

Kerne und Teilchen

Moderne Physik III

Vorlesung # 09

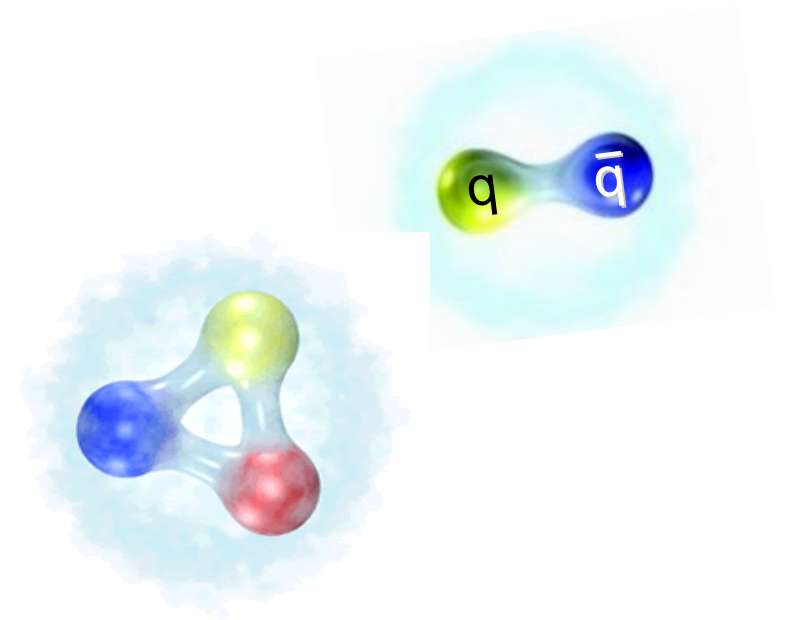
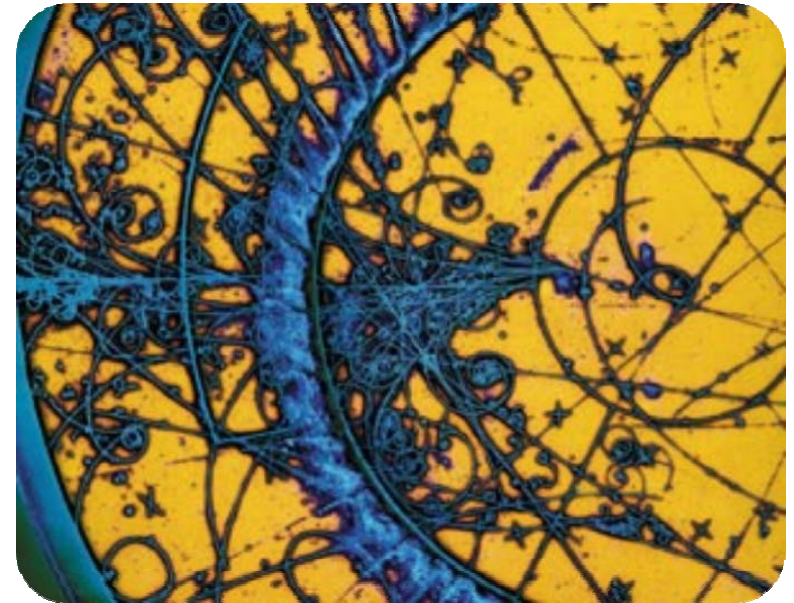
3. Instabile Kerne

- Innerne Konversion
- Kernspaltung

4. Nukleonen

4.1 Aufbau & Wechselwirkung

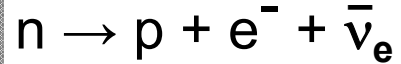
- Vierervektoren & Viererimpuls Q^2
- elektrischer & magnetischer Formfaktor
- Resonanzen & invariante Massen
- tiefinelastische Elektronstreuung



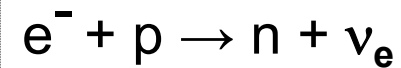
Wiederholung: β -Zerfall

Klassifikation von schwachen Kern- β -Zerfällen

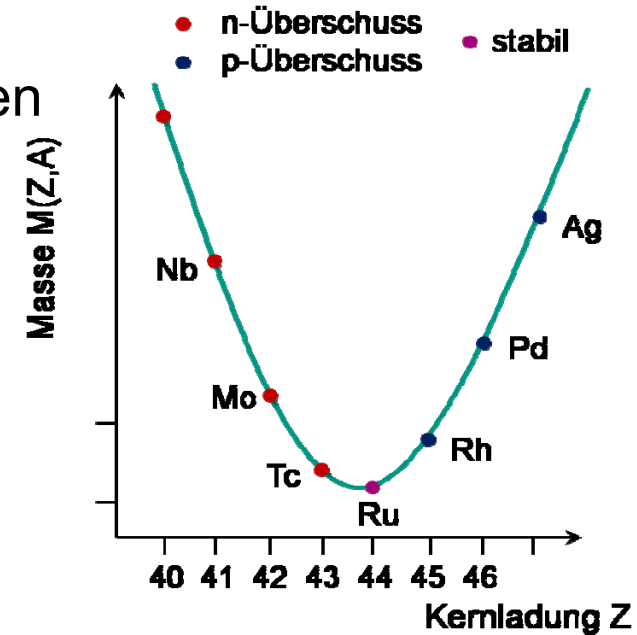
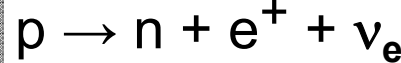
β^- -Zerfall



Elektronen-Einfang



β^+ -Zerfall

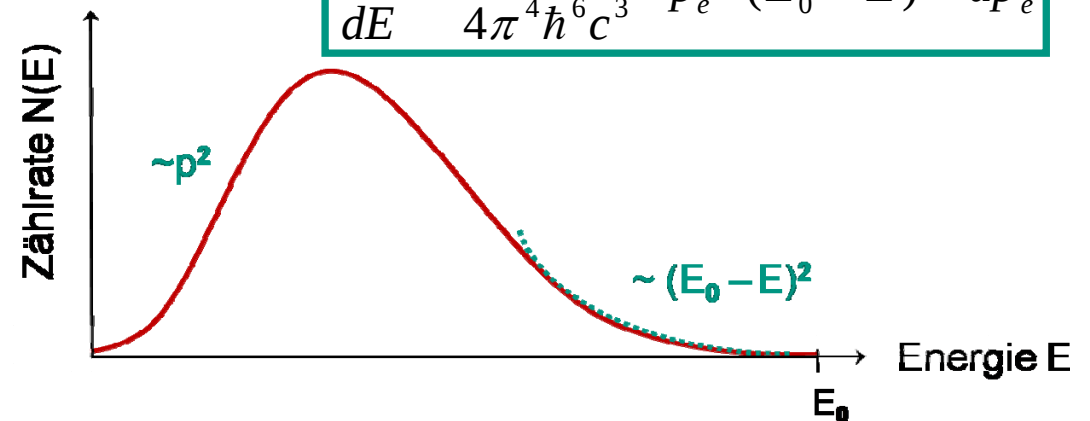


Fermi's Goldene Regel:

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\hbar} \cdot G_F^2 \cdot \left| \langle f | M_{fi} | i \rangle \right|^2 \cdot \frac{dn}{dE}$$

- Fermi-Kopplung G_F
- Kern-Matrixelement M_{fi}
- Endzustandsdichte dn/dE bestimmt die Energieverteilung im β -Zerfall
- magnet./elektrostat. Spektrometer

$$\frac{dn}{dE} = \frac{V^2}{4\pi^4 \hbar^6 c^3} \cdot p_e^2 \cdot (E_0 - E)^2 \cdot dp_e$$



Gamma – Zerfall: innere Konversion

- Bei einem elektromagnetischen Übergang kann es anstatt der Emission eines Gammaquants zu einer **inneren Konversion** kommen, dabei wird die Übergangsenergie $Q = E_\gamma$ direkt auf ein Hüllenelektron übertragen

$$T_e = E_\gamma - B_e$$

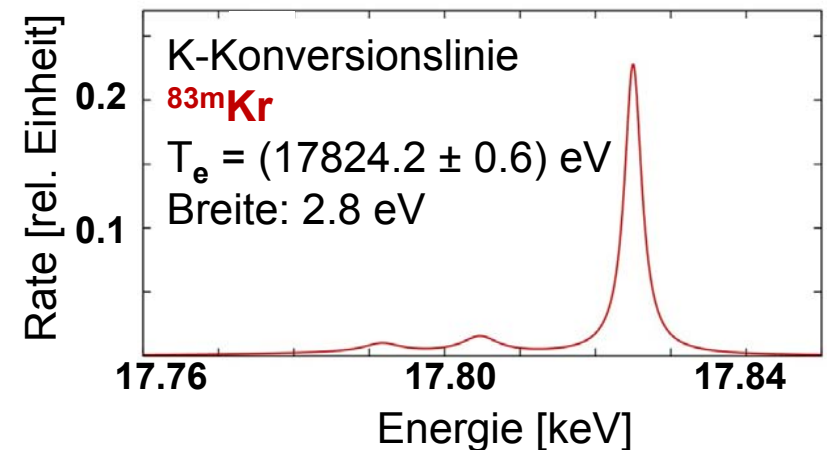
T_e : kinetische Energie des Elektrons
 B_e : Bindungsenergie des Elektrons (K, L, M, ... Schale)

diskretes Konversions-Elektronen-Spektrum mit Emission aus

- K Schale
 - L-Schalen (LI, LII, LIII)
 - M-Schalen (MI, MII, MIII, MIV, MV)
- innere Konversion ist wichtig vor allem bei:

- schweren Kernen $\sim Z^4$
- hoher Multipolordnung E_l bzw. M_l
- kleiner Übergangsenergie E_γ

die entstandene **Vakanz** wird aufgefüllt durch **Röntgenübergänge** oder durch die Emission von monoenergetischen **Auger-Elektronen**



Alpha, Beta & Gamma- Zerfall zu Hause

Gilbert's U-238 Atomic Energy Lab (1950-1951)

\$49.50



- 4 Uranerze
- ^{210}Po α -Quelle
- ^{106}Ru β -Quelle
- ^{65}Zn γ -Quelle
- Nebelkammer



Measure radioactivity of Uranium and other ores with Gilbert Electroscope, just like real scientists.



