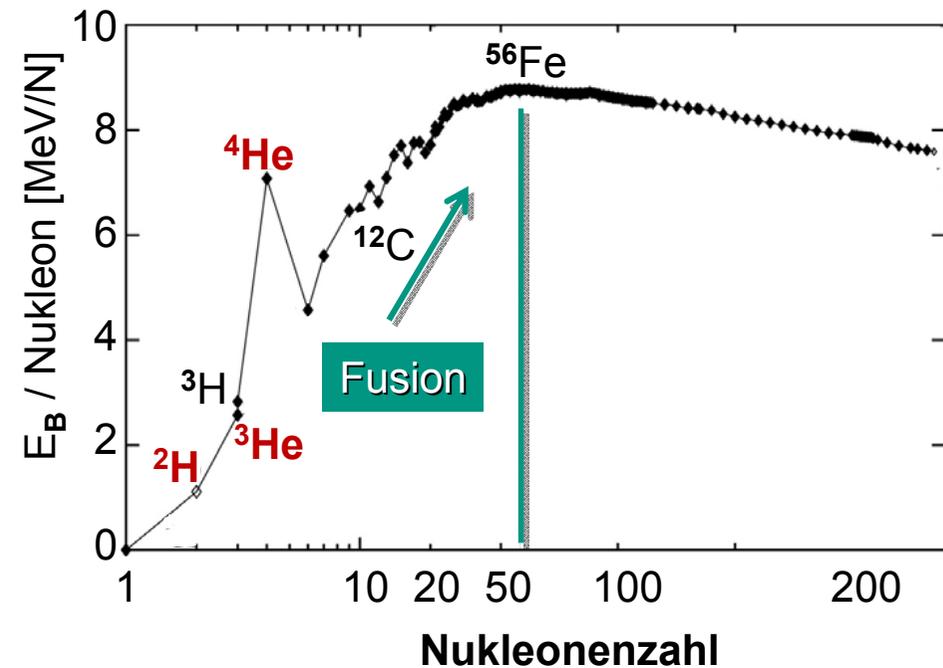
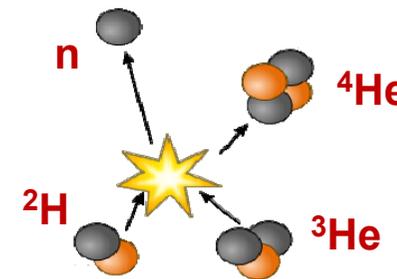
- bei der **Fusion von leichten Elementen** wird durch das Anwachsen der Bindungsenergie beim Endprodukt (Bsp: ${}^2\text{H} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + \text{n}$) Energie frei
 - Energieerzeugung in Sternen / im Labor
 - Big Bang Nukleosynthese

- Überwinden der **Coulomb-Barriere** erfordert hohe kinetische Energie der Partner
- repulsives Coulomb-Potenzial V_C :

$$V_{Coulomb} = \frac{Z \cdot Z' \cdot e^2}{R + R'}$$



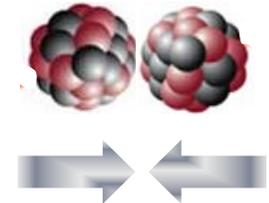
Kernladung: Z Z'
 Radius: R R'
 klassische minimale Distanz: R + R'



Abschätzung der Coulomb-Barriere beim Kontakt von zwei identischen Kernen mit $A = 8$ und $Z = 4$

$$V_{Coulomb} = \frac{e^2}{\hbar c} \cdot \frac{\hbar c \cdot Z^2}{1.2 \cdot (A^{1/3} + A^{1/3}) \text{ fm}}$$

$$V_{Coulomb} = \frac{1}{137} \cdot \frac{197 \text{ MeV fm}}{2.4 \text{ fm}} \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}} \approx 4.8 \text{ MeV}$$

