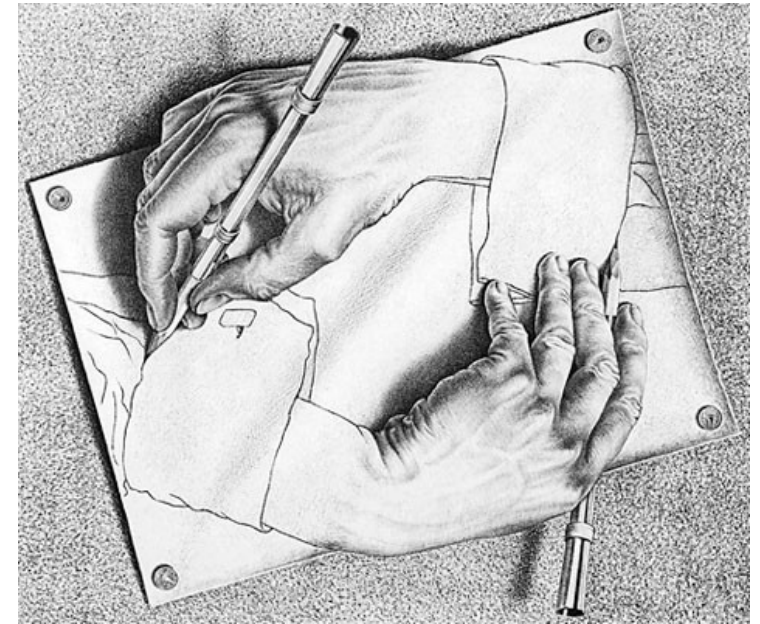


Kerne und Teilchen

Moderne Physik III

Vorlesung # 18



7. Grundlagen der Elementarteilchen-Physik

7.4 Das Quarkmodell

- relevante Symmetrien
- Mesonen
- Baryonen
- - Schwere Quarks und gebundene Zustände
- Erzeugung von Quarks in Elektron-Positron Annihilation

7.5 Symmetrien und Erhaltungsgrößen

- P, C, T
- Parität: Eigenschaften, Verletzung

e) Erzeugung von Quarks in e^+e^- -Annihilation

■ Elektron-Positron Annihilation in Hadronen :

bei hohen Energien kommt es über virtuelle Photonen zur Bildung von

- Quark-Antiquark Paaren: $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$, $c\bar{c}$,...
- Lepton-Antilepton Paaren: e^+e^- , $\mu^+\mu^-$, $\tau^+\tau^-$

■ Nichtresonante $q\bar{q}$ -Erzeugung :

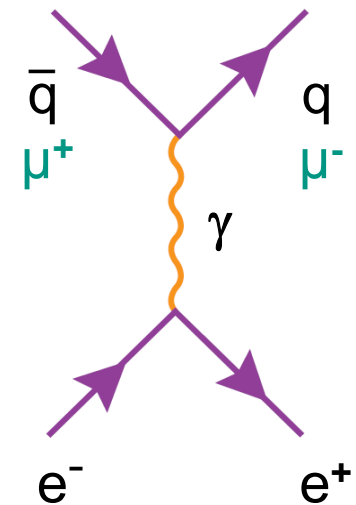
Verhältnis der Ausgangskanäle abseits der Resonanzen

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{\pi \cdot \alpha^2}{3E^2} = \frac{4\pi \cdot \alpha^2}{3s}$$

E = Strahlenergie

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) = \sum_f Q_f^2 \cdot \frac{4\pi \cdot \alpha^2}{s}$$

Q_f = Quarkflavour-Freiheitsgrad



Definition des **Wirkungsquerschnitts-Verhältnisses R** :

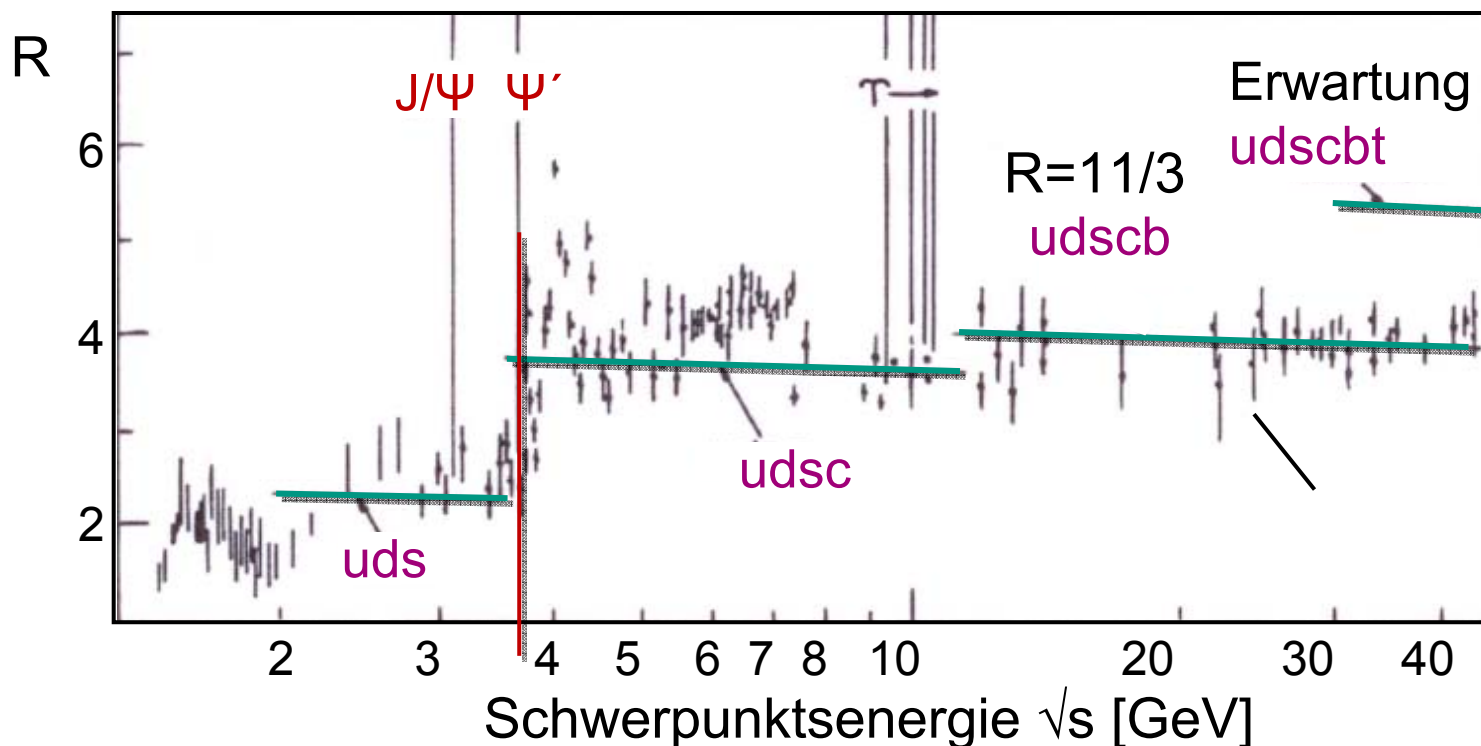
$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \sum_f 3 \cdot Q_f^2$$

Faktor 3 für Farbe

Hadronproduktion in e^+e^- Kollisionen

■ Elektron-Positron Annihilation in Hadronen :

- an der kinematische Schwelle (z.B. $E = 3.1$ GeV) Beobachtung von Resonanzen (J/ψ), danach ist der Wert von R um einen weiteren Quarkflavour-Freiheitsgrad Q_f ($c, b, \dots$) erhöht
- top-Quark-Produktion nur bei sehr hohen Schwerpunktsenergien