Prospect for Uranium and other radioactive Ores! Gilbert Geiger-Mueller Counter may win you \$10,000 Govt. bonus!

RADIOACTIVE SOURCE REPLACEMENT

The radioactive sources in your Gilbert Atomic Energy Lab will, in a period ranging from 1 to 50 years, deteriorate with time. Therefore, when replacement of your Alpha, Beta, Gamma or Cloud Chamber sources is required (see inside back cover of this manual) fill in the coupon below and send it to The A. C. Gilbert Company. You will be notified as to cost and mailing.

IMPORTANT!

NO REQUEST FOR RADIOACTIVE SOURCE REPLACEMENT CAN BE HONORED BY THE A. C. GILBERT COMPANY UNLESS IT IS ACCOMPANIED BY THE COUPON BELOW. KEEP THIS SHEET IN A SAFE PLACE, PREFERABLY WITH THE MANUAL OR WITH THE ATOMIC ENERGY LAB ITSELF.

clip along dotted line

The A. C. Gilbert Company
Erector Square
New Haven 6, Conn.

Gentlemen: I need replacements for the following radioactive sources, (check which): ALPHA ☐ BETA ☐ GAMMA ☐ CLOUD CHAMBER ☐ SOURCE ☐

Please notify me as to cost and date of mailing.

NAME (please print)

STREET

CITY ZONE STATE

3.5 Kernspaltung

1938: O. Hahn & F. Straßmann entdecken die Kernspaltung

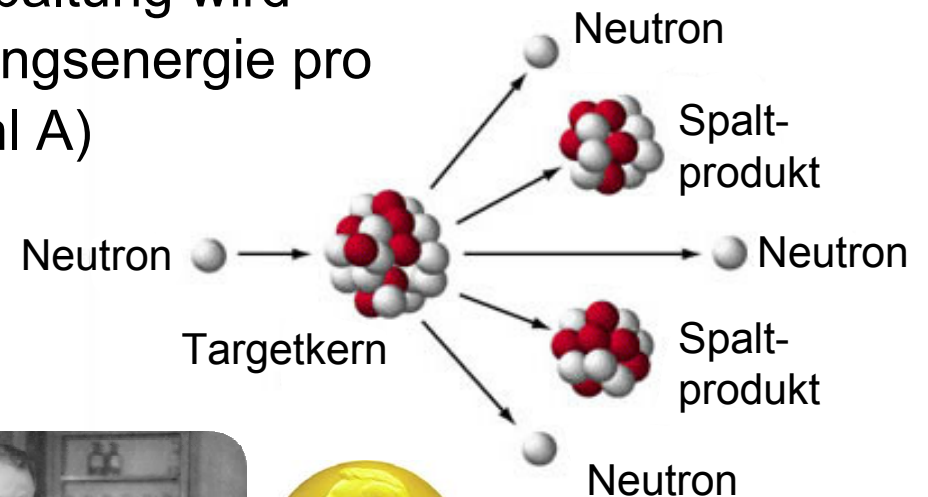
1939: L. Meitner & R.O. Frisch geben die erste korrekte Interpretation

1942: E. Fermi erzeugt in Chicago erste kontrollierte Kettenreaktion

natürliche Kernspaltung entsteht aufgrund einer

„**dynamischen Instabilität**“, bei einer Spaltung wird

~200 MeV Energie freigesetzt (vgl. Bindungsenergie pro Nukleon B/A als Funktion der Massenzahl A)



Otto Hahn (1879-1968)

Nobelpreis 1944

Lise Meitner (1878-1968)

Spaltprozess – spontane Spaltung

- Zur Abschätzung der Stabilität eines schweren Kerns gegen **spontane Spaltung** vergleicht man die Oberflächenenergie E_s & Coulombenergie E_c bei einer dynamischen **Deformation des Kerns**

- falls deformierter Zustand energetisch günstiger: Kern wird instabil gegen Spaltung
- für ein Rotationsellipsoid:

$$E_s = a_s \cdot A^{2/3} \cdot \left(1 + \frac{2}{5} \varepsilon^2 + \dots\right)$$

$$E_c = a_c \cdot Z^2 \cdot A^{-1/3} \cdot \left(1 - \frac{1}{5} \varepsilon^2 + \dots\right)$$

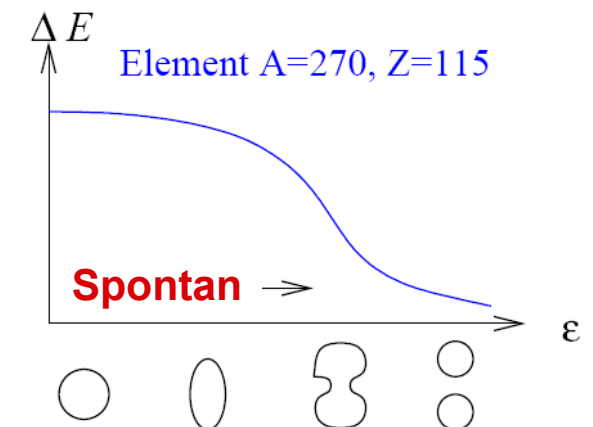
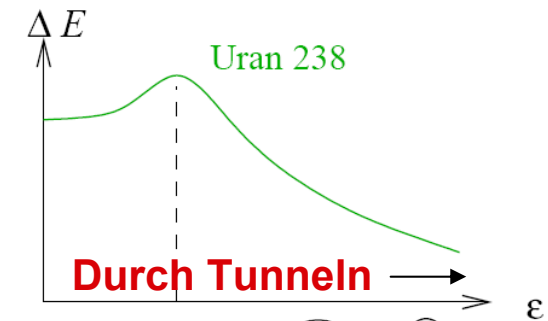
$$\Delta E = \frac{\varepsilon^2}{5} (2a_s \cdot A^{2/3} - a_c \cdot Z^2 \cdot A^{-1/3})$$

schwerer Kern



$$a = R \cdot (1 + \varepsilon)$$

$$b = R \cdot (1 - \varepsilon/2)$$

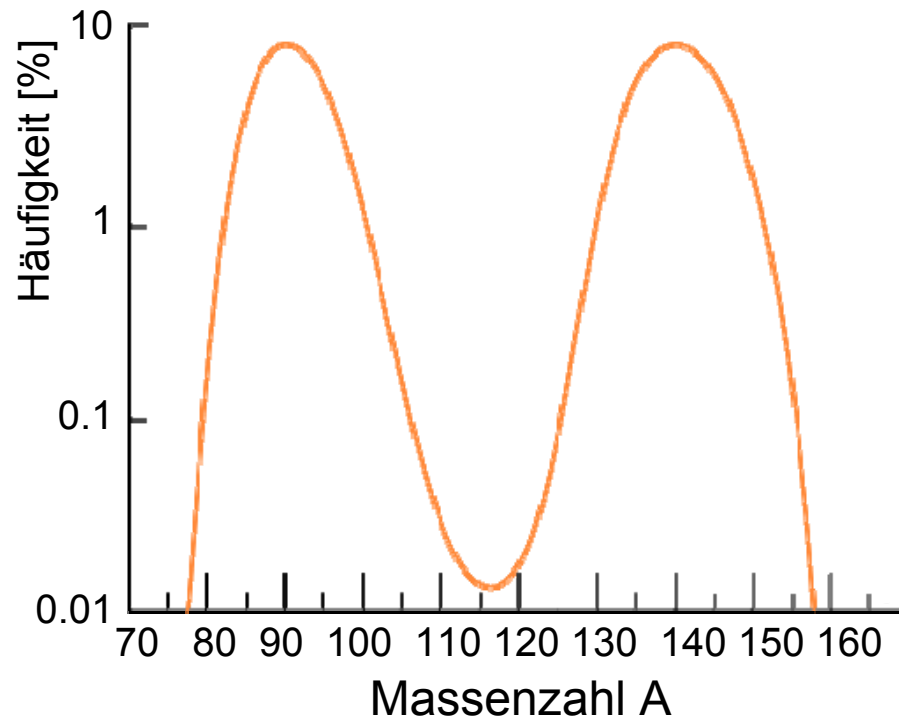
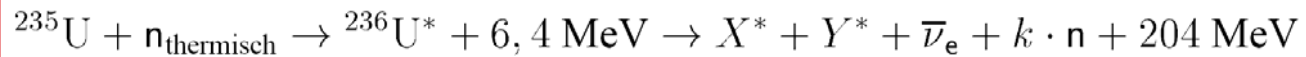
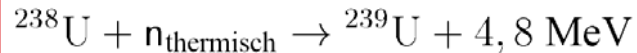