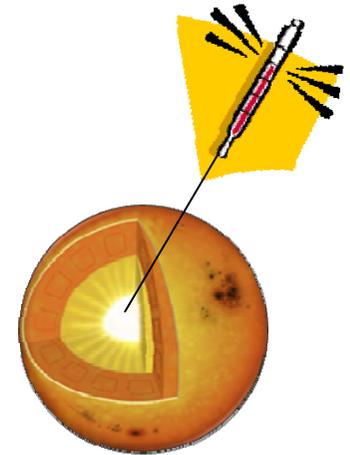


Kernladung: $Z = Z'$
 Radius: $R = R'$

im klassischen Fall benötigen die beiden Kerne $E_{\text{kin}} > 2.4 \text{ MeV}$
 d.h. eine Umgebung (Sterninneres) mit $T_{\text{klass}} = 5.6 \times 10^{10} \text{ K}$
 aber typische Kerntemperatur von Sternen $T_{\text{stern}} \sim 10^7 - 10^8 \text{ K}$
 d.h. Protonen haben $\langle E_{\text{kin}} \rangle \sim 1 - 10 \text{ keV}$

Fusionsreaktionen sind bei T_{stern} möglich, da:

- Maxwell-Boltzmann Energieverteilung reicht bis zu hohen E_{kin}
- Kerne tunneln durch die Coulomb-Barriere



- Fusion von Kernen basiert auf dem quantenmechanischen **Tunneleffekt**
- Wahrscheinlichkeit für Transmission T:

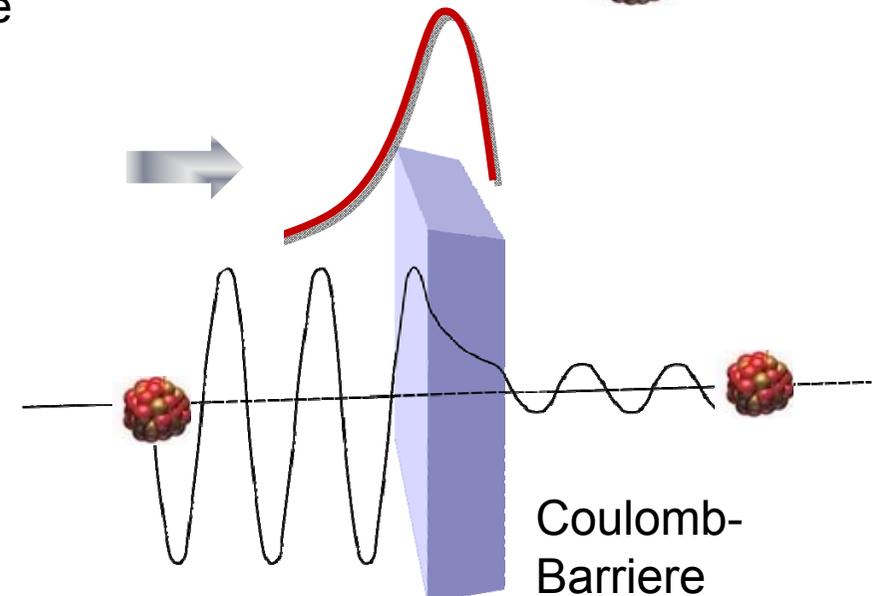
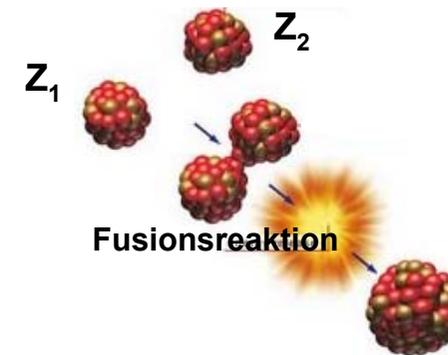
$$T = e^{-G(E)} \quad \text{mit} \quad \text{Gamow-Faktor } G$$

$$G(E) = \sqrt{\frac{2m \cdot c^2 (\pi \cdot \alpha \cdot Z_1 \cdot Z_2)^2}{E}} = \sqrt{\frac{E_G}{E}}$$

m = reduzierte Masse der beiden Kerne
 E = kinetische Energie der Kerne

- Tunnelwahrscheinlichkeit T steigt stark an mit wachsender Teilchenenergie E (vgl. auch Kap. 4.2 α -Zerfall)