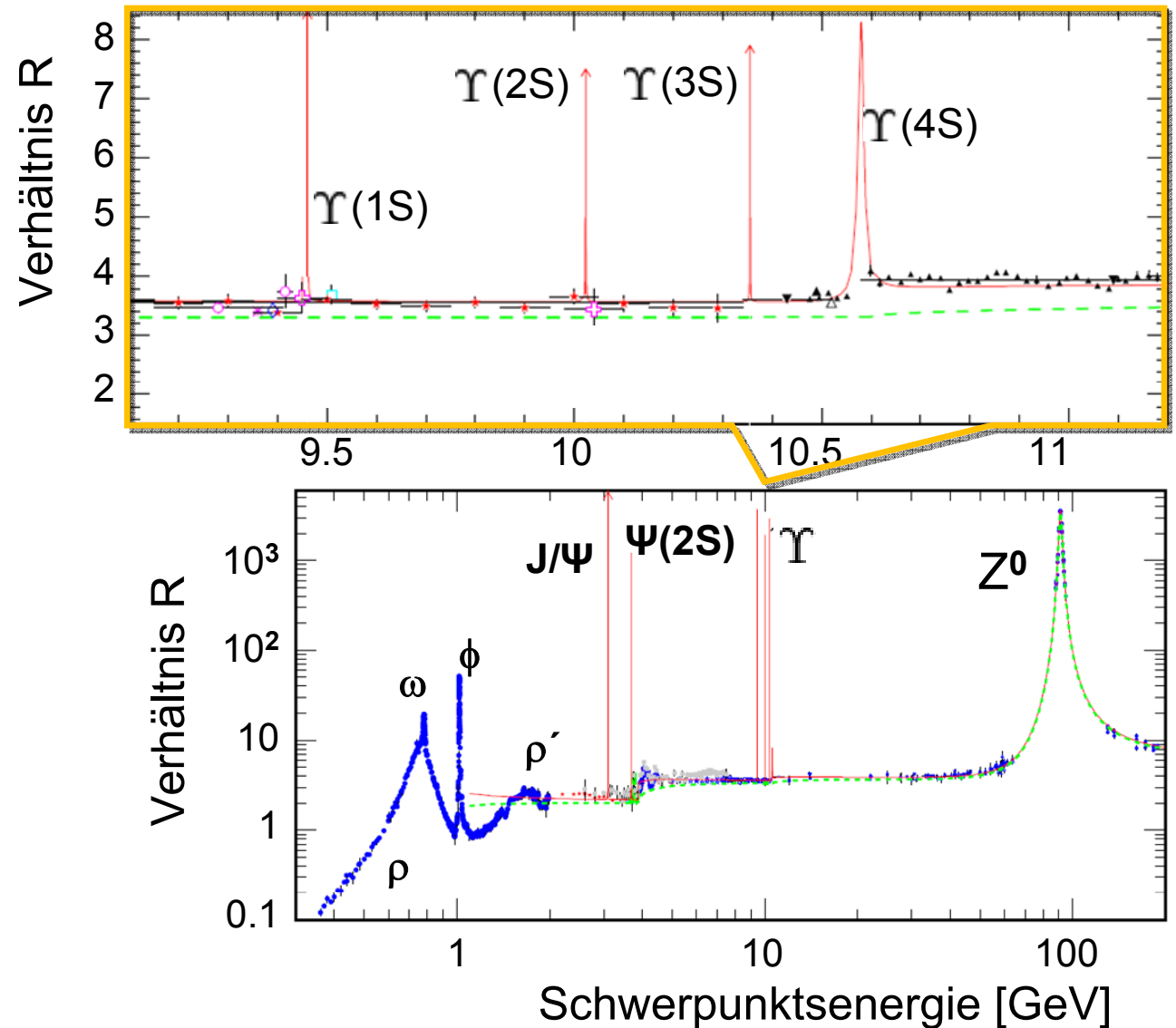


■ Ohne Einbezug der Farbladung keine Übereinstimmung

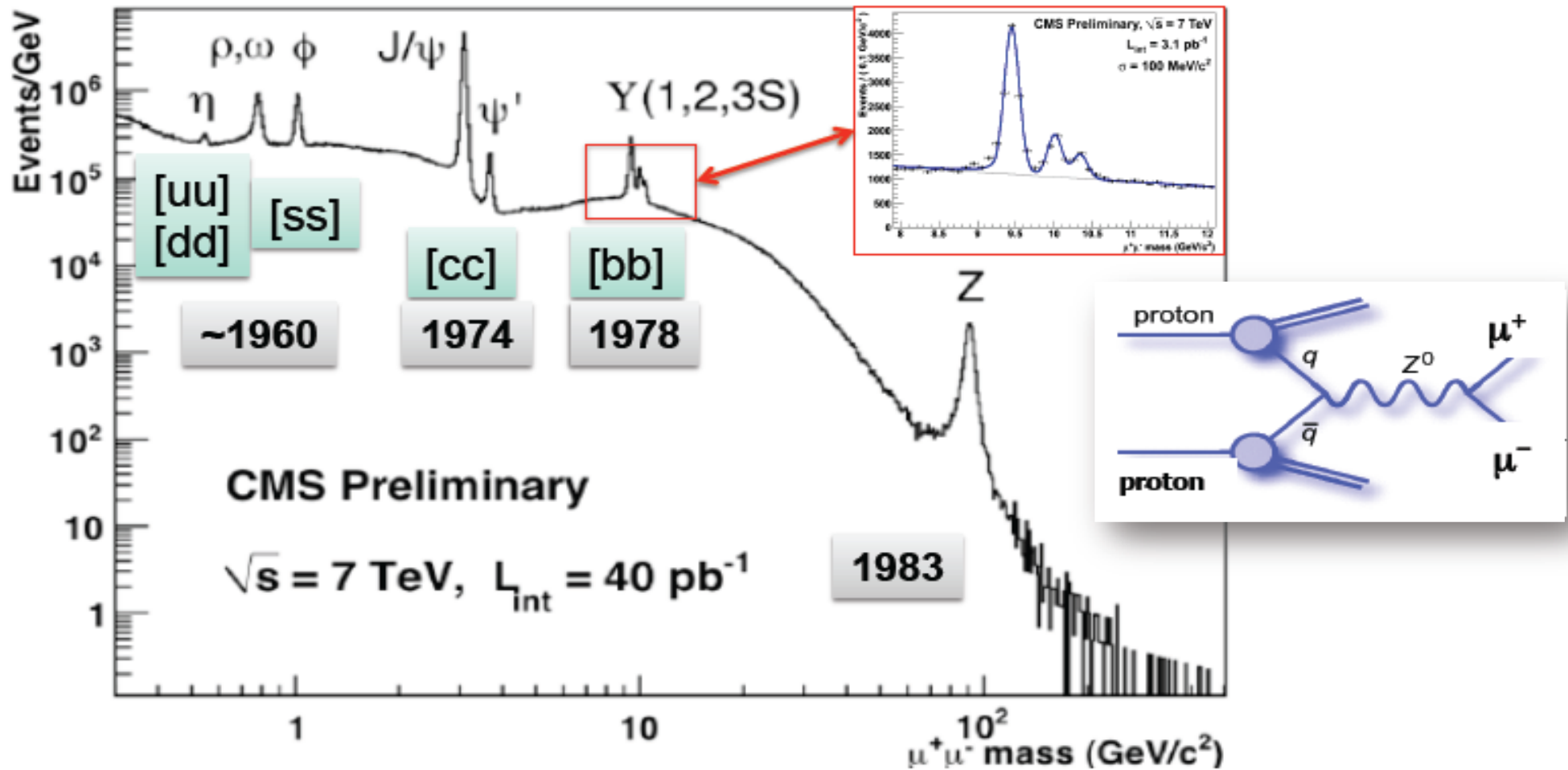
■ Hohe Energien: neue Flavour-Freiheitsgrade werden erzeugt

■ Hadronproduktion

- **Niedrige Energien:**
Vektormesonen ρ , ω , ϕ und ρ'
- **Mittlere Energien:**
Quarkonia
 J/Ψ und Anregungen
 Υ und Anregungen
- **Hohe Energien:**
 Z^0 - Resonanz



Hadronproduktion: Nachweis durch CMS



7.5. Symmetrien

a) Allgemeines

■ Symmetrien & Erhaltungsgrößen

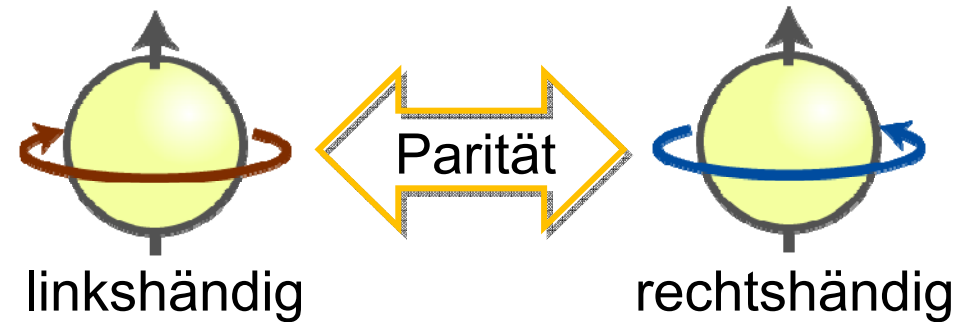
- Klassische, kontinuierliche Symmetrien:
Verbindung der Eigenschaften von Raum & Zeit mit Größen p , J , E
- Quantenmechanische, diskrete Symmetrien: P , C , T

Symmetrieoperation	Erhaltungsgröße
Translation im Raum	Impuls p
Drehung im Raum	Drehimpuls J
Translation in der Zeit	Energie E
Eichtransformation (QM)	elektrische Ladung Q
Raumspiegelung	Parität P
Materie - Antimaterie	Ladungspartität C
Zeitumkehr	Zeitparität T

Parität P, Ladungskonjugation C, T-Umkehr T

Parität P

- **Paritätsoperator P** erzeugt eine räumliche Spiegelung am Ursprung
- Unterscheidung der **Händigkeit**



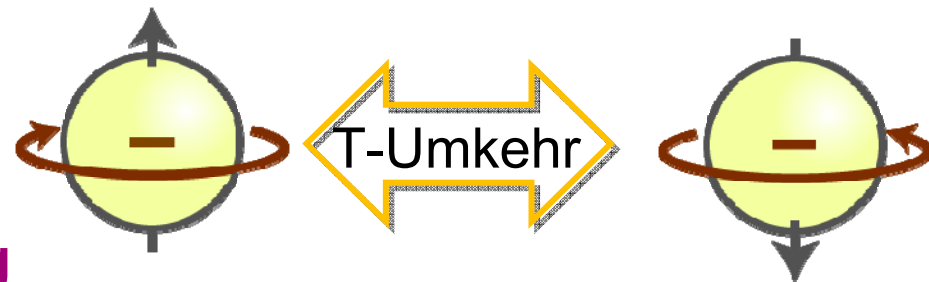
Ladungskonjugation C

- **Ladungskonjugationsoperator C**: Umwandlung Teilchen-Antiteilchen
- $+q \leftrightarrow -q$ **ladungsartige Parameter**



Zeitumkehr T

- **Zeitumkehroperator T** erzeugt eine Zeitspiegelung $t \leftrightarrow -t$
- Umdrehen der **Bewegungsrichtung**



■ Parität P, Ladungskonjugation C und Zeitumkehr T:

- P, C, T sind **diskrete Symmetrien**
- Eigenzustände Ψ der P, C, T – Operatoren besitzen Eigenwerte +1, -1 da zweifache Anwendung den Ausgangszustand wieder herstellt

