

Kerne und Teilchen

Moderne Experimentalphysik III

Vorlesung 13

MICHAEL FEINDT & THOMAS KUHR
INSTITUT FÜR EXPERIMENTELLE KERNPHYSIK

Quarkonia: Charmonium und Bottonium

was bisher geschah...

■ bisher: Analyse:

- Atom → Kern → Nukleonen → Quarks
Leptonen → keine Substrukturen
- e.m., starke und schwache W.W.
- Standardmodell

■ im Folgenden: Synthese: Aufbau komplexer Strukturen (gebundener Zustände) aus elementaren Teilchen

- Quarkonium
- Mesonen
- Baryonen
- Kerne

↓
steigende
Komplexität

~ analoge Behandlung von

H-Atomen

$p e^-$
stabil

Positronium

$e^+ e^-$
stabil

Charmonium

$c \bar{c}$
instabil

Wasserstoffatom

- H – Atom:**
- statisches Coulomb-Potential
 - nichtrelativistische Schrödinger-Gleichung

Schrödinger-Gl:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta - \frac{\alpha \hbar c}{r} \right) \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r})$$

Energieniveaus:

$$E_n = -\frac{\alpha^2 m c^2}{2n^2}$$

$$E_1 = -13.6 \text{ eV}$$

- Hauptquantenzahl** $n = N + l + 1$ (N+1 = n_r = Radialquantenzahl)
 - ↑ # Knoten in Radial-WF
 - ↑ Bahndrehimpuls

- Bohrscher Radius** $r_B = \frac{\hbar c}{\alpha m c^3} = 0.5 \cdot 10^5 \text{ fm}$ (Proton-Radius $\sim 1 \text{ fm}$)

- Wellenfunktion** $\psi(\vec{r}) = R_{Nl}(r) \cdot Y_{lm}(\theta, \varphi)$
 - ↑ Radial-WF
 - ↑ Winkelabhängigkeit der WF

Wasserstoffatom

- kleine Korrekturen zu den entarteten Energieniveaus
 - „Feinstruktur“ : Spin-Bahn-WW $\propto \alpha^2$, $O(10^{-4})$
 - „Hyperfeinstruktur“ : Spin-Spin-WW $\propto \alpha^2 \frac{\mu_p}{\mu_e}$, $O(10^{-7})$

Notation: $n \ l_j$ mit $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ und $\vec{f} = \vec{j} + \vec{i}_{\text{Proton}}$

$$l = \begin{cases} 0 & 1 & 3 & 4 & \dots \\ s & p & d & f & \dots \end{cases}$$

- System bisher: **Proton in Ruhe**, Elektron bewegt sich um ruhendes Proton
- besser: **Bewegung beider Teilchen im Schwerpunktsystem**
 - ⇒ gleicher Formalismus, aber ersetze Masse des Elektrons durch „**reduzierte Masse**“:

$$m = \frac{M_p \cdot m_e}{M_p + m_e} \approx m_e \left(1 - \frac{m_p}{m_e} \right) \approx m_e$$

(praktisch kein Unterschied, weil $M_p \gg m_e$)

Positronium

- „Atom“ aus Positron und Elektron, Proton durch Positron ersetzt.
Potential wieder e.m. $1/r$, aber jetzt haben beide Partner gleiche Masse

reduzierte Masse:

$$m = m_e / 2 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} E_B \quad \times 2 \text{ kleiner} \\ r_B \quad \times 2 \text{ größer} \end{array}$$

Spin–Spin–WW größer

$$\frac{\mu_p}{\mu_e} \rightarrow \frac{\mu_e}{\mu_e} = 1$$

- Zerfall in Photonen $e^+ e^- \rightarrow 2 \gamma$
 $\rightarrow 3 \gamma$



- Abschätzung der Lebensdauer von Spin-0 – Positronium:

$$\tau_{2\gamma} \propto \frac{\alpha^2}{r_B^3 \cdot m^2}$$

← Kopplung an 2 Photonen (2 Vertices)

← gibt korrekte Dimension

← Überlappvolumen $r_B = \frac{\hbar c}{\alpha m}$

$$\begin{array}{l} \tau_{2\gamma} \approx \alpha^5 \cdot m \approx 10^{-10} \text{ s} \quad \checkmark \\ \tau_{3\gamma} \approx 10^{-7} \text{ s} \quad \checkmark \end{array}$$