- Die Spaltbarriere ΔE verschwindet wenn **$Z^2/A > 51$ ($Z > 115$):**

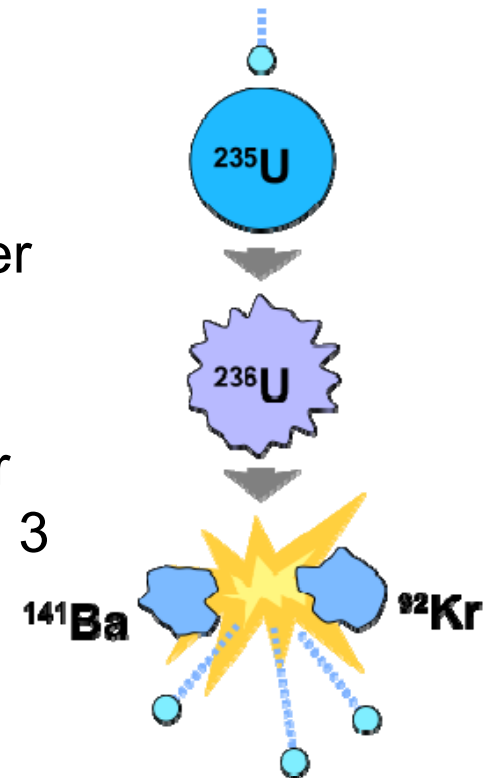
spontane Spaltung

Induzierte Kernspaltung

- **Induzierte Spaltung:** ug-Kerne mit ungerader Neutronenanzahl sind schwächer gebunden als benachbarte gg-Kerne, nach Absorption eines Neutrons kann der angeregte gg-Compound-Kern spalten, z.B. bei der Spaltung von ^{235}U durch den **Einfang von thermische Neutronen** ($E_n < 1 \text{ eV}$):

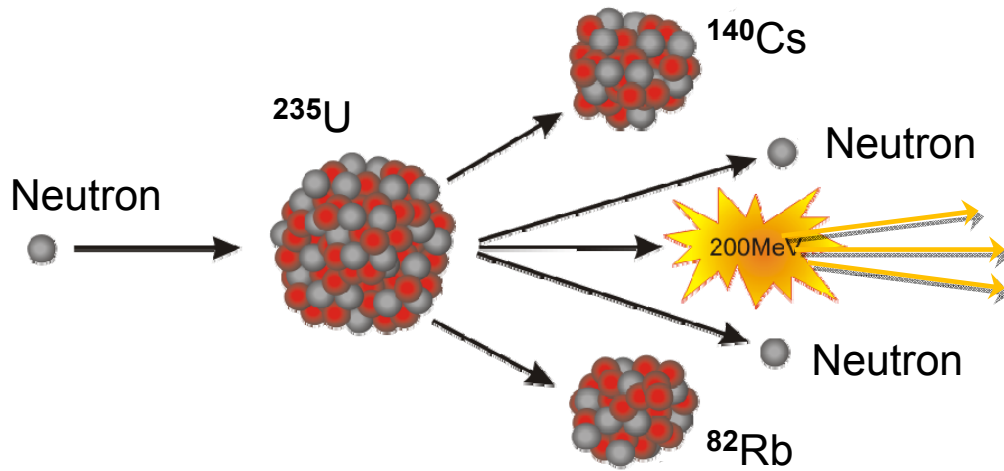


Asymmetrische
Massenverteilung der
Spaltfragmente von
U-235,
typische Massen der
Spaltfragmente $\sim 2 : 3$

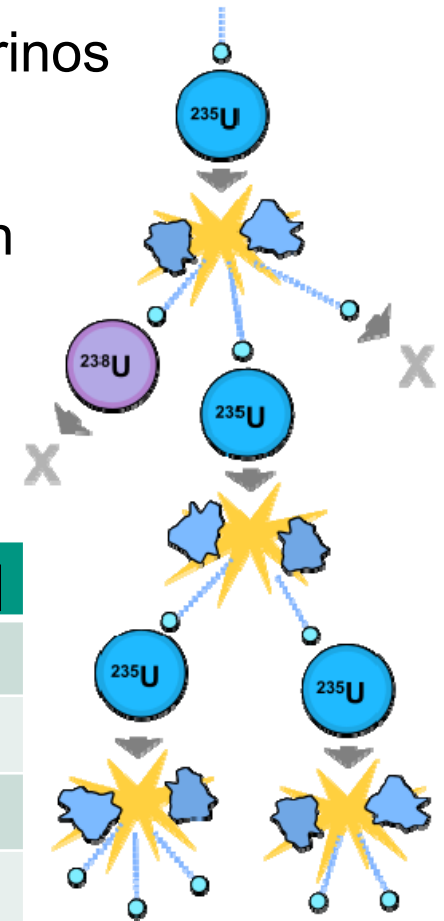


Spaltenergie & Kettenreaktionen

- Bei einer Kernspaltung von ^{235}U werden $\Delta E \sim 200 \text{ MeV}$ / **Spaltereignis** frei, kinetische Energie der Spaltfragmente $E_{\text{kin}} \sim 160 \text{ MeV}$
restliche Energie in Neutronen, γ -Quanten, Elektronen, Neutrinos
- Die emittierten Neutronen (Energien bis zu einige MeV) können durch andere ^{235}U Kerne wieder eingefangen werden
Wirkungsquerschnitt für thermische Neutronen: $\sigma \sim 600 \text{ b}$
falls $\eta = (\# \text{ Spaltneutronen}) / (\# \text{ absorbierte Neutronen}) > 1$
Moderator nötig, um Neutronen abzubremesen (Wasser)



Isotop	Energie [MeV]
^{235}U	201.7 ± 0.6
^{238}U	205.0 ± 0.9
^{239}Pu	210.0 ± 0.9
^{241}Pu	212.4 ± 1.0



4. Struktur des Nukleons

- Zur Untersuchung der **inneren Struktur der Nukleonen** (qqq-Zustände) benutzt man Elektronen immer höherer Energie:

Kleiner Impulstransfer:

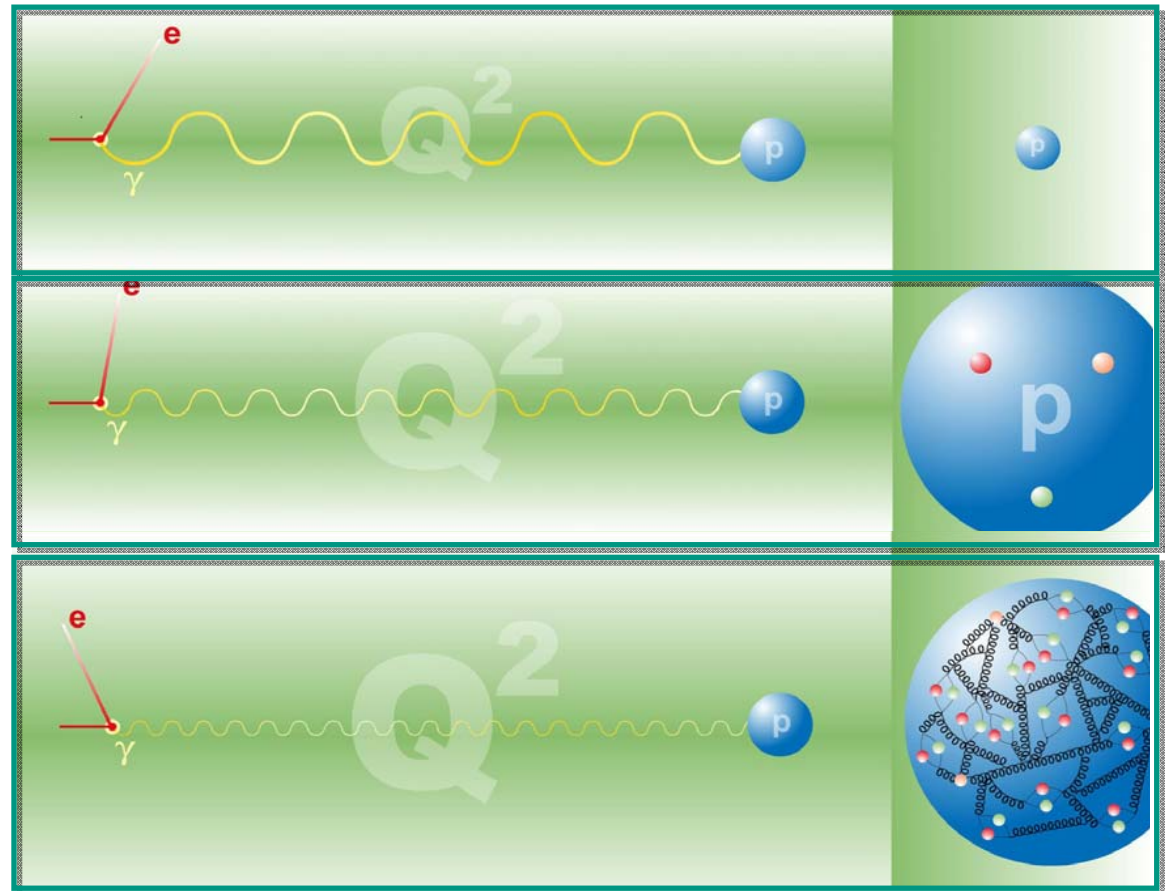
- Proton erscheint strukturlos
- exponentiell abfallende Ladungsverteilung

Mittlerer Impulstransfer:

- Proton hat innere Struktur: Partonen manifestieren sich - 3 Valenzquarks

Hoher Impulstransfer:

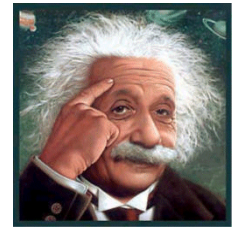
- Proton hat komplexe innere Struktur: 3 Valenzquarks, Seequarks, Gluonen



Nukleonrückstoß & Vierervektoren

- Zur Untersuchung der inneren Struktur der Nukleonen müssen Elektronen im Energiebereich $E > 1 \text{ GeV}$ (vgl. de Broglie Wellenlänge) eingesetzt werden

- Relativistische Behandlung erfordert Übergang von klassischen 3-er Impulsen $\vec{p}$ und der Energie E zu Vierervektoren (p, p', q)
Bildung von **Lorentz-invarianten Größen** p^2 (Viererimpuls) mit