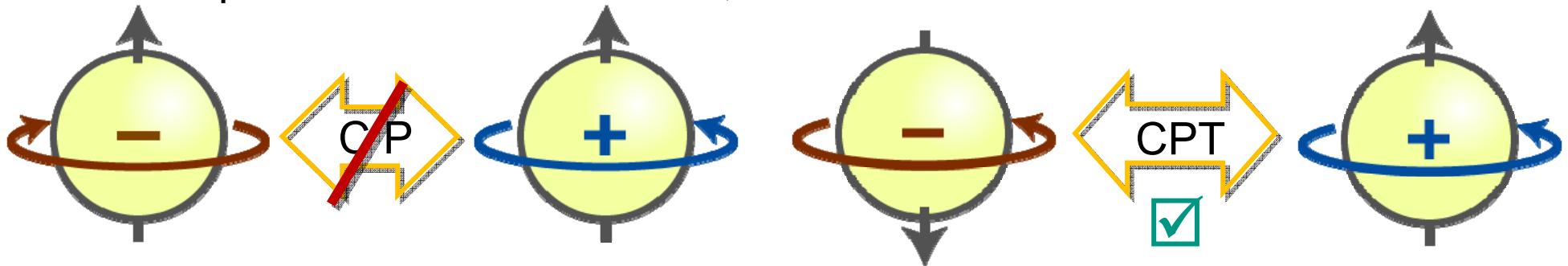
$$\text{Parität : } P^2 \Psi = \Psi$$

- **P, C werden durch die schwache Wechselwirkung maximal verletzt !**

■ Kombination der diskreten Symmetrien: CP, CPT

- CP und T werden in bestimmten Systemen (K^0 , B^0) verletzt ($\sim 10^{-3}$) !
- CPT – Theorem: **die physikalischen Gesetze sind invariant unter CPT Transformationen** (in lokalen relativistischen Quantenfeldtheorien)

Konsequenz: identische Massen, Lebensdauern von Teilchen/Antiteilchen



b) Parität P

■ Parität P entspricht einer Rauminversion

- geändertes Vorzeichen eines **polaren Vektors**

Beispiele: Ort r , Impuls p , elektrisches Feld E , Kraft F

$$\overset{P}{r} \rightarrow -\vec{r} \quad \vec{\overset{P}{p}} \rightarrow -\vec{p}$$

rechtshändiges KS
→ linkshändiges KS

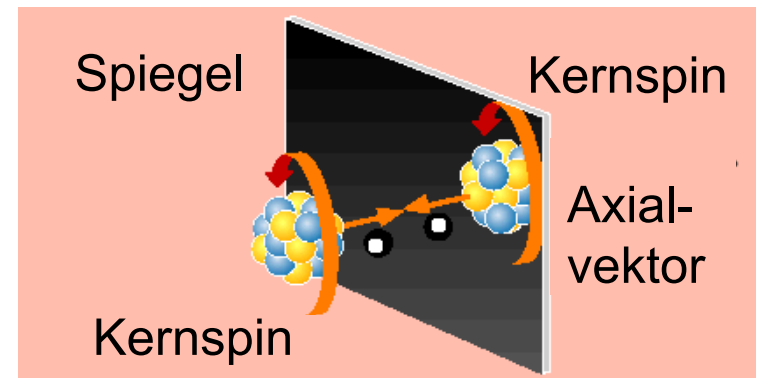
$$P = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- **axialer Vektor**:

nicht geändertes Vorzeichen des (Pseudo-) Vektors nach Paritätsoperation

- Drehimpulse: Spin S , Orbital L
- Magnetfeld B

$$\vec{J} \xrightarrow{P} \vec{J}$$

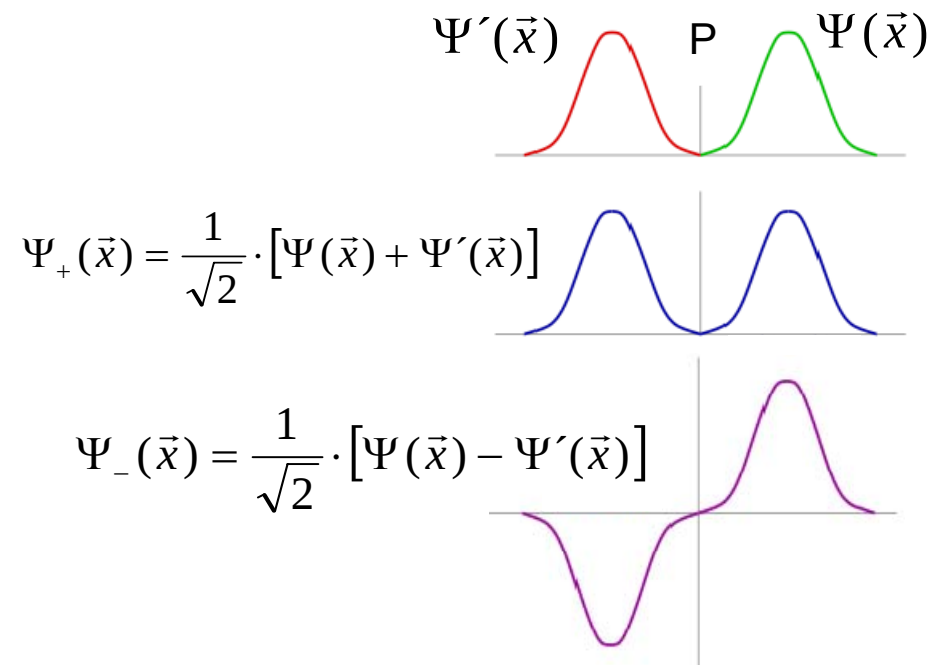
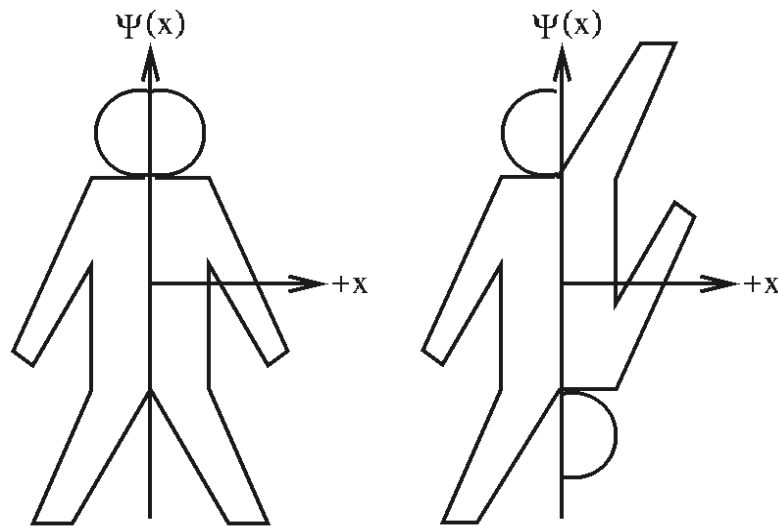


■ Eigenfunktionen mit positiver und negativer Parität

- Operator P und Eigenfunktionen Ψ mit positiver und negativer Parität:

$$P \Psi(\vec{x}, t) = \Psi(-\vec{x}, t) = \Psi'(\vec{x}, t)$$

$$\Psi_{\pm}(\vec{x}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot [\Psi(\vec{x}) \pm \Psi'(\vec{x})]$$



Parität P: Erhaltungssatz

■ Parität P ist eine multiplikative Erhaltungsgröße

Gesamtparität eines Systems aus 2 wechselwirkenden Teilchen $a + b \rightarrow c + d$:

$$P_a \cdot P_b \cdot (-1)^\ell = P_c \cdot P_d \cdot (-1)^{\ell'} \quad \ell, \ell' : \text{relative Bahndrehimpulse}$$

- Kugelflächenfunktion $Y_{lm}(\pi - \Theta, \Phi + \pi) = (-1)^\ell \cdot Y_{lm}(\Theta, \Phi)$

■ Eigenparität P ist eine charakteristische Größe

- **Fermionen**: Teilchen & Antiteilchen (e^+ , e^-) haben entgegengesetzte Parität
- **Bosonen**: Teilchen & Antiteilchen (π^+ und π^- : $J^P = 1^-$) mit gleicher Parität

■ Definition der Eigenparität P

- **Quarks**: $\mathbf{P(q)} \equiv +1$, $\Downarrow$: $P(\bar{q}) \equiv -1$
- **Nukleonen**: $P(p) = +1$, $P(n) = +1$, $P(\Lambda) = +1$
- **Mesonen**: $P(q\bar{q}) = (-1)^{\ell+1}$
 - 1S_0 -Mesonen (π , η , K) : pseudoskalar mit $J^P = 0^-$
 - 3S_1 -Mesonen (ρ , ω , ϕ) : vektoriell mit $J^P = 1^-$

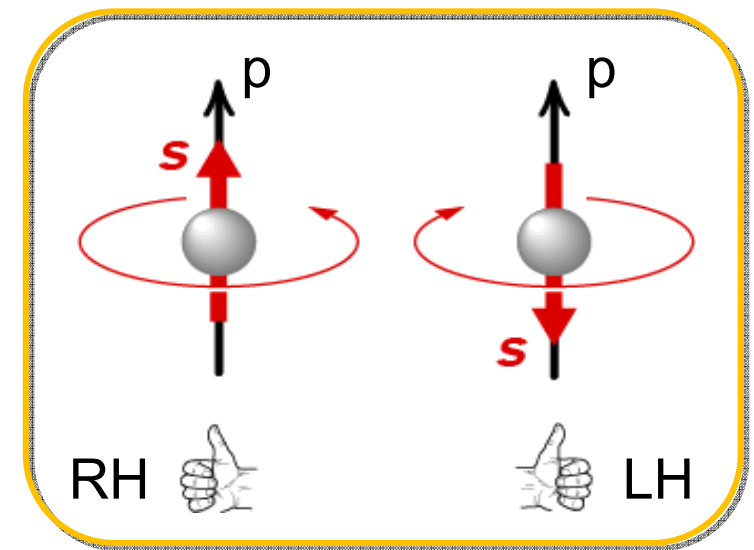
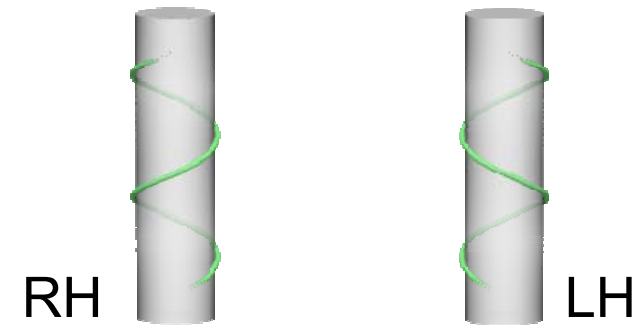
Parität P und Helizität von Teilchen