- in der Sonne $E = kT = 1 \text{ keV}$
- Für Protonen im inneren Zentrum ist $T \sim e^{-22} \sim 10^{-10}$ \rightarrow extrem kleine Transmissions-Wahrscheinlichkeit



Fusionsreaktionen in Sternen werden charakterisiert durch die sog. **Gamow-Kurve** (bzw. den Gamov-Peak E_0) :

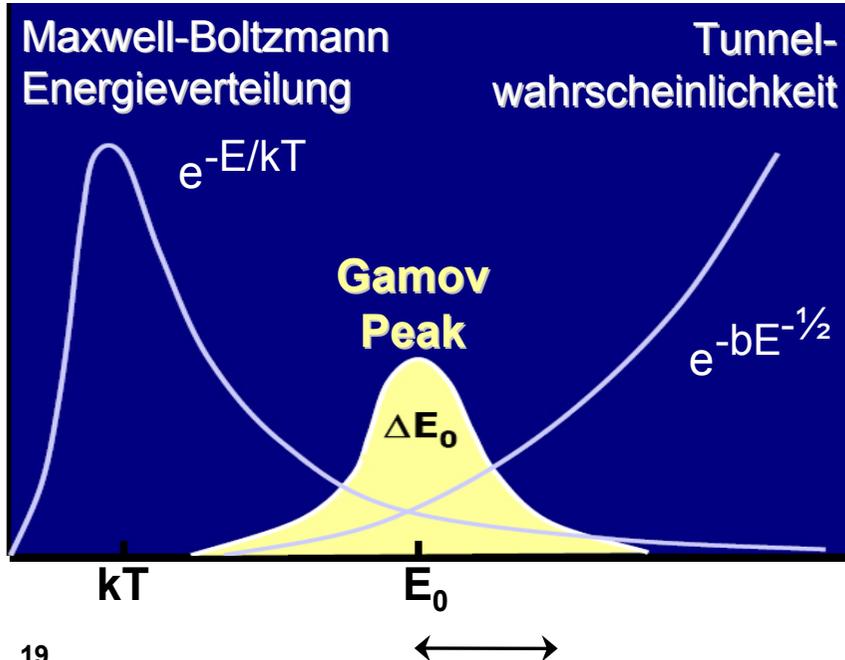
Fusionsrate ist proportional dem Produkt aus der

- abfallenden exponentiellen Maxwell-Boltzmann-Häufigkeit
- ansteigenden exponentiellen Tunnelwahrscheinlichkeit T

$$\sim e^{-k_B T}$$

$$\sim e^{-\sqrt{E_G/E}}$$

Fusionsreaktionen finden statt **im engen Energiefenster $E_0 \pm \frac{1}{2} \cdot \Delta E_0$**



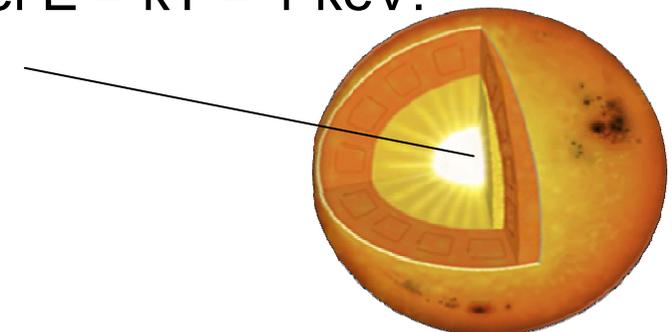
Maximale Fusionsrate bei Energie E_0 :