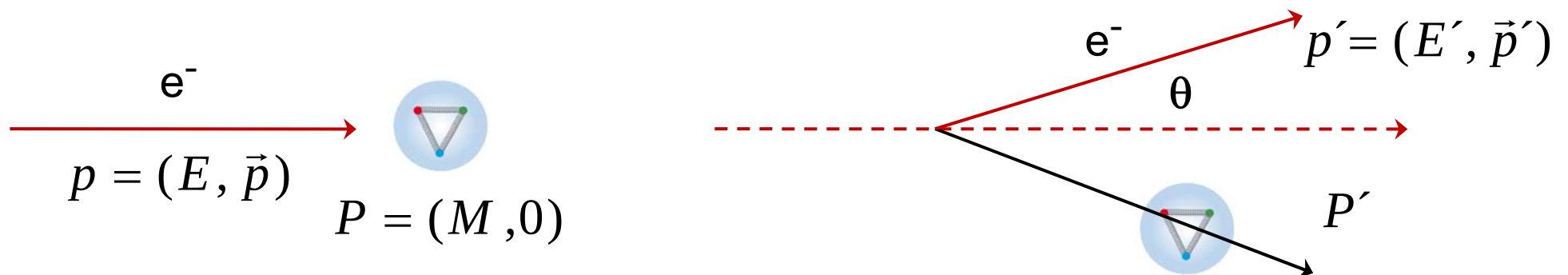


$$p = (E, \vec{p}) \quad p^2 = p_\mu \cdot p^\mu = E^2 - \vec{p}^2 = m^2$$

invariante Ruhemasse m

$$E^2 = \vec{p}^2 + m^2$$

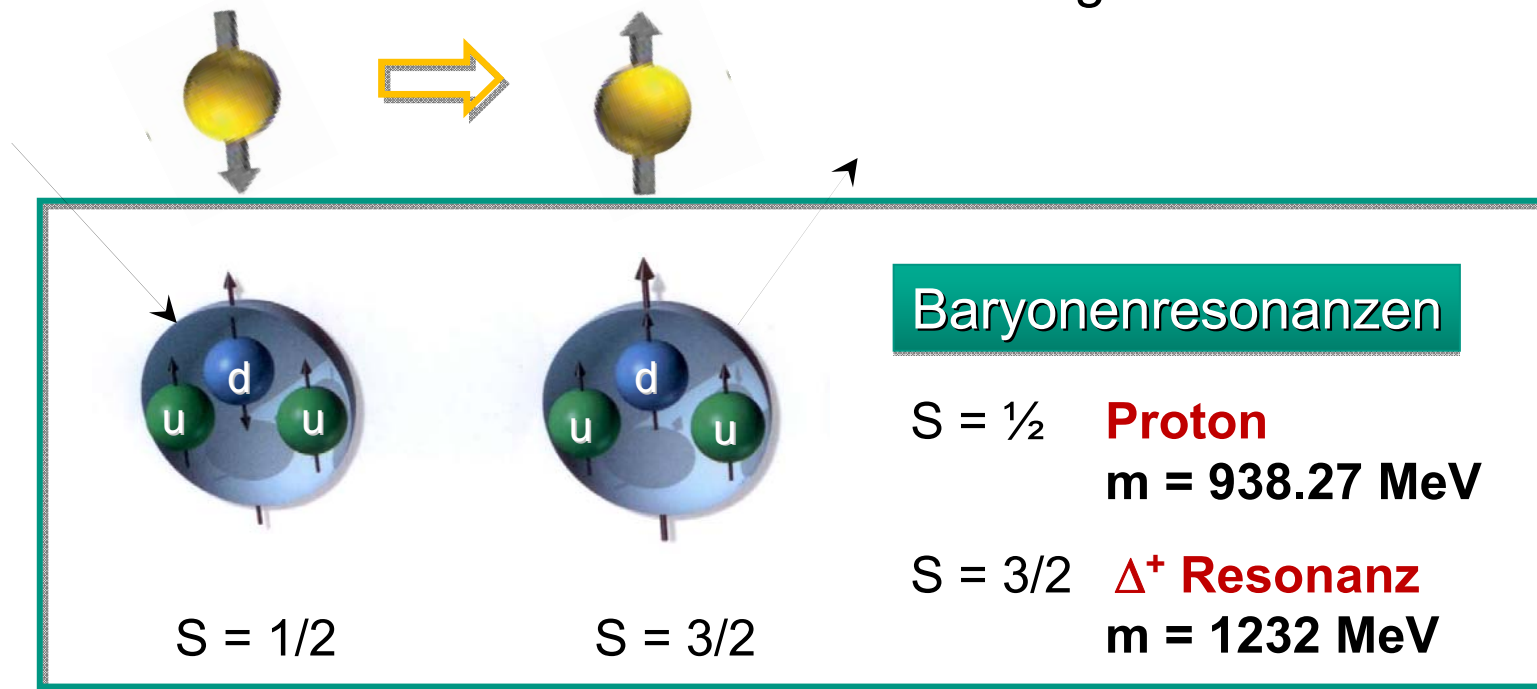
- Bei einem Stoßprozess bleibt der Vierer-Impuls p_{tot} des Systems erhalten;
bei $E = 1 \text{ GeV}$: **Rückstoßenergie des Nukleons** nicht mehr vernachlässigbar



Elektrische & magnetische Formfaktoren

- Bei hohen Elektronenergien erfolgt die Wechselwirkung nicht nur über die elektrische Ladungsverteilung $\rho(r)$, sondern auch über das **magnetische Moment μ des Nukleons**, diese 'magnetische' Wechselwirkung ist verantwortlich für den **Spinflip** des Nukleons bei der inelastischen Elektronenstreuung

$$\mu = g \cdot \frac{e}{2M} \frac{\hbar}{2}$$



- Beide Prozesse werden parametrisiert durch die beiden Sachs-Formfaktoren:

- **elektrischer Formfaktor $G_E(Q^2)$:**

beschreibt die Verteilung der elektrischen Ladung im Nukleon

- **magnetischer Formfaktor $G_M(Q^2)$:**

beschreibt die Verteilung der Magnetisierung im Nukleon



- Für Vorwärtsstreuung ($Q^2 \rightarrow 0$) erhält man die **Ladung q** bzw. das **magnetische Moment μ** des Nukleons (das e^- fliegt weit am Nukleon vorbei)

Proton

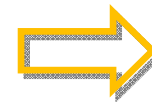
$$G_E(0) = 1$$

$$G_M(0) = 2.79$$

Neutron

$$G_E(0) = 0$$

$$G_M(0) = -1.91$$



$$g_{\text{Dirac}} = 2.00$$

$$g_{\text{Proton}} = 5.58$$

$$g_{\text{Neutron}} = -3.82$$

- Für punktförmige Teilchen erwartet man entsprechend der Dirac-Gleichung einen g-Faktor $g = 2$, d.h. der g-Faktor der Nukleonen weicht signifikant vom Dirac-Wert ab: **anomale magnetische Momente der Nukleonen**

Formfaktor des Nukleons

- $G(Q^2)$ bei verschiedenem Impulstransfer Q^2 : der Verlauf der Nukleon-Formfaktoren als Funktion von Q^2 zeigt einen typischen **Dipol-Charakter**

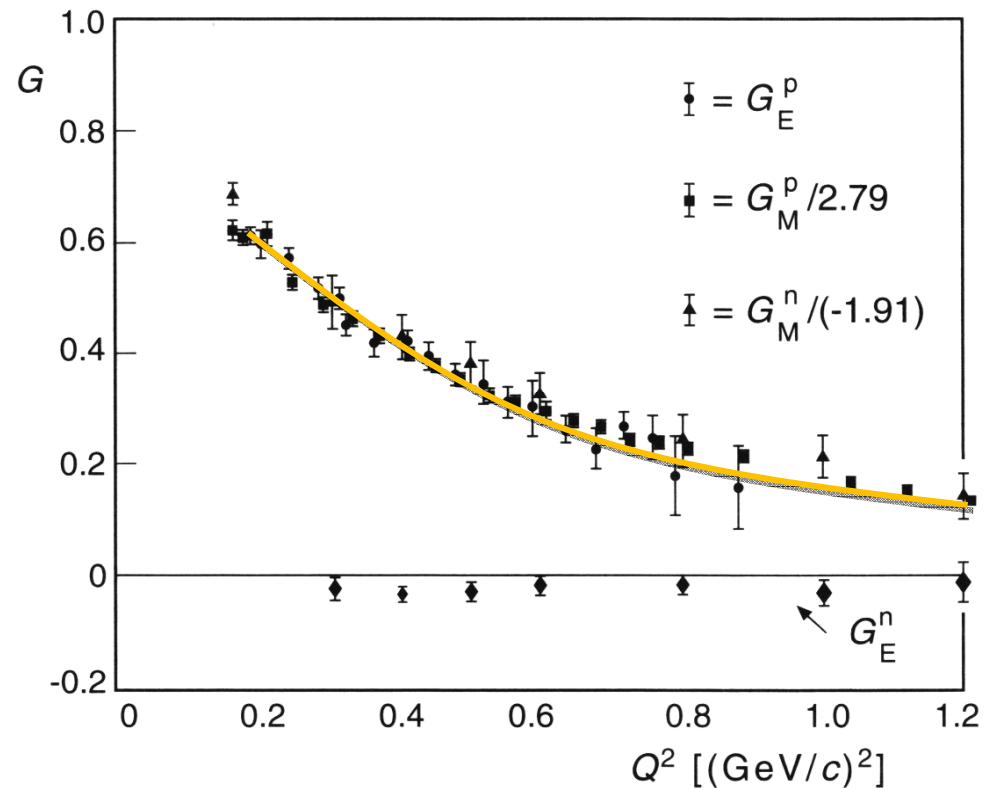
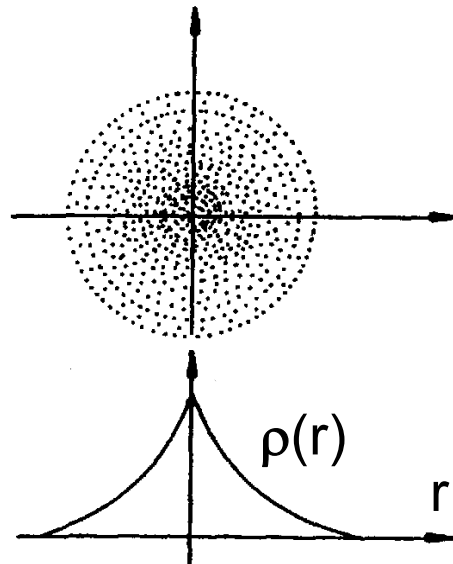
$$G(Q^2) = \frac{1}{(1 + 1.41 \cdot Q^2 [\text{GeV}^2 c^{-2}])^2}$$