■ Parität P ändert die Helizität eines Teilchens

- Helizität h bezeichnet die Projektion des Spins auf die Impulsachse

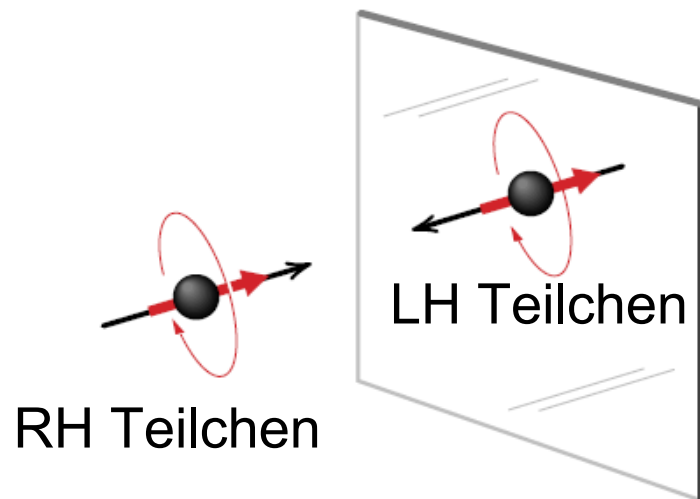
$$h = \frac{\vec{S}}{|\vec{S}|} \cdot \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}$$

- Helizität h definiert eine **Händigkeit**
- **linkshändiges Teilchen**:
Impuls p ist antiparallel zum Spin S
- **rechtshändige Teilchen**:
Impuls p ist parallel zum Spin S
- Helizität ist keine Lorentz-invariante Größe, ist **nur für masselose Teilchen eindeutig**
- massebehaftete Teilchen haben immer 2 Helizitätsanteile (durch Lorentz-Boost kann der Impuls p 'umgeklappt' werden)



Helizität von Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchen

- für **massebehaftete Spin- $\frac{1}{2}$** Teilchen lassen sich 4 Zustände unterscheiden:
mit p = Impuls (Vektor), S = Spin (Axialvektor)
 - RH, LH Teilchen
 - RH, LH Antiteilchen
- **Helizität ist eine pseudoskalare Größe**, die bei der Anwendung des Paritätsoperators P ihr Vorzeichen ändert

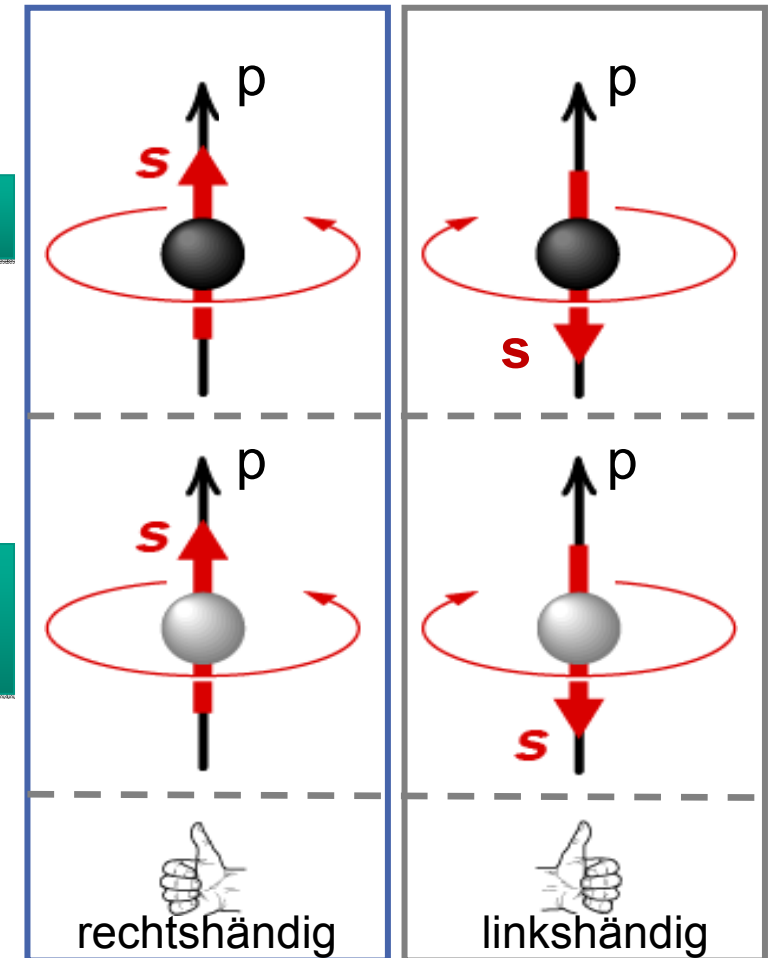


Teilchen

e^- , μ^- ,
 u , d , p

Anti-
Teilchen

e^+ , μ^+ ,
 $\bar{u}$, $\bar{d}$, $\bar{p}$



Sturz der Parität

- 1956: T.D. Lee & C.N. Yang schlagen experimentelle Tests vor, ob die **Parität P durch die schwache Wechselwirkung verletzt wird**

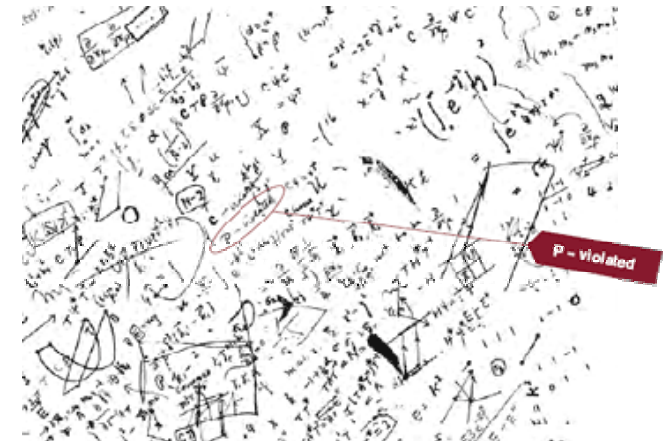
"In strong interactions, ... there were indeed many experiments that established parity conservation to a high degree of accuracy..."

"to decide unequivocally whether parity is conserved in weak interactions, one must perform an experiment to determine whether weak interactions differentiate the right from the left"

Question of Parity Conservation in Weak Interactions

T. D. Lee and C. N. Yang, Phys. Rev. 104 (1956) 254

"for their penetrating investigation of the so-called parity laws which has led to important discoveries regarding the elementary particles"



Nobelpreis
1957



Tsung-Dao Lee Chen Ning Yang

Wu-Experiment & Paritätsverletzung

- C.S. Wu et al. untersuchen den Kern- β -Zerfall von ^{60}Co zum Test der Erhaltung der **Parität in der schwachen Wechselwirkung**
Fragestellung: gibt es eine Vorzugsrichtung der beim β -Zerfall emittierten Elektronen relativ zum Spin des ^{60}Co Kerns?
ja: Parität ist verletzt, **nein**: Parität ist erhalten

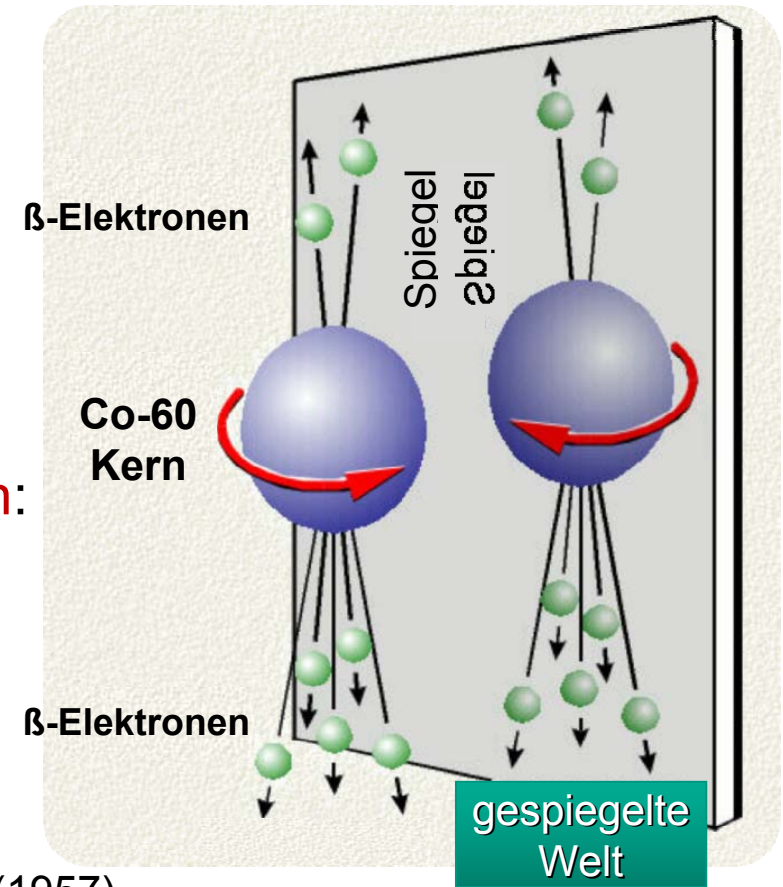


Chien-Shiung Wu
(1912-1997) 吴健雄

- Techn. Herausforderung:
Ausrichtung der ^{60}Co -Kerne bei sehr tiefen Temperaturen:
Prinzip der „adiabatischen Entmagnetisierung“