präzise QED-Rechnungen stimmen gut mit Experimenten überein

Vergleich von Energieniveauschemata

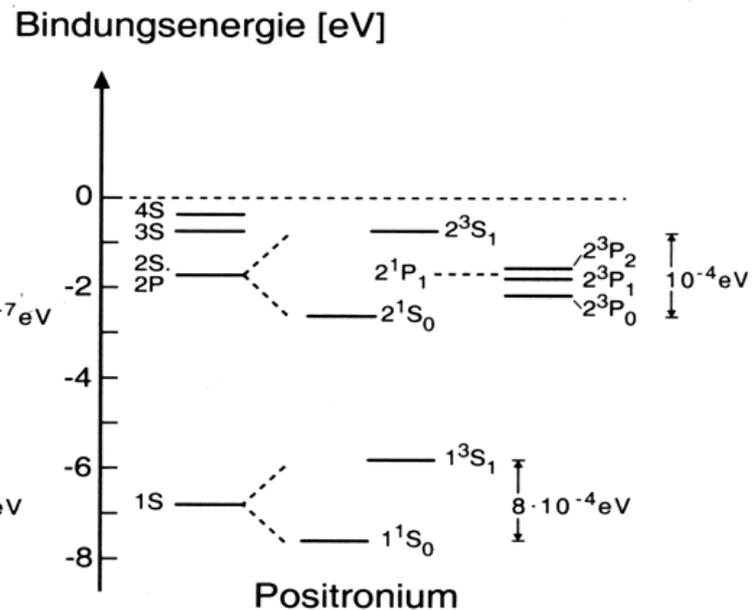
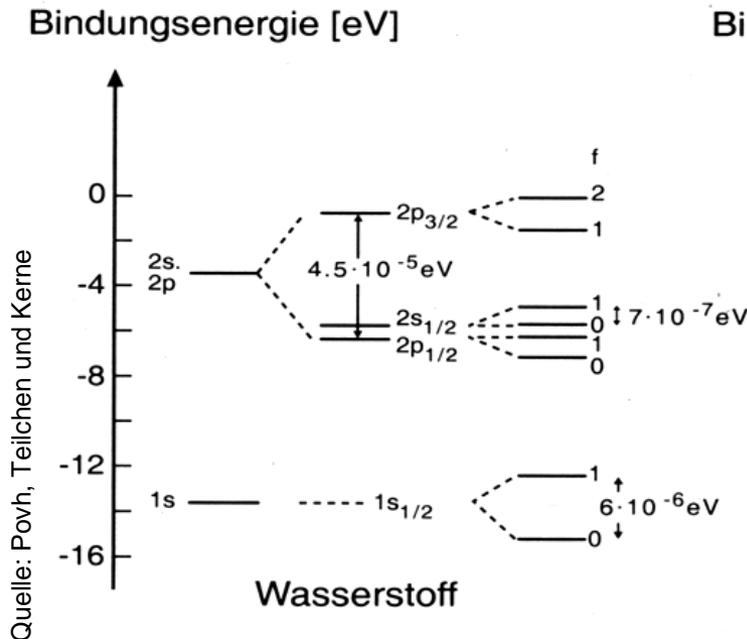
$n l_j$

(keine Symmetrie zwischen p und e)

$n 2S+1 L_j$

mit $|L - S| \leq J \leq L + S$

(e^+ und e^- sind gleich wichtig)



wichtig: $\vec{l} \oplus \vec{s}_e = \vec{j}$ Bahndrehimpuls und Spin der Elektronen

kleine Korrektur: $\vec{j} + \vec{I} = \vec{F}$ Kernspin

wichtig: (und symmetrisch!)

dann:

$$\vec{s}_{e^+} + \vec{s}_{e^-} = \vec{S}$$

Gesamtspin

$$\vec{S} + \vec{L} \rightarrow \vec{J}$$

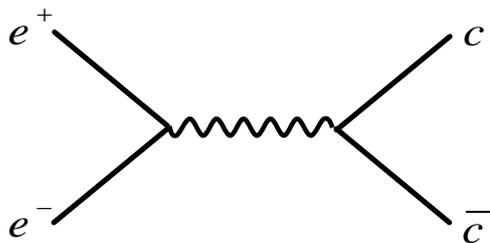
j, j_+ spielt keine Rolle!

Charmonium

■ gebundene $c\bar{c}$ – Zustände

- Notation - in der Atomphysik: $n = n_r + L$ (Hauptquantenzahl)
- in der Teilchenphysik: $n = n_r = N + 1$ (Radialquantenzahl)

Erzeugung von 1^{--} – Zuständen in e^+e^- – Annihilation durch virtuelles Photon:



J/ψ (3097) (Ting, Richter 1974)

ist 1^3S_1 – Zustand von $c\bar{c}$

Radialquantenzahl:
 $n_r = 1$
 keine Knoten in
 radialer Wellenfkt.