Fourier-
Transformation

$$\rho(r) = \rho_0 \cdot e^{-r/a}$$

exponentiell
abfallende
Ladungsverteilung
des Nukleons



Ladungsradien des Nukleons

- aus den Ladungsverteilungen für Proton und Neutron lassen sich die mittleren quadratischen Ladungsradien der Nukleonen bestimmen

$$\rho(r) = \rho_0 \cdot e^{-r/a} \quad \text{mit } a = 4.27 \text{ fm}$$



$$\sqrt{\langle r_E^2 \rangle_P} = 0.862 \text{ fm}$$

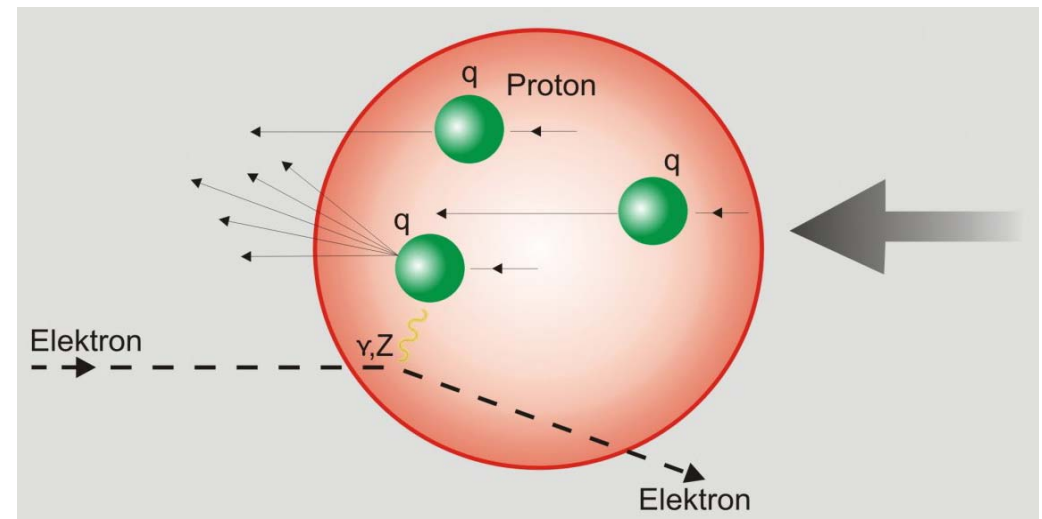
**mittlerer quadratischer
Ladungsradius des Protons**



$$\sqrt{\langle r_E^2 \rangle_P} \approx \sqrt{\langle r_M^2 \rangle_P} \approx \sqrt{\langle r_M^2 \rangle_N} \approx 0.8 \text{ fm}$$

**mittlerer quadratischer
Radius des Neutrons**

- im Neutron sind magnetische Momente verteilt
 - erster Hinweis auf Substruktur Partonen
 - zur weiteren detaillierten Aufdeckung dieser Struktur:
inelastische Elektronstreuung



3.2 Strukturfunktionen

- Die Aufdeckung der Nukleon-Substruktur erfolgte durch **tief-inelastische Elektronenstreuung** an ^1H & ^2H am Stanford Linear Accelerator Center SLAC: **Protonen und Neutronen enthalten punktförmige Objekte:** Quarks bzw. Partonen

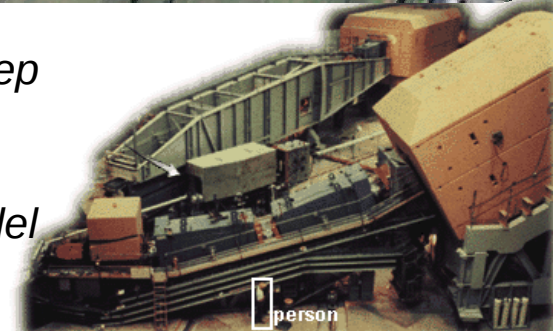


Nobel
Prize in Physics 1990



Jerome I. Friedman
Henry W. Kendall
Richard E. Taylor

"for their pioneering investigations concerning deep inelastic scattering of electrons on protons and bound neutrons, which have been of essential importance for the development of the quark model in particle physics"



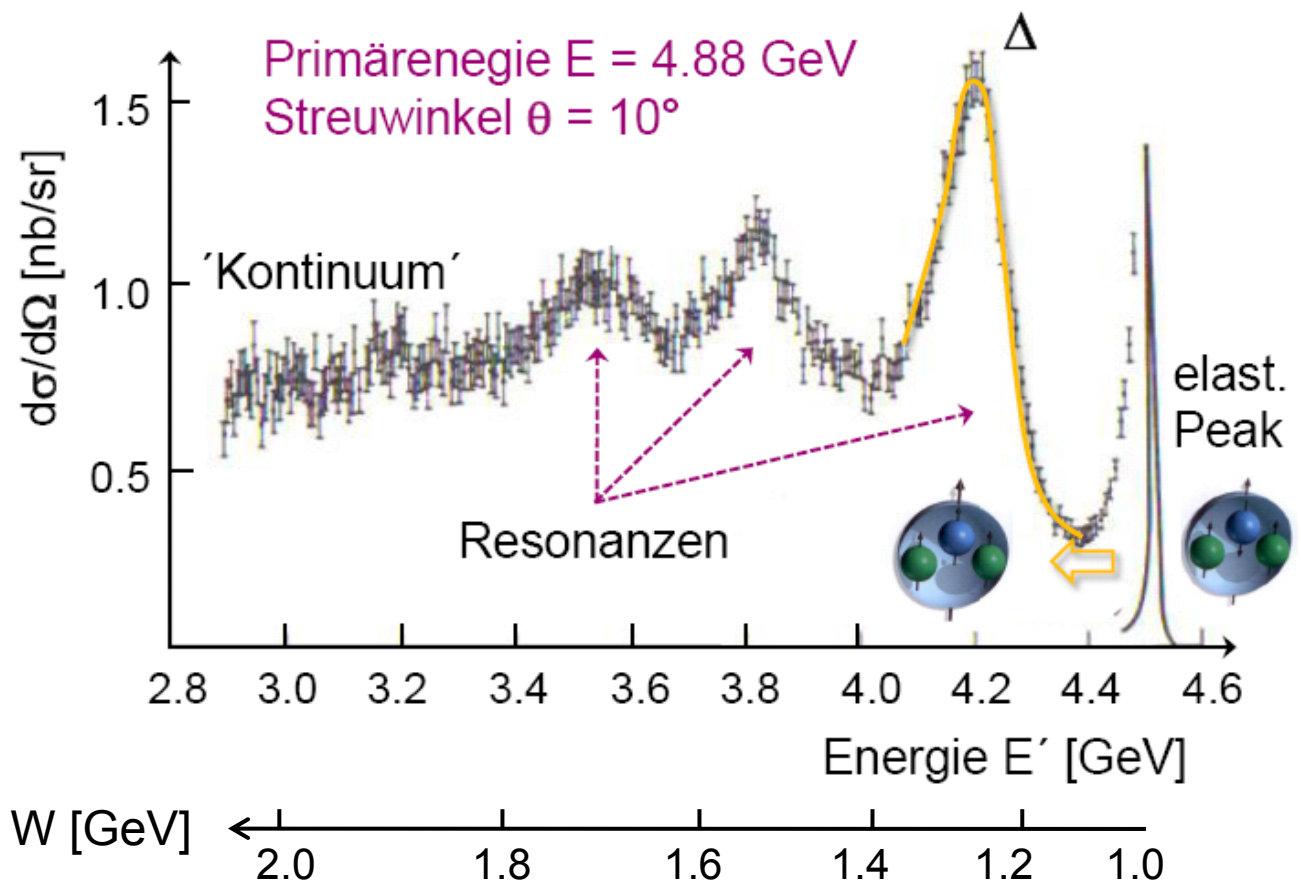
Resonanzen

- Wirkungsquerschnitt als Funktion der Elektron-Energie E' zeigt mehrere charakteristische Maxima: **Resonanzen (Δ)**

- Resonanzen sind ein weiterer Hinweis auf eine interne Struktur des Nukleons (innere Anregung)

- wie kann eine Resonanz im Wq. charakterisiert werden?