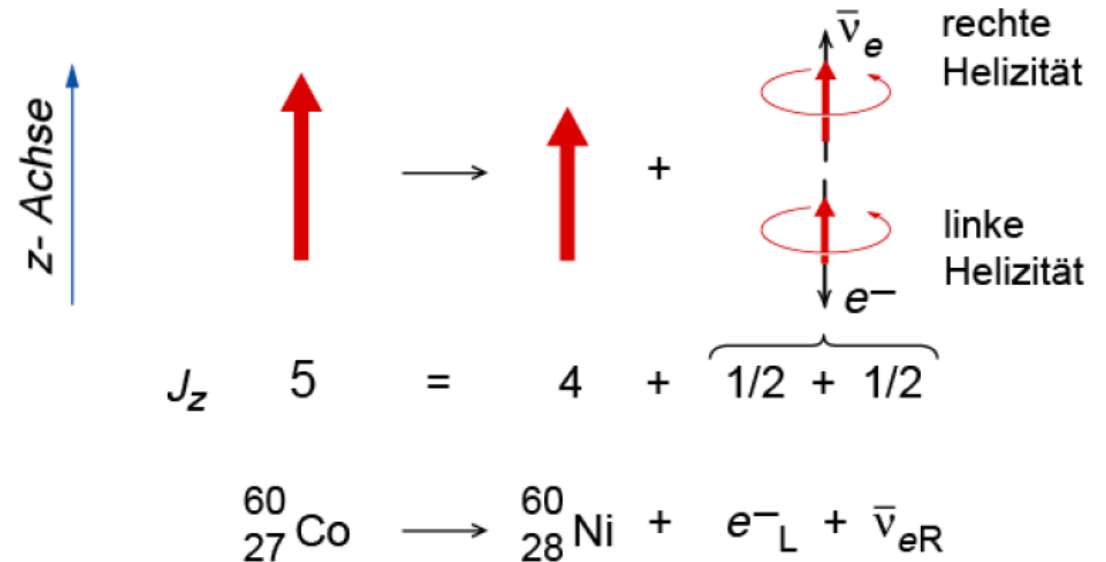
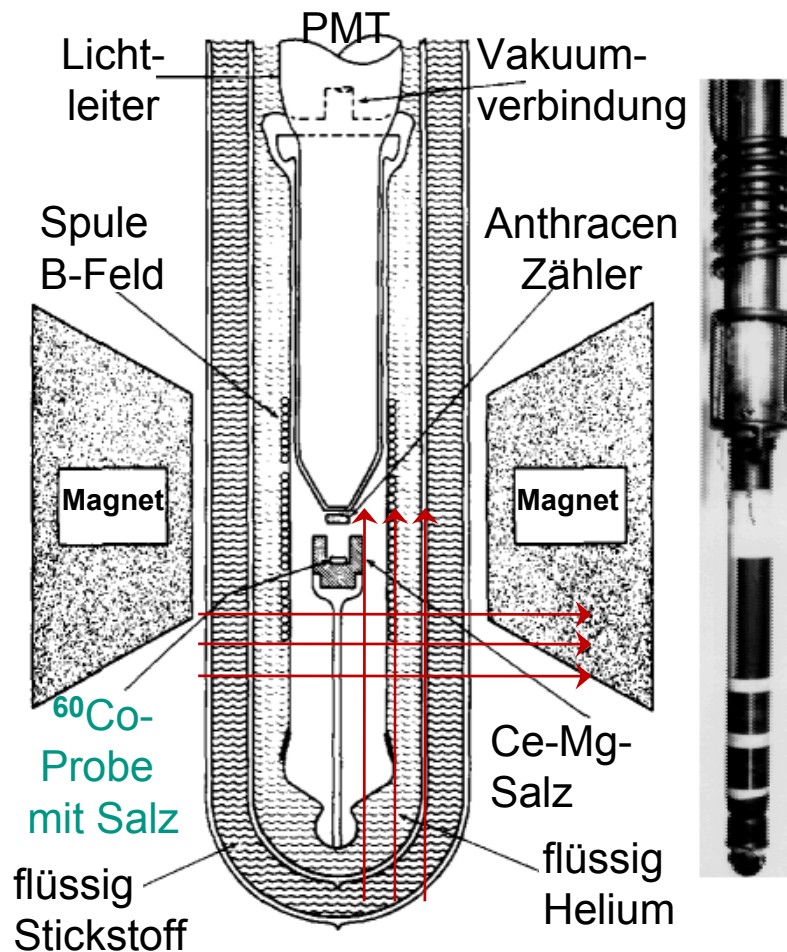
Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay

C. S. Wu et al., Phys. Rev. 105 (1957)



Wu-Experiment & Paritätsverletzung

- Experimenteller Aufbau in einem Kryostaten:
Abkühlung der Probe auf 10 mK durch adiabatische Entmagnetisierung



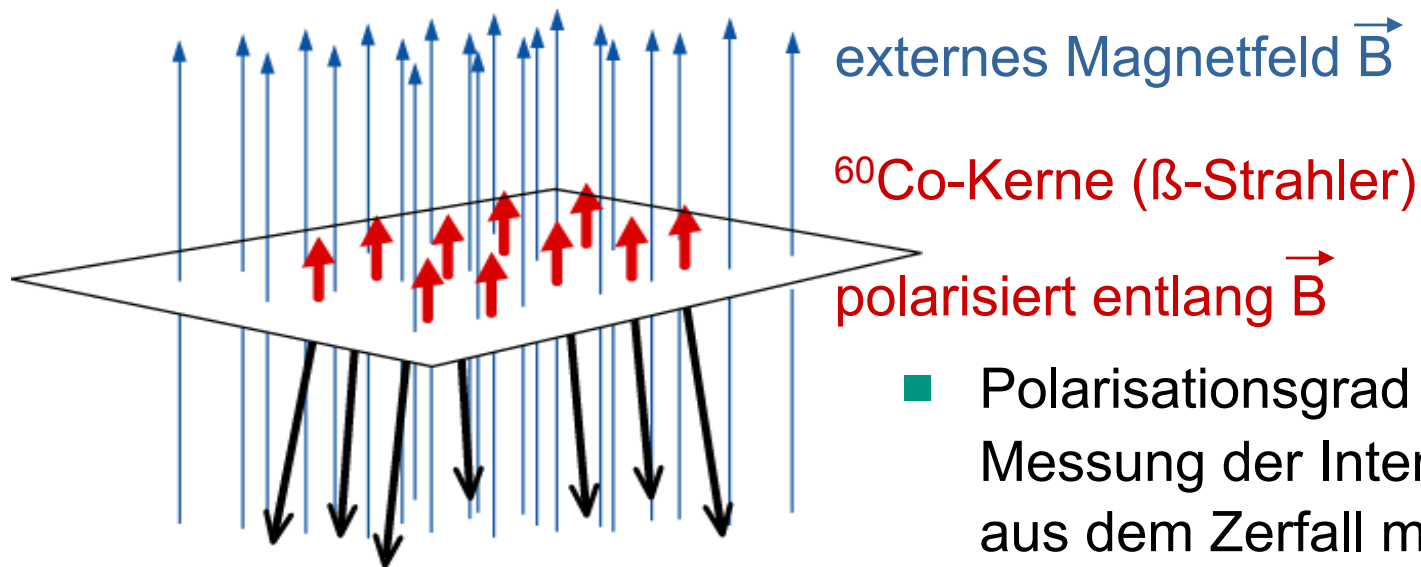
- Polarisationsgrad der ^{60}Co -Kerne:
Messung der Intensität der γ -Quanten aus dem Zerfall mit NaJ Detektoren in äquatorialer und polarer Position
(Quadrupolstrahlung, da $4^+ \rightarrow 2^+ \rightarrow 0^+$)

Wu-Experiment & Paritätsverletzung

- experimentelle Zielsetzung: wird eine Vorzugsrichtung der Elektronen aus dem β -Zerfall gemessen, wird ein **endlicher Erwartungswert für eine pseudoskalare Größe gemessen**

$$\vec{J}_{\text{Kern}} \cdot \vec{p}_e$$

J_{Kern} : axialer Vektor, p_e : polarer Vektor

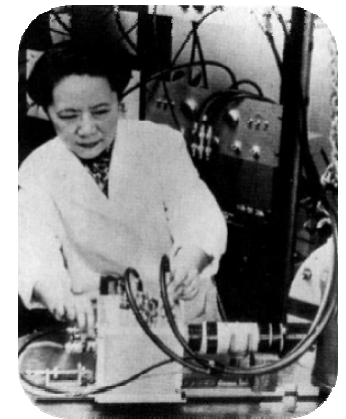


externes Magnetfeld $\vec{B}$

^{60}Co -Kerne (β -Strahler)