$= (2S+1)$
 mit $S=1$

$L=0$

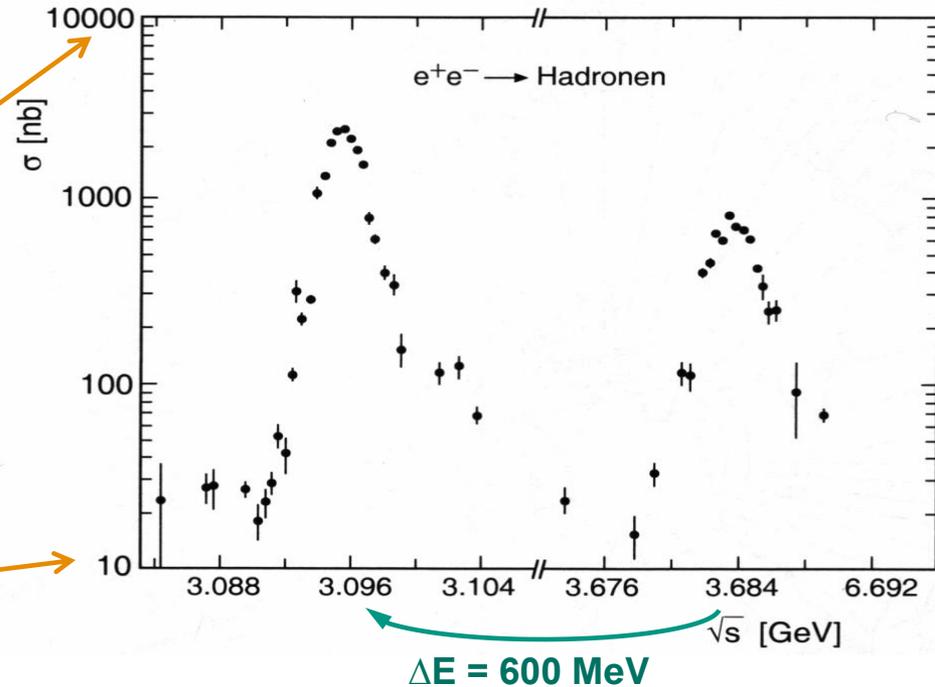
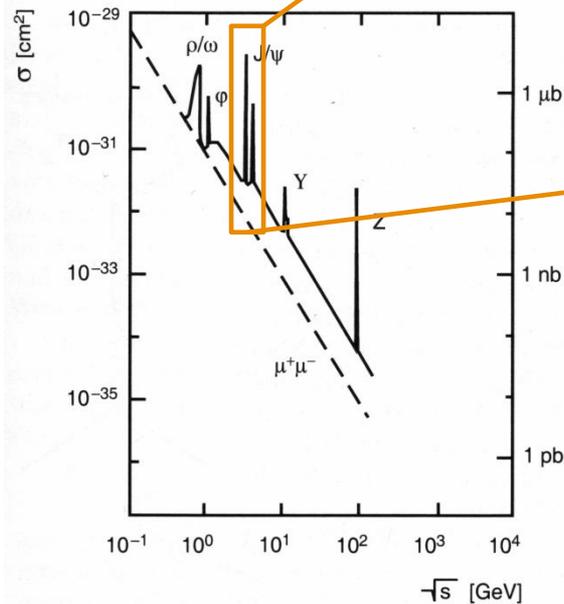
$J=1$

e^+e^- – Annihilation

$$n \ 2S+1L_J$$

$$n \ 3S_1 \leftrightarrow 1^{--}$$

$\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})$



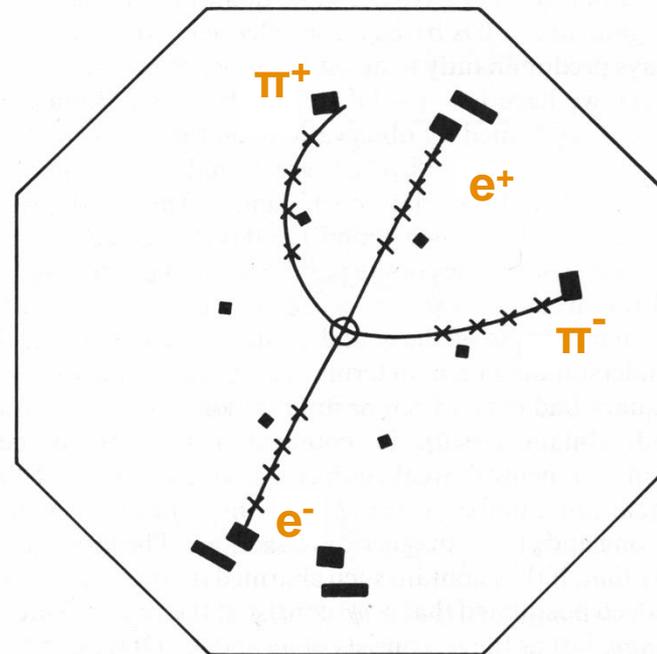
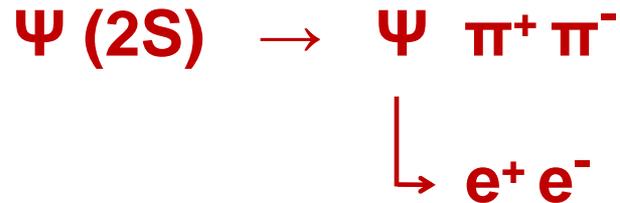
- Zerfall u.a. über $J/\Psi \pi^+ \pi^-$
- Photonische Zerfallskaskaden wie in der Atomphysik
- hermetischer Niederenergie – γ – Detektor erforderlich