↳ **invariante Masse W**



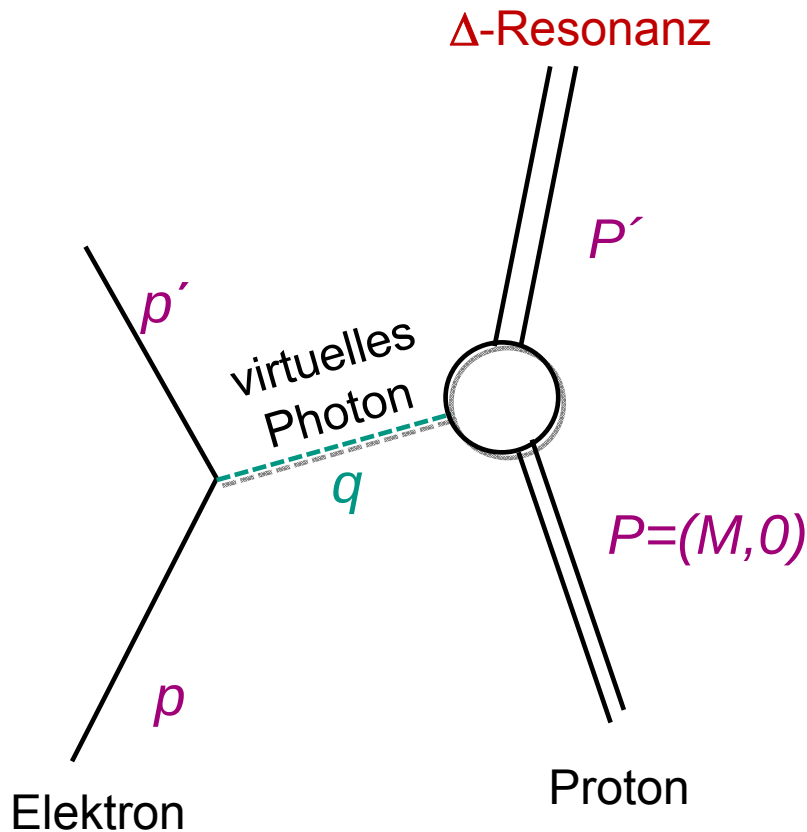
Erzeugung von Resonanzen mit Masse W

- Bei der inelastischen Streuung ist die **invariante Masse W** wichtig:

$$W^2 = |P'|^2 = (P + q)^2 = M^2 + 2P \cdot Q + q^2 = M^2 + 2M \cdot v - Q^2 \quad q = (E - E', \vec{q})$$

im Laborsystem

$$Q^2 = -q^2$$



- p 4-er Impuls einlaufendes Elektron
- p' 4-er Impuls auslaufendes Elektron
- $v = E - E'$

Energieverlust des Elektrons

- P 4-er Impuls einlaufendes Proton
- P' 4-er Impuls auslaufendes Teilchen

W invariante Masse

Gesamtenergie im Schwerpunktsystem
 $= \sqrt{s}$

- q 4-er Impuls des virtuellen Photons
 $= p - p'$

M Protonmasse

- **Invariante Masse W** einer Resonanz lässt sich ermitteln aus den gemessenen E , E' und θ :

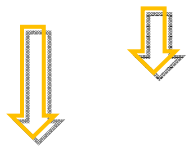
$$W^2 = M^2 + 2M \cdot (E - E') - 4E \cdot E' \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

hier beobachtete Resonanz $\Delta^+(1232) = 1232 \text{ MeV}$

die Δ -Resonanzen treten in 4 Ladungszuständen auf: Δ^{++} , Δ^+ , Δ^0 , Δ^-

- **Breite Γ** einer Resonanz folgt aus der Heisenberg'schen Unschärferelation:

$$\Gamma \cdot \tau = \hbar$$

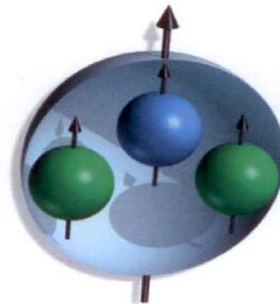


Lebensdauer
der Resonanz

Energieunschärfe

bzw. Breite der Resonanz

Kurve: **Breit-Wigner Verteilung**



Beispiel Δ^+ Resonanz:

$\Gamma \sim 100 \text{ MeV}$

$\tau \sim 5 \cdot 10^{-24} \text{ s}$

Kinematik bei inelastischen Reaktionen

- bei der elastischen Streuung eines Elektrons am Nukleon verbleibt nur 1 freier Parameter:

$$W^2 = M^2 + 2M \cdot \nu - Q^2$$

$$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{=0}$$



$$2M \cdot \nu - Q^2 = 0$$

$W = M$ (keine innere Anregung)

- bei der inelastischen Streuung eines Elektrons am Nukleon wird das Nukleon angeregt, zur Beschreibung der Dynamik der Reaktion sind 2 unabhängige Parameter erforderlich: (E', θ) oder (Q^2, ν)



$$2M \cdot \nu - Q^2 > 0$$

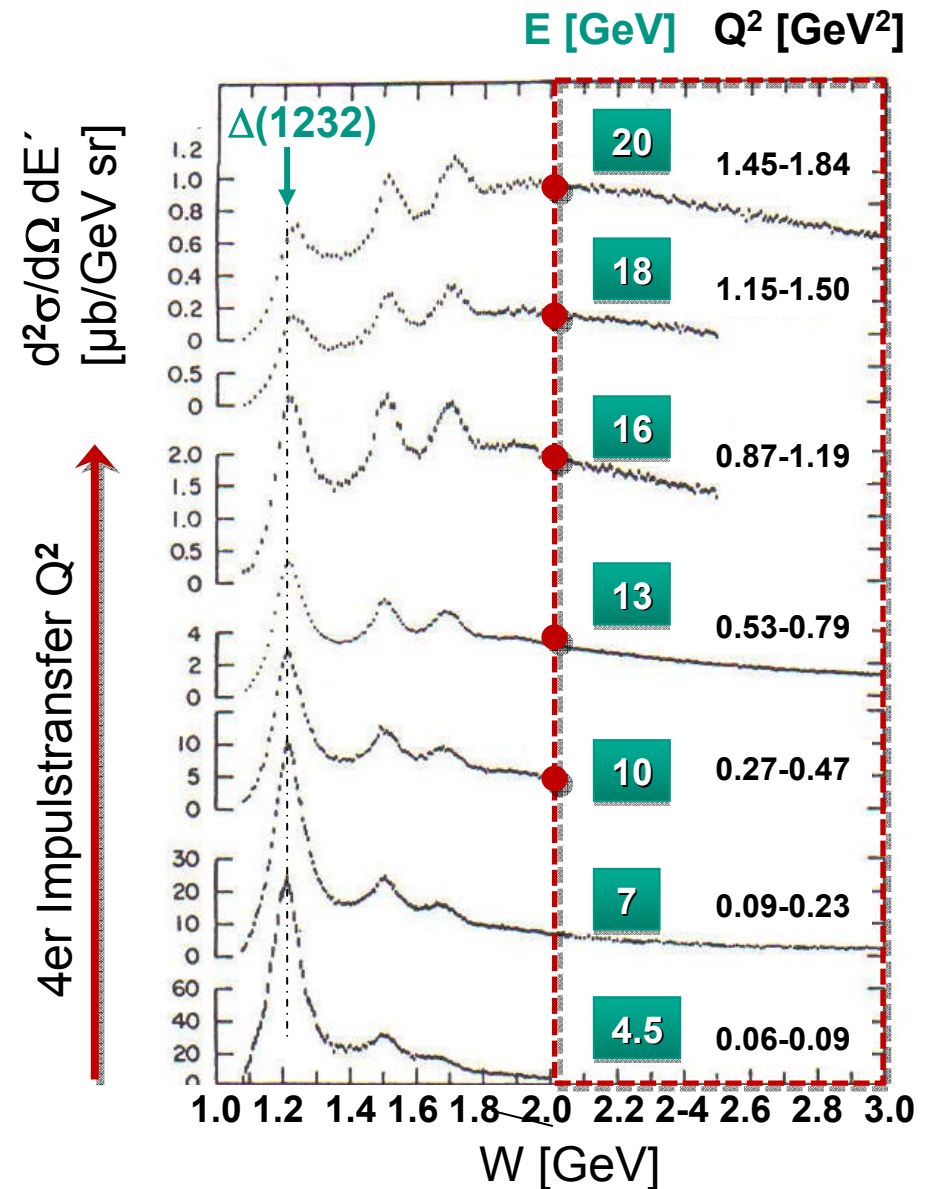
$W > M$ (innere Anregung)

Inelastische Elektronstreuung: Daten

- Bei der experimentellen Untersuchung der inelastischen Streuung von Elektronen an Protonen (durchgeführt 1975 von Kendall, Friedmann, Taylor am SLAC bei festem Nachweiswinkel $\theta = 4^\circ$) tritt als Funktion der Einschuss-Energie E folgender Sachverhalt auf:

- mit wachsendem Q^2 nimmt der Wq. der **Nukleonresonanzen** ab
- für invariante Massen **$W > 2 \text{ GeV}$** ergibt sich nur eine **schwache Abhängigkeit von Q^2**

Wirkungsquerschnitt $d^2\sigma/d\Omega dE'$ (Q^2)