polarisiert entlang $\vec{B}$

Elektronen in unterer Halbebene

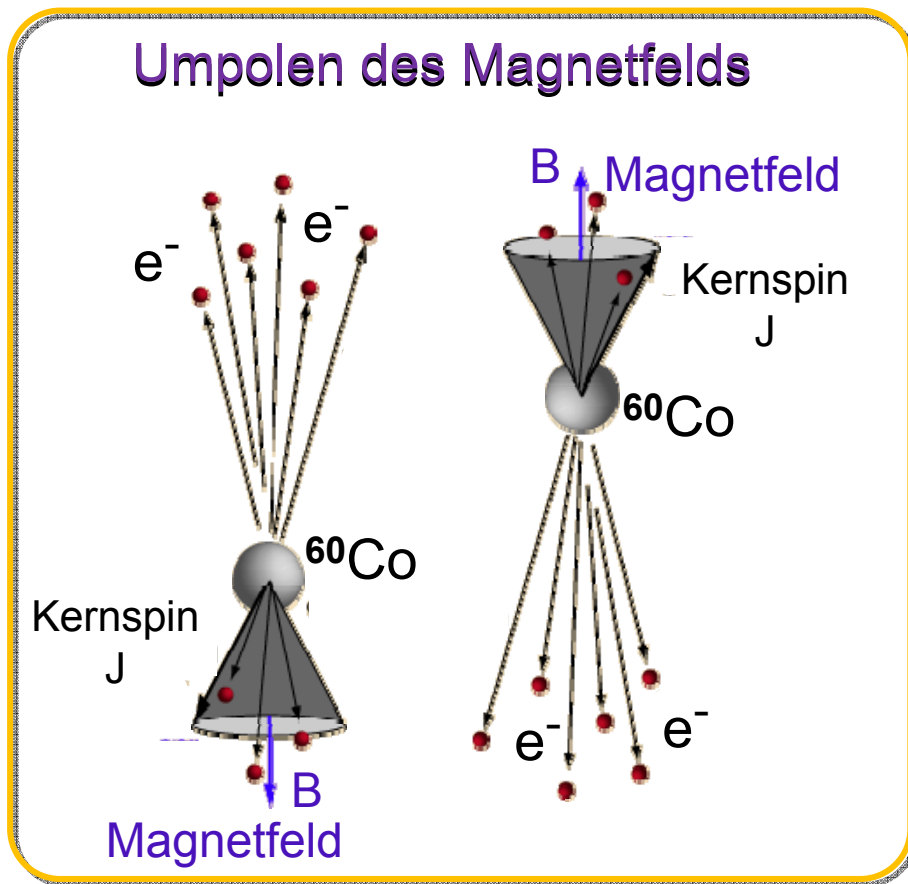


- Polarisationsgrad der ^{60}Co -Kerne: Messung der Intensität der γ -Quanten aus dem Zerfall mit NaJ Detektoren in äquatorialer und polarer Position (**Quadrupolstrahlung**, da $4^+ \rightarrow 2^+ \rightarrow 0^+$)

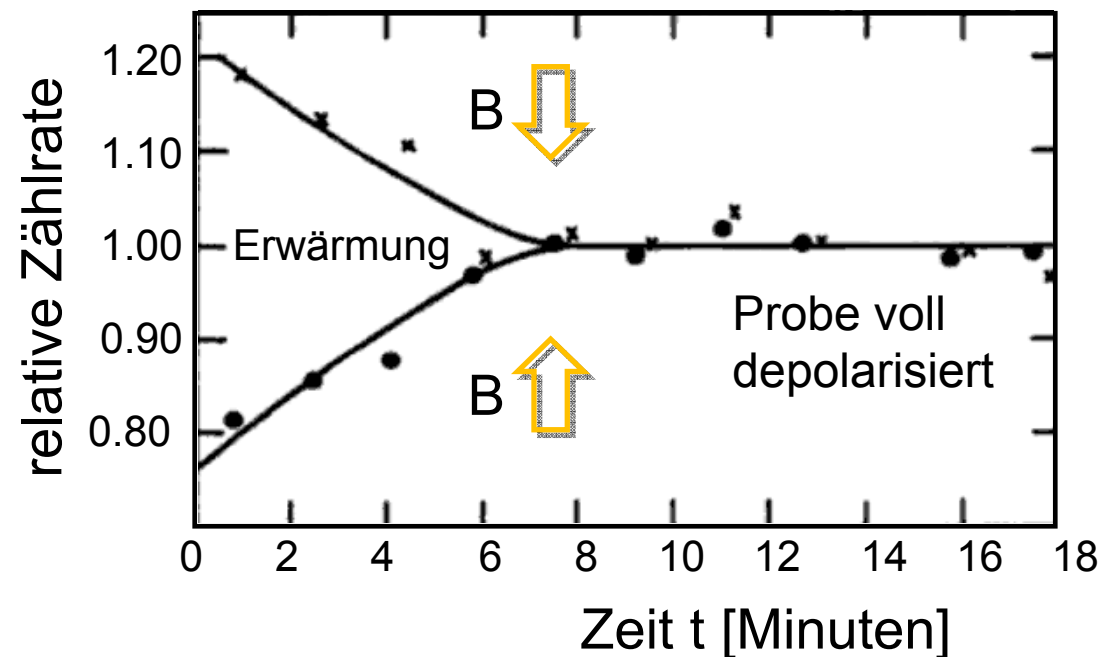
Wu-Experiment & Paritätsverletzung

■ Experimentelle Resultate:

Elektronen werden bevorzugt antiparallel zur Ausrichtung des Kernspins emittiert $\Rightarrow$ **Elektronen aus dem β -Zerfall sind bevorzugt linkshändig**



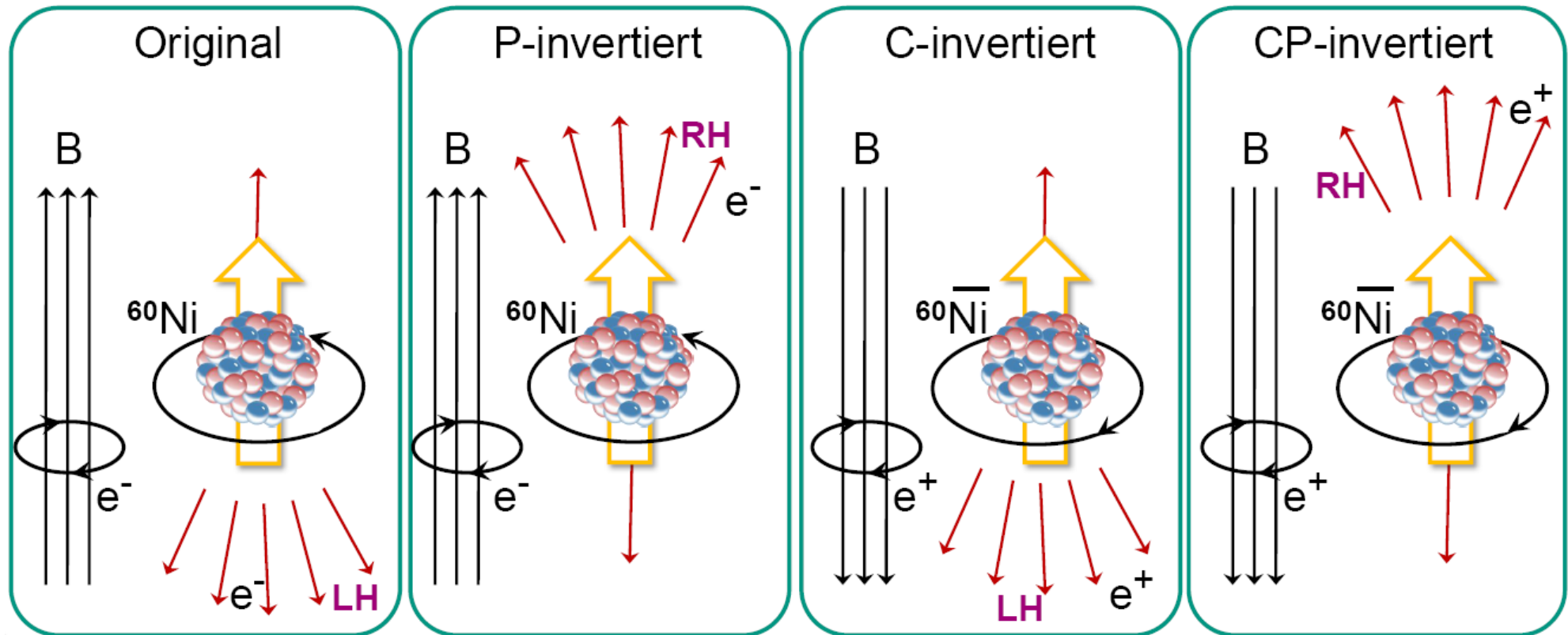
die Parität ist beim β -Zerfall maximal verletzt!



Wu-Experiment & P, C, CP-Transformation

■ Wu-Experiment & Symmetrietransformationen:

- **P-Transformation:** RH Elektronen (parallel zu J), **maximal verletzt**
- **C-Transformation:** LH Positronen (antiparallel zu J), **maximal verletzt**
- **CP-Transformation:** RH Positronen (antiparallel zu J), **erlaubt**

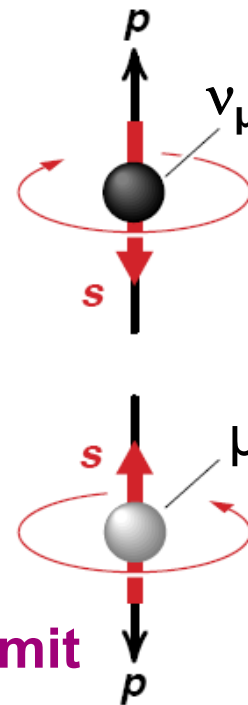
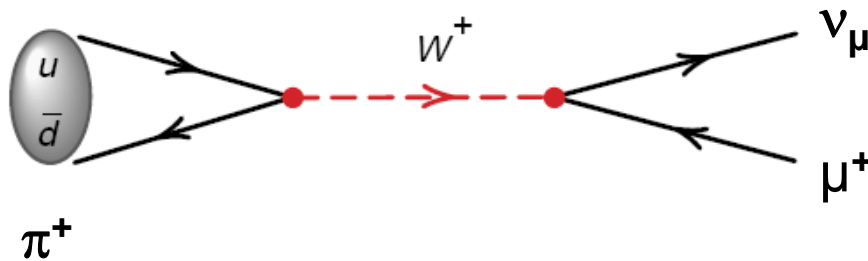