Quelle: Povh, Teilchen und Kerne

Die „Novemberrevolution“: J/ψ

Richter nannte die neue Resonanz ψ (Ting \rightarrow J)

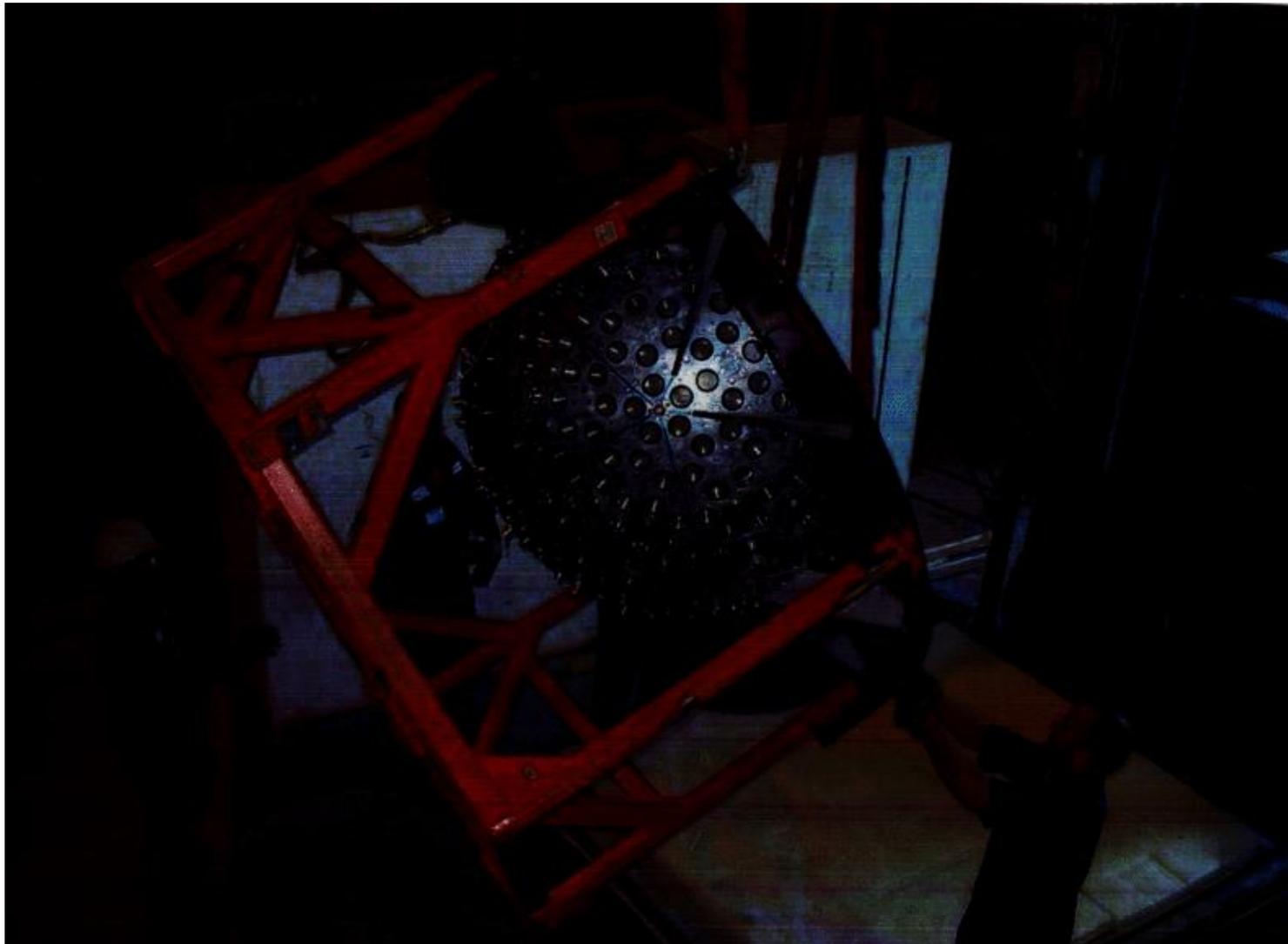
Etwas später :



ψ scheint der richtige Name zu sein...