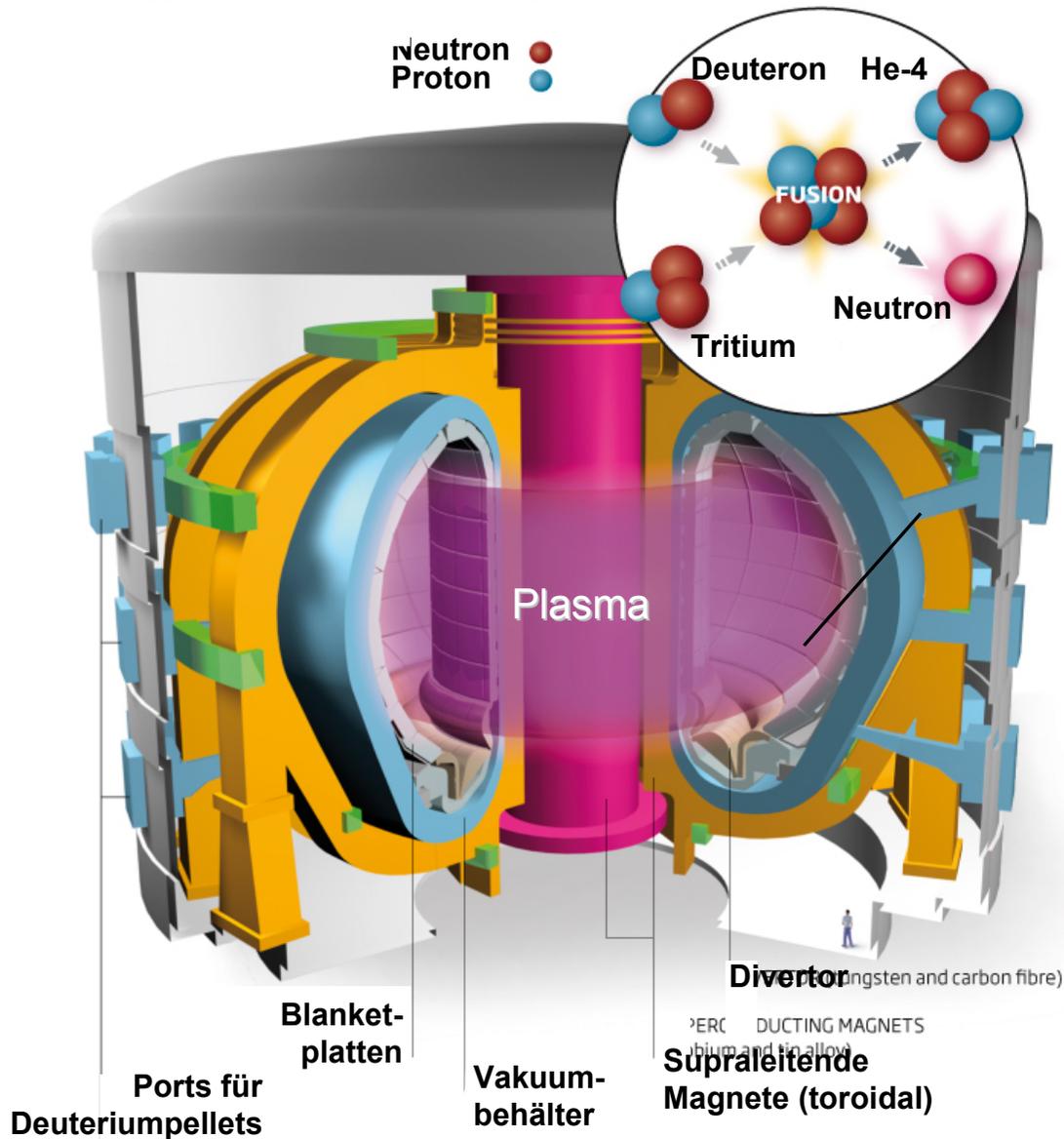
$$E_0 = \left[\frac{1}{4} E_G \cdot (kT)^2 \right]^{1/3}$$

in der Sonne bei $E = kT = 1 \text{ keV}$:

$$E_0 = 7.2 \text{ keV}$$

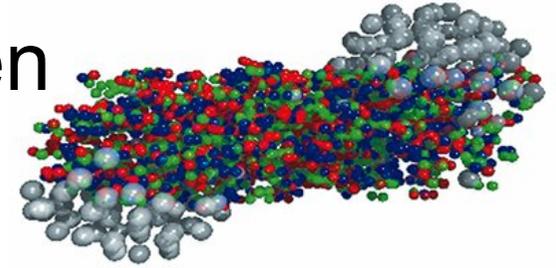
$$\Delta E_0 = 8.2 \text{ keV}$$



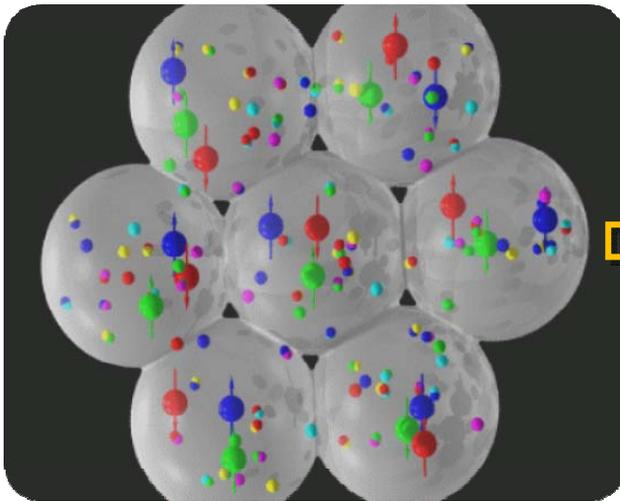


- Fusionsreaktoren basieren auf der Fusion der Kerne Deuterium (^2H) und Tritium (^3H)
$$^2\text{H} + ^3\text{H} \rightarrow ^4\text{He} + n + 17.62 \text{ MeV}$$
- Fusion von Deuterium (^2H) und Tritium (^3H) hat den höchsten Wirkungsquerschnitt
Arbeitspunkt bei $kT \sim 20 \text{ keV}$
 $T \sim 3 \cdot 10^8 \text{ K}$
heißes **Fusionsplasma**
- ITER Experiment in Cadarache
geplante Leistung: **500 MW**
Plasma wird magnetisch im Vakuumbehälter eingeschlossen (Tokamak-Prinzip)

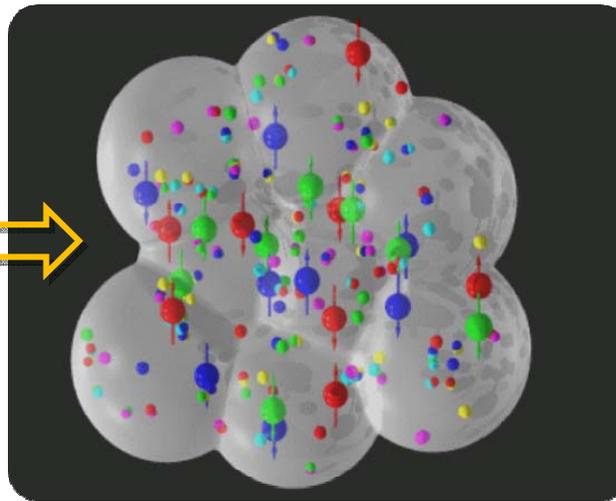
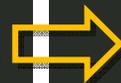
Reaktionen mit schweren Ionen



- moderne Experimente zur Kernphysik werden häufig mit Strahlen aus **schweren Ionen** durchgeführt
- Vorteil: Beschleunigung der Ionen (z.B. ^{197}Au) auf hohe Energien möglich
- GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung in Darmstadt:
FAIR, Facility for Antiproton and Ion Research (ab 2015)
- CERN-LHC im Betrieb mit ^{208}Pb -Ionen
ALICE, A Large Ion Collider Experiment (ab 2010/11)
- Ziele: Suche nach dem **Quark-Gluon-Plasma**