Pionzerfall

- beim **Pionzerfall** über die schwache Wechselwirkung wird ebenfalls eine **maximale Verletzung der Parität P** beobachtet:

Anfangszustand des π^+ :

Impuls $p = 0$, Drehimpuls $J = 0$



$$J_z = S_z = -\frac{1}{2}$$

‘masseloses’ ν
mit LH Helizität

$$J_z = S_z = +\frac{1}{2}$$

massebehaftetes μ^+
mit LH Helizität

- das **Myon aus dem Pionzerfall muss mit ‘falschen’ Helizität erzeugt werden**

mit $E_{\text{kin}}(\mu^+) = 4 \text{ MeV}$ ist das Myon nicht-relativistisch, d.h. es besitzt einen großen Anteil der falschen Helizität (daher ist $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e$ **stark unterdrückt**)

Myonzerfall

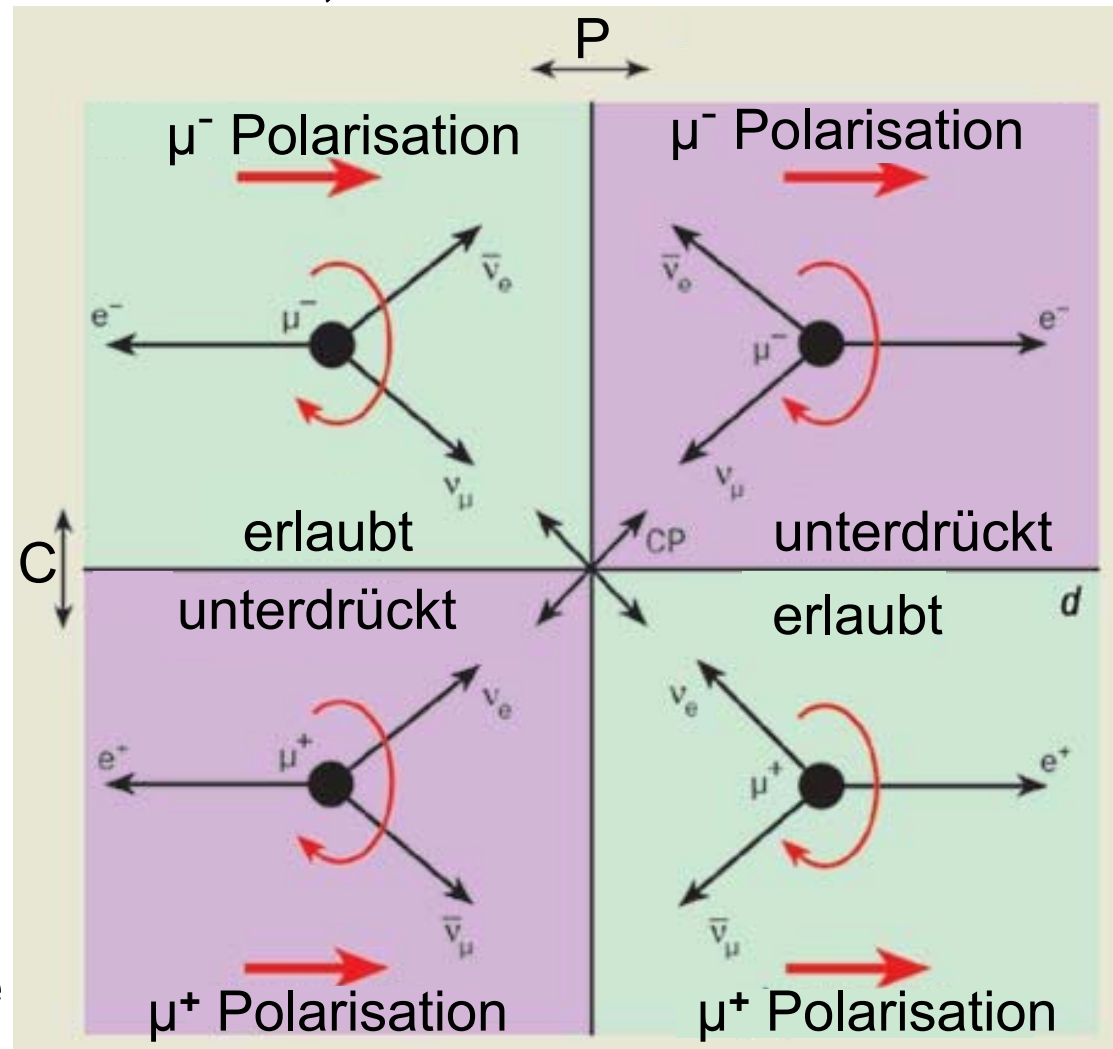
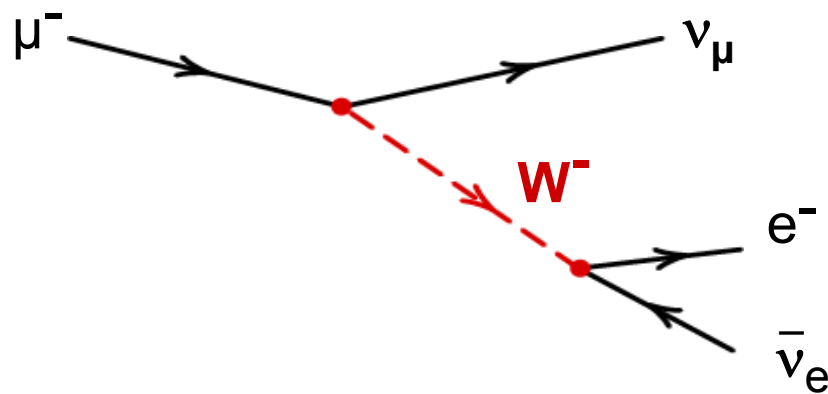
- Myonzerfall & Symmetrie-Transformationen P, C und PC:

β -Zerfall des Myons

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

$$\tau = 2.2 \mu\text{s}$$



Pionzerfall in Myon und Neutrino

- beim **Pionzerfall** über die schwache Wechselwirkung wird ebenfalls eine **maximale Verletzung der Parität P** beobachtet:

Anfangszustand des π^+ :

Impuls $\vec{p} = 0$, Drehimpuls $\vec{J} = 0$

Spins der Leptonen antiparallel

$M = 139.6 \text{ MeV}$

π^+

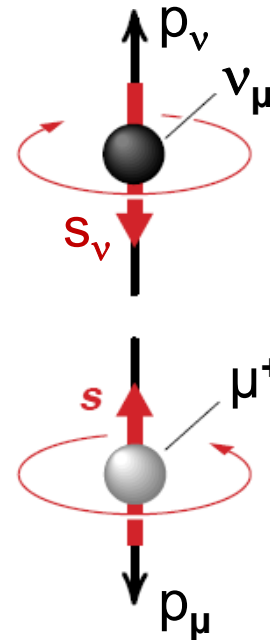
W^+

$M \sim 0$

ν_μ

μ^+

$M \sim 105.6 \text{ MeV}$



$$J_z = S_z = -\frac{1}{2}$$

‘masseloses’ ν
mit LH Helizität

$$p_\nu = E_\nu = 29.8 \text{ MeV}$$

$$J_z = S_z = +\frac{1}{2}$$

massebehaftetes μ^+
mit LH Helizität

$$p_\mu = 29.8 \text{ MeV} \quad E_\mu = 4 \text{ MeV}$$

- das **Myon aus dem Pionzerfall muss mit ‘falschen’ Helizität erzeugt werden**

das nicht-relativistische Myon besitzt einen

großen Anteil der ‘falschen’ Helizität: $P(\mu\text{-Kanal}) \sim (1 - \beta_\mu) = 0.72$

Pionzerfall in Elektron & Neutrino

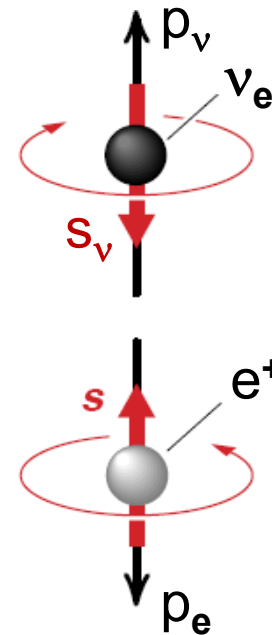
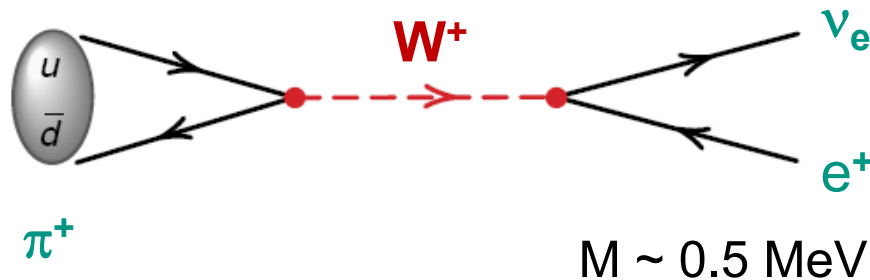
- beim **Pionzerfall** über die schwache Wechselwirkung wird ebenfalls eine **maximale Verletzung der Parität P** beobachtet:

Anfangszustand des π^+ :