Quelle: Perkins, Introduction to High Energy Physics

„Crystal – Ball“ Detektor



„Crystal – Ball“ Detektor



Vergleich von Energieniveauschemata

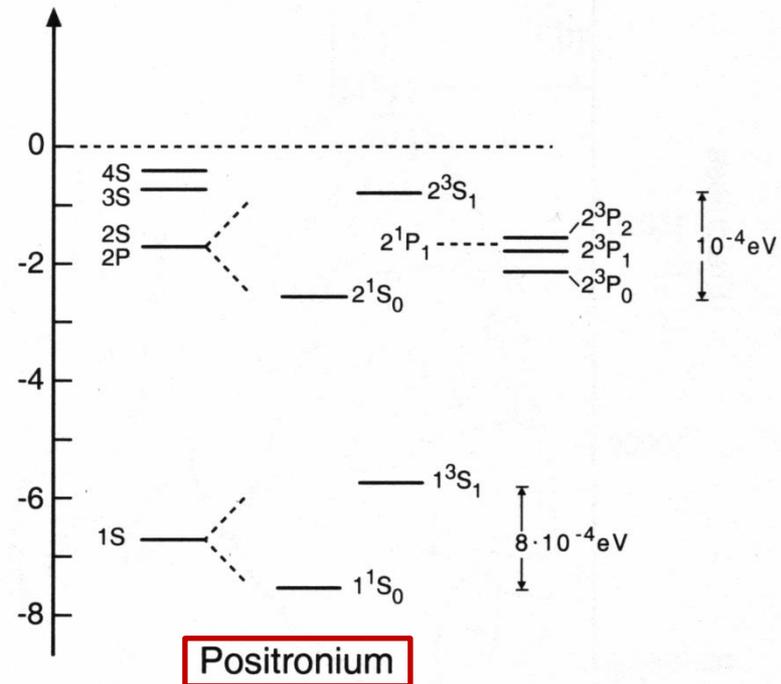
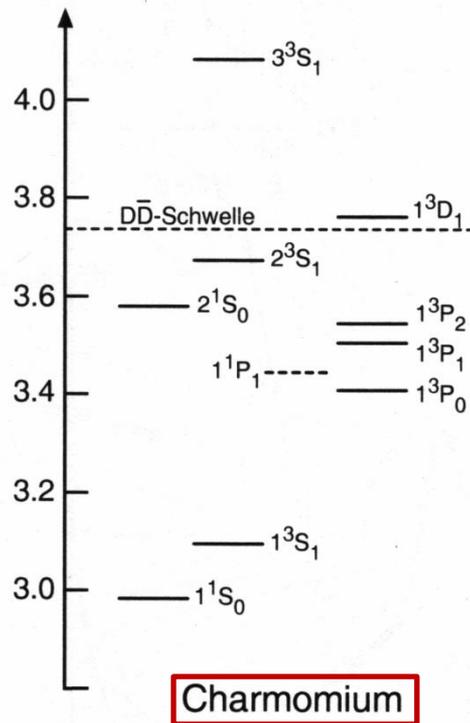
$\times 10^9$ (starke Wechselwirkung !!)

Zerfall in
offenen
Charm
möglich



Masse [GeV/c^2]

Bindungsenergie [eV]