Strukturfunktionen

Wirkungs- querschnitt

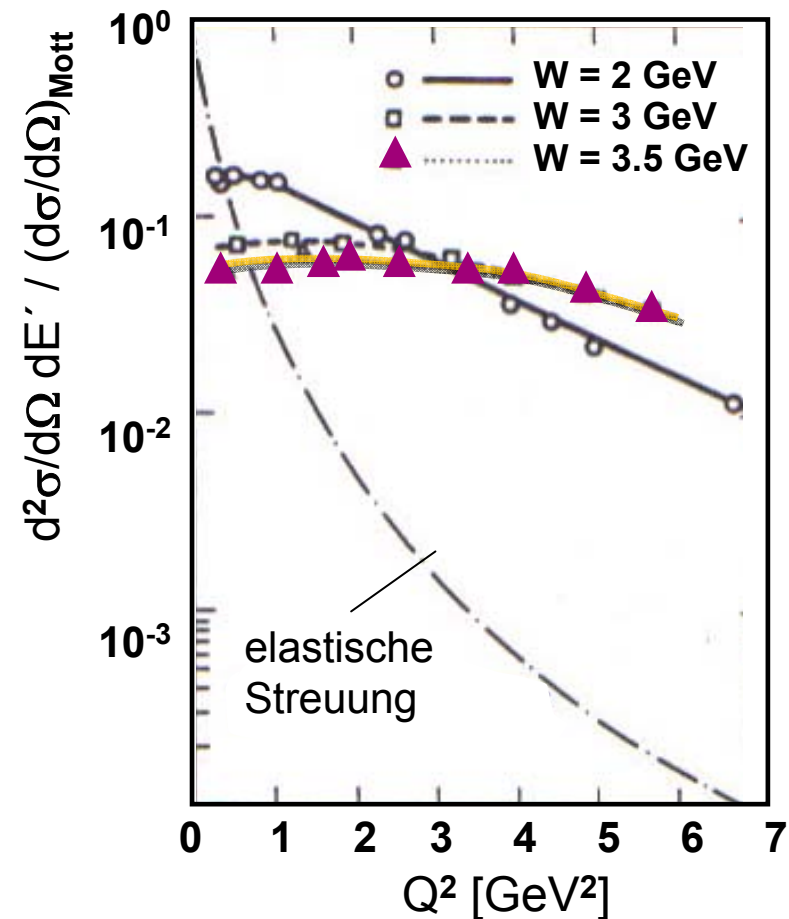
$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott} \cdot \left[W_2(Q^2, \nu) + 2 \cdot W_1(Q^2, \nu) \cdot \tan^2 \frac{\theta}{2} \right]$$

- Die Dynamik der Reaktionen wird durch 2 Strukturfunktionen Beschrieben (a la Rosenbluth):

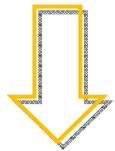
- 'magnetische' $W_1(Q^2, \nu)$
- 'elektrische' $W_2(Q^2, \nu)$

- Je größer die invariante Masse W , desto langsamer der Abfall des Wq. als Funktion von Q^2

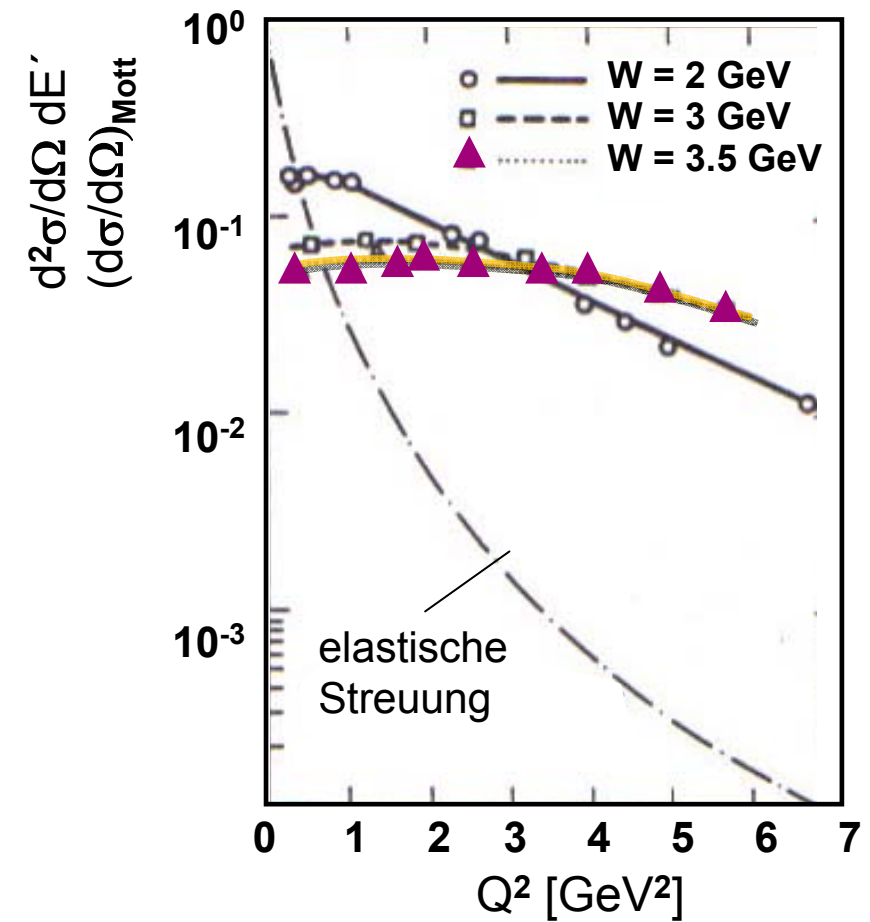
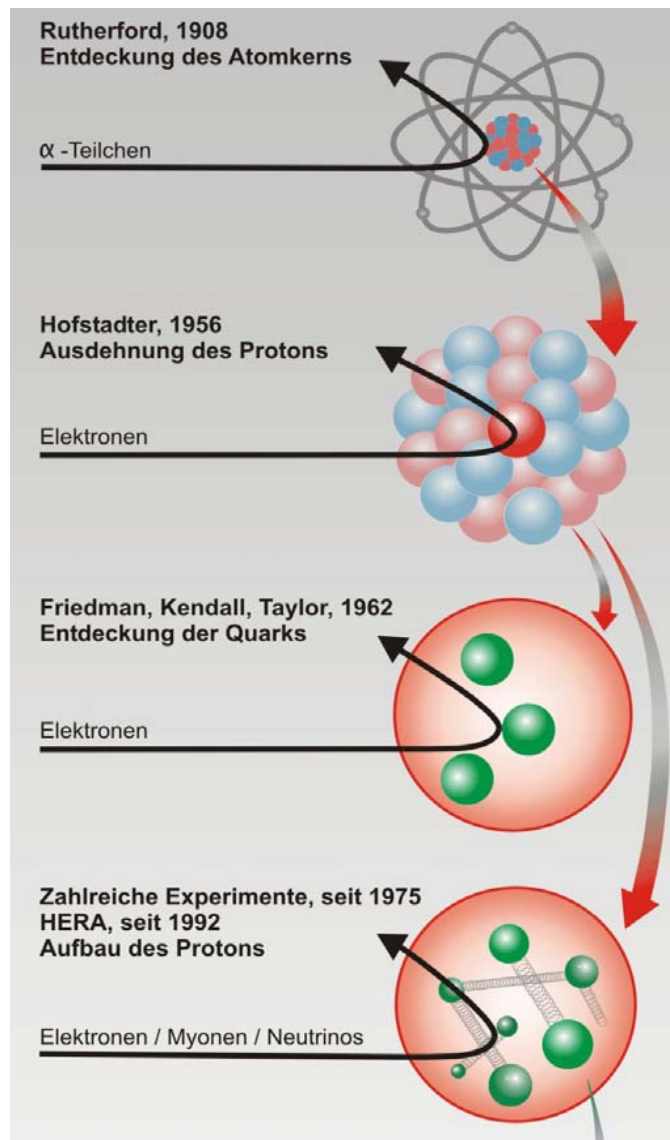
- $W = 3.5 \text{ GeV}$: fast konstant
- experimentelle Zählraten wesentlich größer als Erwartung $\sim Q^{-8}$ aus Dipol-Formfaktor



konstanter
Formfaktor:
punktförmiger
Atomkern



konstanter
Formfaktor:
punktförmige
Partonen



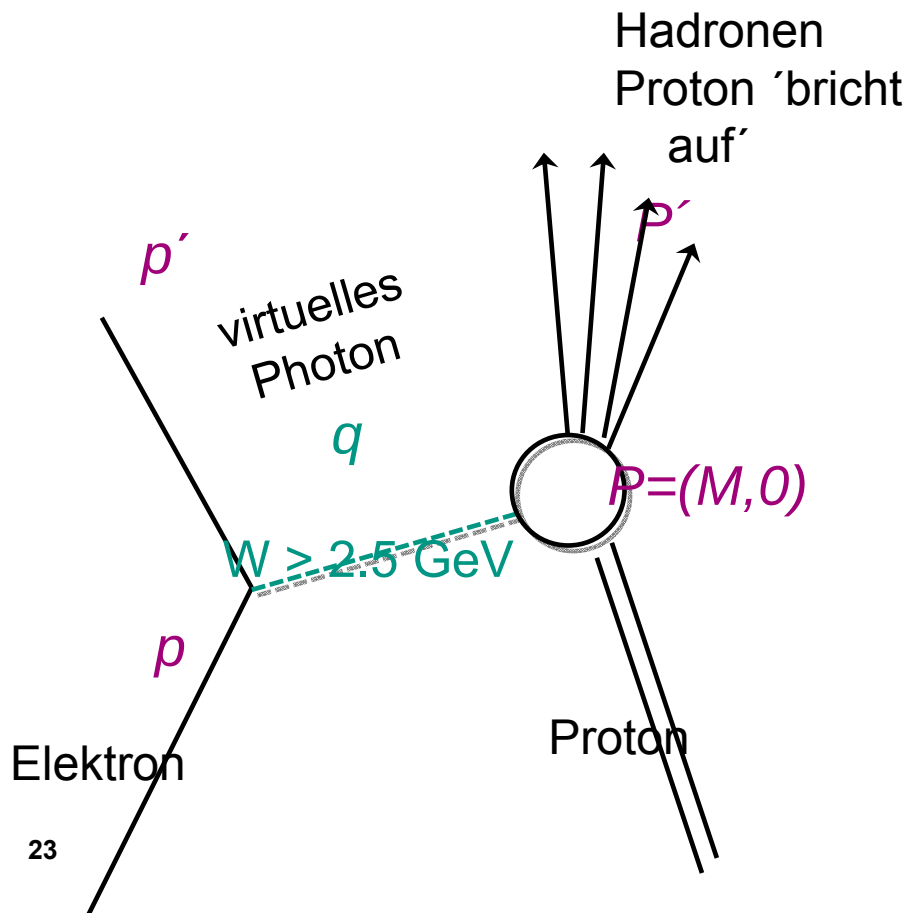
Inelastische Reaktionen & Skalenvariable x