Impuls $\vec{p} = 0$, Drehimpuls $\vec{J} = 0$

Spins der Leptonen antiparallel

$M = 139.6 \text{ MeV}$



$$J_z = S_z = -\frac{1}{2}$$

‘masseloses’ ν
mit LH Helizität
 $p_\nu = E_\nu = 70 \text{ MeV}$

$$J_z = S_z = +\frac{1}{2}$$

massebehaftetes e^+
mit LH Helizität
 $p_e \approx E_e = 70 \text{ MeV}$

- das **Elektron aus dem Pionzerfall muss mit der ‘falschen’ Helizität erzeugt werden**
das hoch relativistische, leichte Elektron besitzt einen sehr kleinen Anteil der ‘falschen’ Helizität: $P(\text{e-Kanal}) \sim (1 - \beta_e) = 3 \cdot 10^{-5}$

Pionzerfall in Lepton & Neutrino

- beim **Pionzerfall** über die schwache Wechselwirkung beobachtet man eine starke Bevorzugung des $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ Kanals gegenüber $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$:

$$R_{theo} = \frac{\Gamma(\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu)} = \frac{m_e^2}{m_\mu^2} \cdot \left(\frac{m_\pi^2 - m_e^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2} \right)^2 = 1.275 \cdot 10^{-4}$$

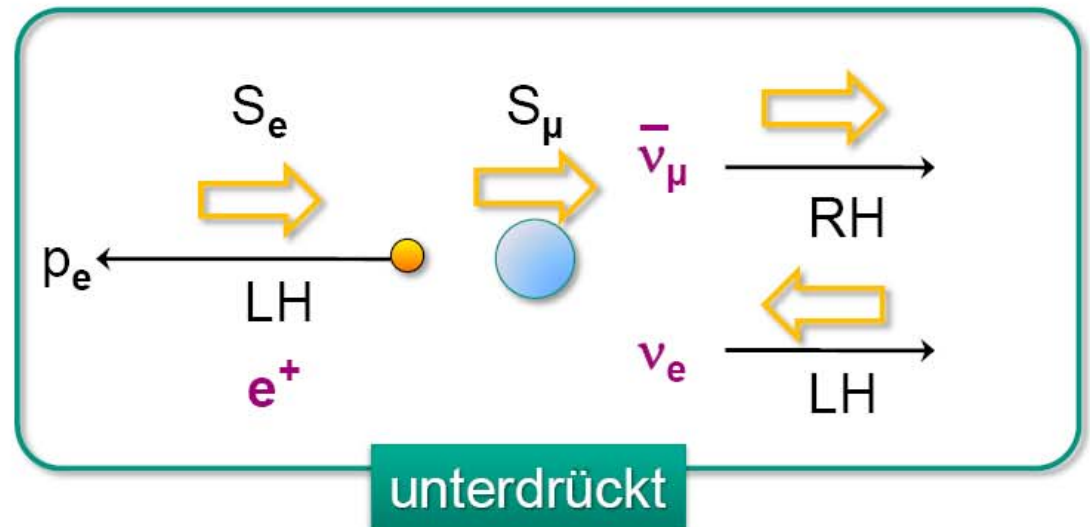
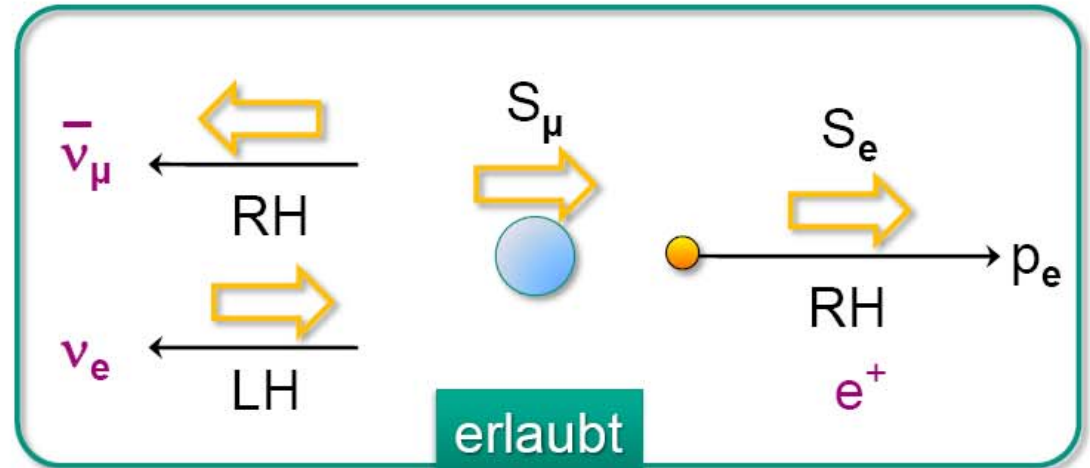
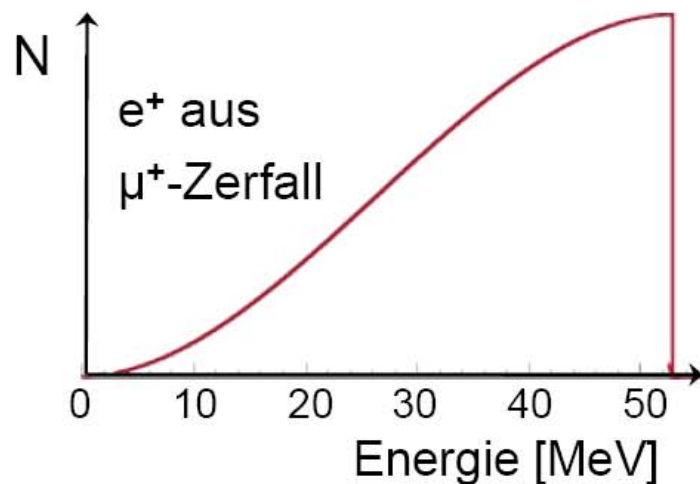
$$R_{exp} = (1.267 \pm 0.023) \cdot 10^{-4}$$

- gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment zeigt:
 - **Neutrinos** sind ausschließlich **linkshändige Fermionen** ($h_\nu = -1$)
 - **Antineutrinos** sind ausschließlich **rechtshändige Fermionen** ($h_\nu = +1$)
 - die 'normale' Helizität eines **massebehafteten Leptons** ist **$h = -v/c$**
 - die 'normale' Helizität eines **massebehafteten Antileptons** ist **$h = +v/c$**
 - die Häufigkeit, Positronen mit der 'falschen' Helizität zu produzieren ist $P \sim 1 - v/c$, daher ist dieser Zerfall stark unterdrückt
 - e & μ koppeln ansonsten mit gleicher Stärke an das W (**μ -e Universalität**)

Myonzerfall

- **Paritätsverletzung beim Myonzerfall:** die beiden Helizitäten $h = -1$ von ν_e & $h = +1$ von $\bar{\nu}_\mu$ sind definiert, daher wird das Positron mit maximaler Energie ($E = m_\mu/2$) in die Richtung des Myonspins emittiert (Gegenrichtung ist verboten), **P-Verletzung!**

Positronimpuls zeigt den μ -Spin



Ladungskonjugation C

- **Ladungskonjugation C (C-Parität)** : diskrete Symmetrie $\Leftrightarrow$ multiplikative Quantenzahl, C angewandt auf Felder/Kräfte: $\vec{B} \rightarrow -\vec{B}$, $\vec{E} \rightarrow -\vec{E}$, $\vec{F} \rightarrow \vec{F}$

Teilchen-Antiteilchen Transformation mit der Änderung von allen ladungsartigen Quantenzahlen: $+Q \leftrightarrow -Q$, $+\mu \leftrightarrow -\mu$, $+B \leftrightarrow -B$, $+S \leftrightarrow -S$, ...

↪ alle Teilchen mit $B, S, Q \neq 0$ sind keine Eigenzustände von C

- **selbst-konjugierte Zustände**

neutrale Teilchen ($Q = B = S = L = 0$) sind Eigenzustände von C mit der **Eigenparität +1, -1** da $C^2 |\Psi\rangle = |\Psi\rangle$

Photon γ :

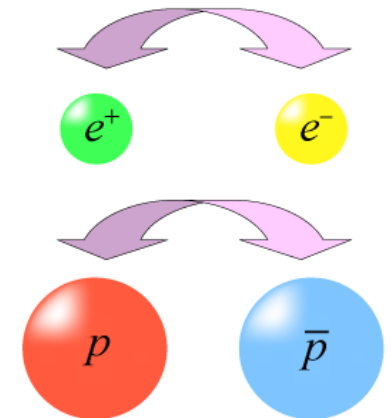
$C |\gamma\rangle = - |\gamma\rangle$ da Potenziale ($\phi \rightarrow -\phi$, $\vec{A} \rightarrow -\vec{A}$) bei $+Q \rightarrow -Q$

$$J^{PC} (\gamma) = 1^{--}$$

neutrales π^0 :

$C |\pi^0\rangle = + |\pi^0\rangle$ da $\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma$ (kein $\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma \gamma$, b.r. $< 3 \cdot 10^{-8}$)

$$J^{PC} (\pi^0) = 0^{-+}$$



Ladungskonjugation C

■ C-Parität von Teilchen - Antiteilchenpaaren :

in Teilchenreaktionen werden oft Teilchen-Antiteilchen-Paare $T\bar{T}$ erzeugt, diese sind selbstkonjugiert und Eigenzustände von C

$$C(T\bar{T}) = (-1)^{\ell+s} \quad \text{relativer Bahndrehimpuls } \ell, \text{ Spin } s$$

$$|\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle) \quad \text{pseudoskalares Pion mit } s = 0, \ell = 0 \quad C = (-1)^0 = +1$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{2}} |d\bar{d} + u\bar{u}\rangle \quad \omega\text{-Vektormeson mit } s = 1, \ell = 0 \quad C = (-1)^1 = -1$$

■ C-Parität & Wechselwirkungen

- starke Wechselwirkung: Erhaltung der C-Parität
- schwache Wechselwirkung: **maximale Verletzung der C-Parität** (Wu et al.)