gleiche Symmetrie, aber anderes Potential

Quelle: Povh, Teilchen und Kerne

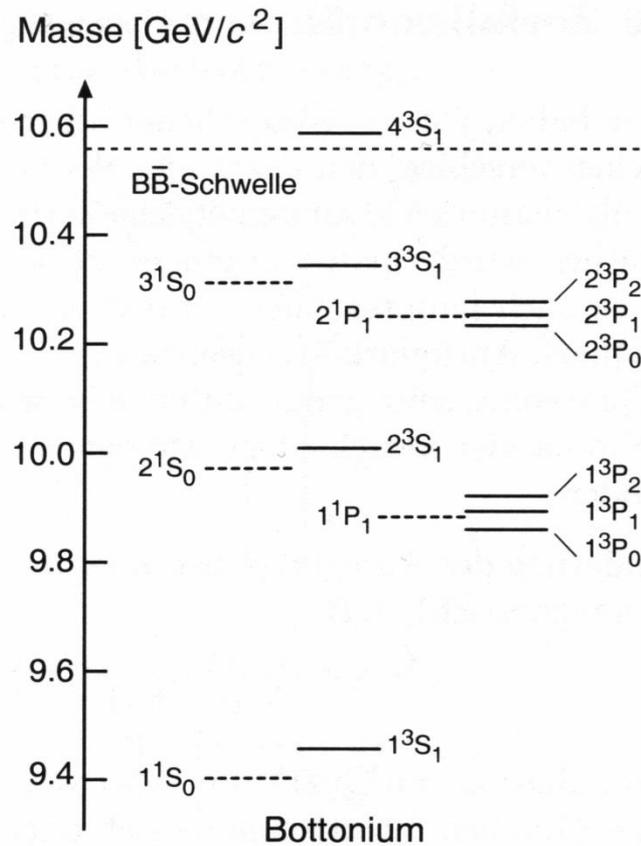
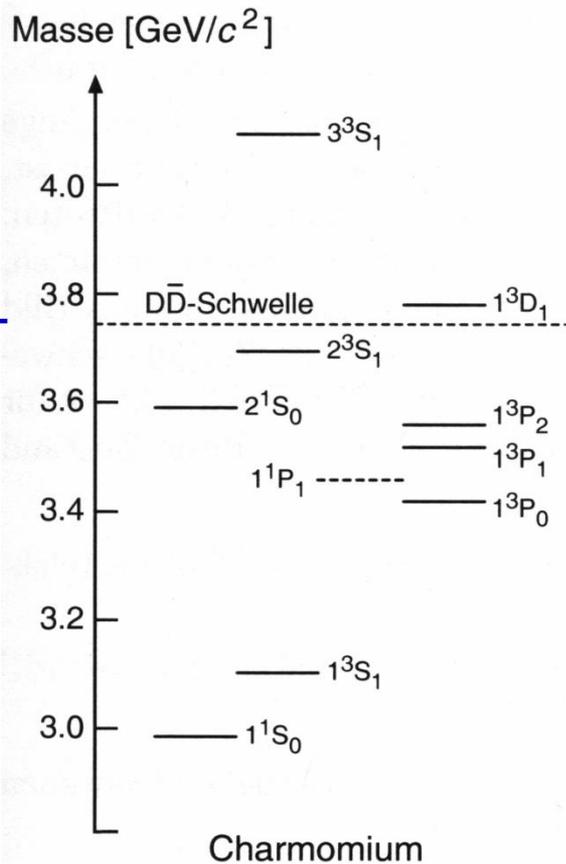
Vergleich von Energieniveauschemata

c \bar{c}

b \bar{b}

Zustände werden breit

Zustände werden breit



Quelle: Povh, Teilchen und Kerne

QCD – Potential

kleine Abstände:
 asymptotic freedom
 wie e.m.-Potential $1/r$

Ansatz

$$V = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s(r) \hbar c}{r} + k \cdot r$$

+ kinetische Terme $f(m_c)$

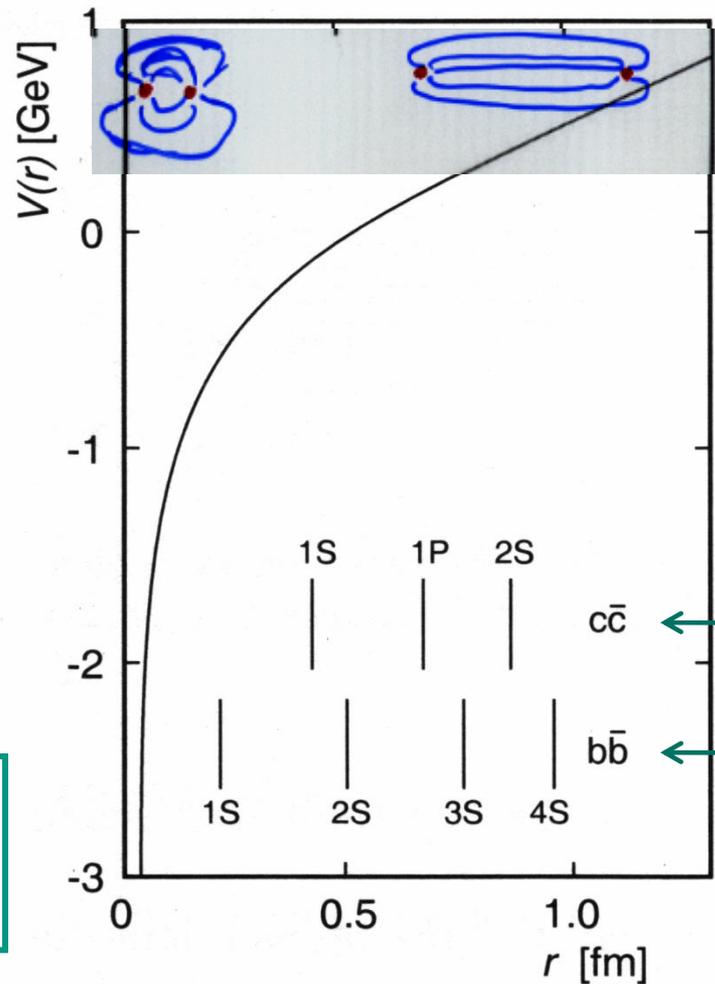
$$\alpha_s \approx 0.15 - 0.25$$

$$k \approx 1 \text{ GeV} / \text{fm}$$

$$m_c \approx 1.5 \text{ GeV}$$

$$\alpha_s(r) \Leftrightarrow \alpha_s(Q^2)$$

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f) \cdot \ln(Q^2/\Lambda^2)}$$



große Abstände:
 Confinement $\sim r$

Radien der $c\bar{c}$ -
 und $b\bar{b}$ -Systeme:

\sim zum Abstand
 der Quarks

Quelle: Povh, Teilchen und Kerne

Farbmagnetische Wechselwirkung

kleine Abstände: **1-Gluon-Austausch** dominiert (wg. Potentialanteil $1/r$, analog zu 1-Photon-Austausch)

- **starke Aufspaltung** der S-Zustände $\uparrow\uparrow$ und $\uparrow\downarrow$ führt zu
- **großer Spin-Spin-Wechselwirkung**: Charmomium = 1000 x Positronium

Spin-Spin-Potential :

$$V_{SS}(e^+e^-) = -\frac{2\mu_0}{3} \underbrace{\vec{\mu}_{e^+} \cdot \vec{\mu}_{e^-}}_{\text{magnetische Momente}} \underbrace{\delta(\vec{x}-0)}_{\text{Punktwechselwirkung}} = \frac{2\pi\hbar^3}{3c} \alpha \cdot \underbrace{\frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2}{m_e^2}}_{\text{Spins}} \delta(\vec{x})$$

Positronium

magnetische Momente

Punktwechselwirkung

Spins

Meson

$$V_{SS}(q\bar{q}) = \frac{8\pi\hbar^3}{9c} \alpha_s \cdot \frac{\vec{\sigma}_q \cdot \vec{\sigma}_{\bar{q}}}{m_q m_{\bar{q}}} \delta(\vec{x})$$

Vorfaktor anders wg. 3 Farbladungen

α_s statt α

Farbmagnetische WW hängt von relativer Einstellung der Quarkspins ab

$|\psi(0)|^2$
Wahrscheinlichkeit, dass sich q und \bar{q} am gleichen Ort aufhalten

\Downarrow
= 0 für $L = 1, 2, 3, \dots$
 $\neq 0$ für $L = 0$

Erwartungswert von $\vec{\sigma}_q \cdot \vec{\sigma}_{\bar{q}}$

$$\langle \vec{\sigma}_q \cdot \vec{\sigma}_{\bar{q}} \rangle = 4 \cdot \frac{s_q \cdot s_{\bar{q}}}{\hbar^2} = 2 \left[S(S+1) - s_q(s_q - 1) - s_{\bar{q}}(s_{\bar{q}} - 1) \right] = \begin{cases} -3 & \text{für } s = 0 \\ +1 & \text{für } s = 1 \end{cases}$$

wegen $\vec{S}^2 = (s_q + s_{\bar{q}})^2$ und binom. Formel gilt : $\vec{S}^2 = s_q^2 + s_{\bar{q}}^2 + 2\vec{s}_q \cdot \vec{s}_{\bar{q}}$

Eigenwert von $\vec{S}^2 = S(S+1)\hbar^2$ etc...

$$S = \text{Gesamtspin} = s_q + s_{\bar{q}} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

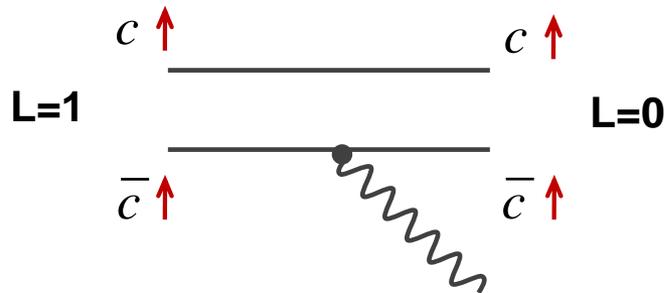
- **J/ψ → η_c γ**
- **↑↑ → ↑↓ Spin – Flip**
- **1^{−−} → 0^{+−} e.m. M1 – Übergang**
- **Δm ≈ 120 MeV**

Quarkonium – Zerfälle und Bestimmung von α_s

- 4 Möglichkeiten:
1. **elektromagnetisch**
 2. **$q\bar{q}$ – Annihilation** (stark u. Zweig-unterdrückt, oder e.m.)
 3. **starker Zerfall in leichtere Mesonen**
 4. **schwacher Zerfall**