normale Kernmaterie

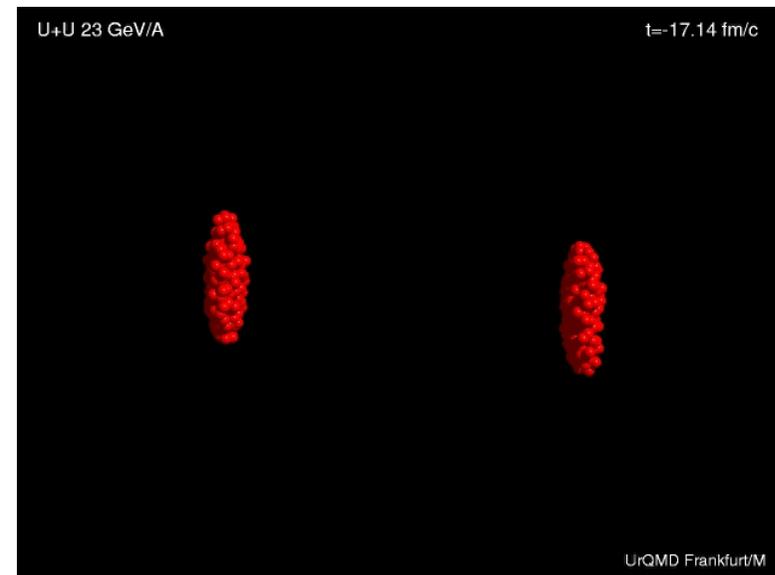
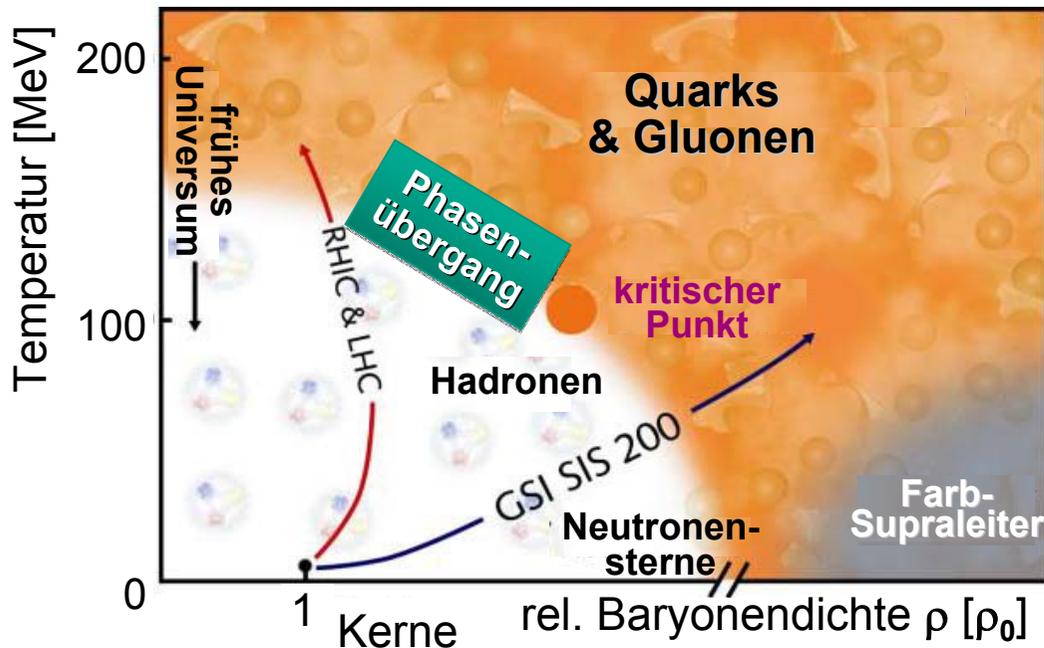


Quark-Gluon Plasma



ultra-relativistische Schwerionen-Stöße sollen mit Quark-Gluon Plasma eine neue Zustandsform der Materie erzeugen:

- **niedriges T & niedriges ρ** : 'Kondensat' von farbneutralen Hadronen
3 Quarks & Gluonen gebunden in Nukleonen (Protonen, Neutronen)
- **hohes T oder hohes ρ** : 'freie' Quarks und Gluonen
- experimentelles Studium des **Phasen-Übergangs** im frühen Universum



Signatur des Quark-Gluon-Plasmas?