- Einführung der **Bjorken Skalenvariable x** :
dimensionslose Größe, beschreibt das
Mass der Inelastizität einer Reaktion
(im Partonmodell des Nukleons)

$$x = \frac{Q^2}{2M \cdot \nu}$$



James
Bjorken



- p 4-er Impuls einlaufendes Elektron
- p' 4-er Impuls auslaufendes Elektron
- $\nu = E - E'$
Energieverlust des Elektrons
- P 4-er Impuls einlaufendes Proton
- P' 4-er Impuls auslaufendes Teilchen
- W invariante Masse**
Gesamtenergie im Schwerpunktsystem
 $= \sqrt{s}$
- q 4-er Impuls des virtuellen Photons
 $= p - p'$
- M Protonmasse

Skalenvariable x & Strukturfunktionen

- - im Grenzfall elastischer Streuung ergibt sich:

$$W = M \text{ und } Q^2 = 2 M \nu \Rightarrow \mathbf{x = 1}$$

$$x = \frac{Q^2}{2M \cdot \nu}$$

- für inelastische Streuung ergibt sich:

$$W > M \text{ und } Q^2 < 2 M \nu \Rightarrow \mathbf{0 < x < 1}$$

- mit der Bjorken Variablen x lassen sich zwei **dimensionslose Strukturfunktionen F_1 und F_2** definieren:

magnetische
Wechselwirkung

$$F_1(x, Q^2) = M c^2 \cdot W_1(Q^2, \nu)$$

$$\xrightarrow{\nu \rightarrow \infty} F_1(x)$$

elektrische
Wechselwirkung

$$F_2(x, Q^2) = \nu \cdot W_2(Q^2, \nu)$$

$$\xrightarrow{\nu \rightarrow \infty} F_2(x)$$

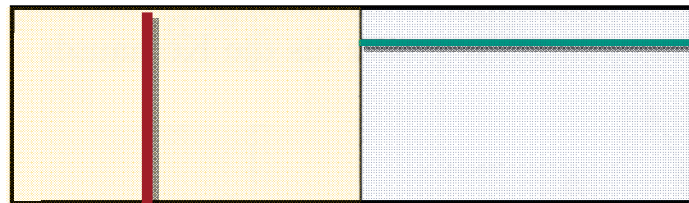
- aus dem exp. Wq. lassen sich für festes x die Strukturfunktionen F_1 und F_2 bestimmen: **F_1 und F_2 sind ~ unabhängig von Q^2** („Skaleninvarianz“)
(Masse des Nukleons spielt keine Rolle bei hohen Energien $Q^2 \gg M$,
d.h. dann existiert **keine charakteristische Massen- bzw. Längenskala λ**)

Proton-Strukturfunktion $F_2(x)$

- Strukturfunktion ist die Fouriertransformierte der Ladungsverteilung $\rho(r)$ im Nukleon hier z.B. $F_2(Q^2) = \text{const.}$
Ladungsverteilung = δ -Funktion

punktförmig
 $\rho(r) = \delta(r)/4\pi$

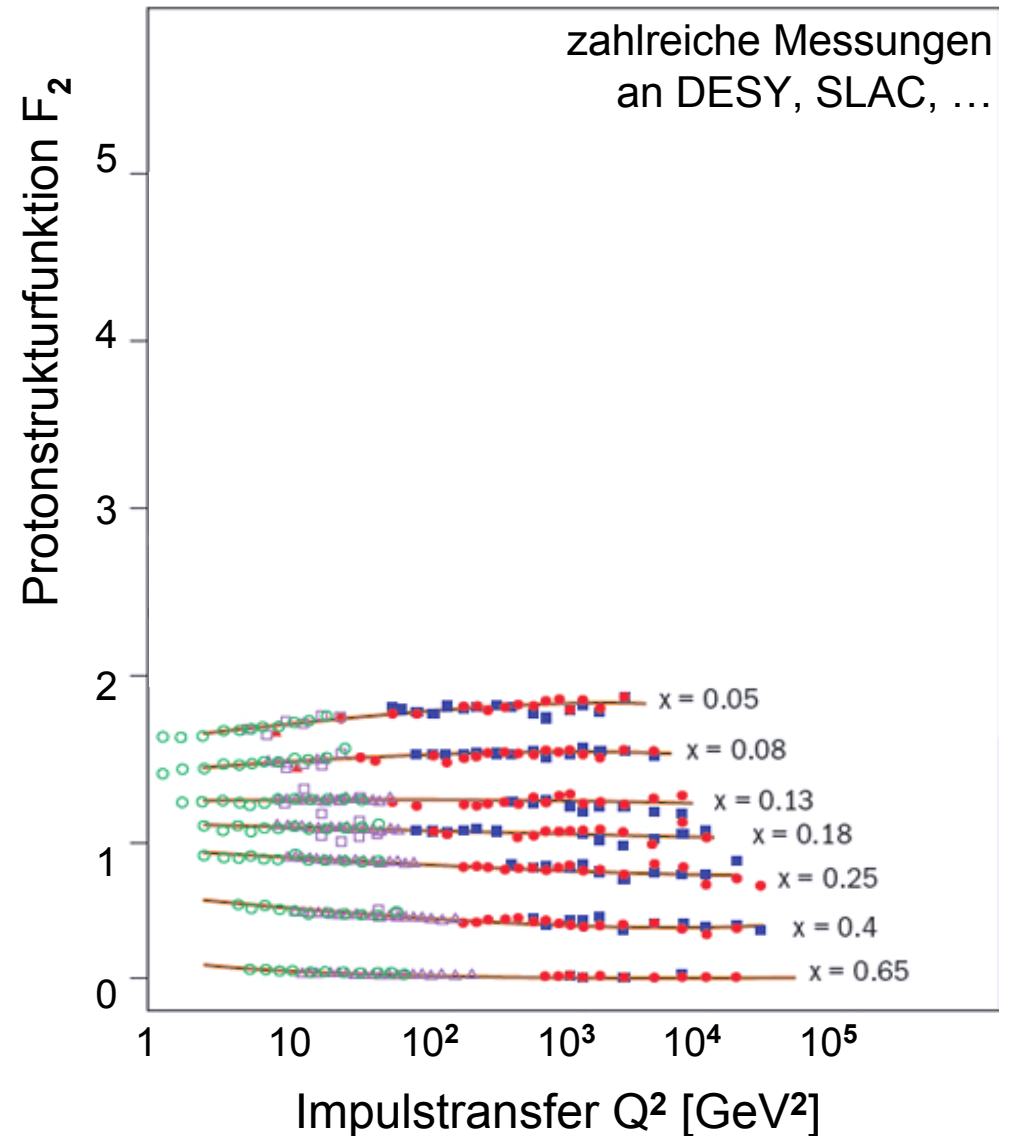
konstant
 $F(q^2) = 1$



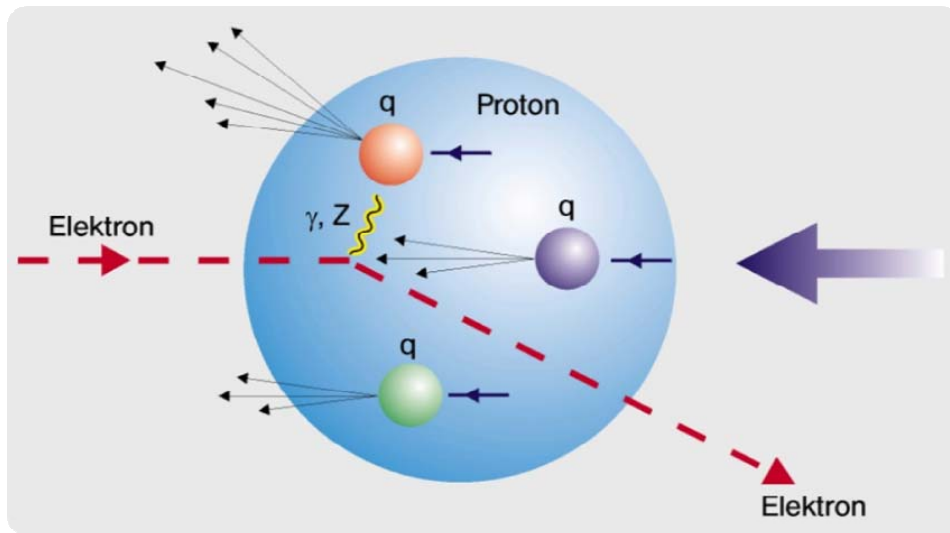
Radius $r \rightarrow$

Impuls $|q| \rightarrow$

(genaue Messungen heute zeigen Verletzungen der Skaleninvarianz, da Quarks Gluonen emittieren)



- Strukturfunktion ist wiederum die Fouriertransformierte der Ladungsverteilung $\rho(r)$ im Nukleon hier z.B. $F_2(Q^2) = \text{const.}$
Ladungsverteilung = δ -Funktion



Streuung an punktförmigen
Konstituenten: **Partonen**