1) elektromagnetisch

$$\chi_{c1} = (1 \ ^3P_1) \rightarrow J/\Psi (1 \ ^3S_1) + \gamma$$

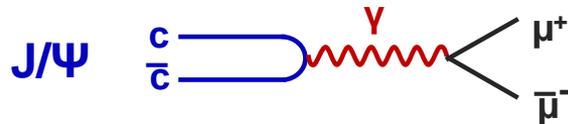


Änderung des
Anregungszustandes durch
Photon – Emission

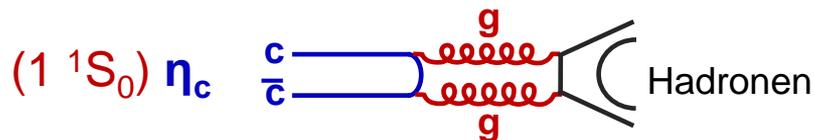
Auswahlregeln aus Spin, Parität
und Multipolentwicklung

Quarkonium – Zerfälle

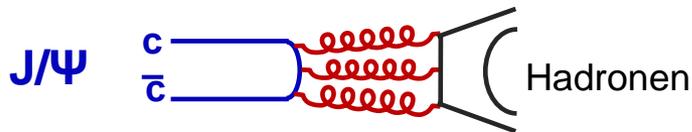
2) $q\bar{q}$ - Annihilation in Photon oder Gluon



erlaubt für $J^{PC} = 1^{--}$ – Zustände
 (1 Gluon nicht erlaubt, wegen Farb-Erhaltung)



Zustände mit $C = +1$ können an 2 Gluonen koppeln



Zustände mit $C = -1$ benötigen mindestens 3 Gluonen!

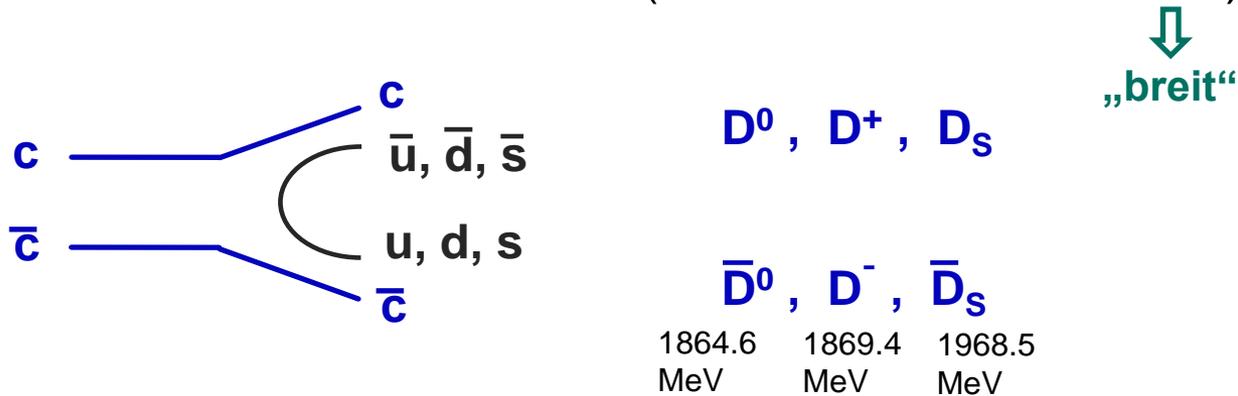
$$\Rightarrow B (J/\psi \rightarrow ggg \rightarrow \text{Hadronen}) \approx 70\%$$

$$B (J/\psi \rightarrow \gamma \rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{Hadronen} \\ \text{Leptonen} \end{array} \right]) \approx 30\%$$

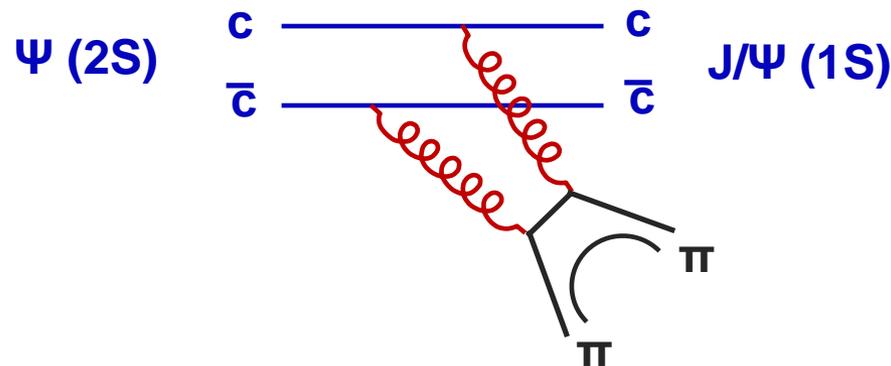
elektromagnetischer und starker Zerfall sind hier ca. gleich groß, weil der starke Zerfall 3 Gluonen benötigt und somit von der Größenordnung $(\alpha_s)^3$ ist.
 → **Zweig-Unterdrückung**, wenn Quark-Linien nicht durchgängig sind.

Quarkonium – Zerfälle

3) Zerfall in offenen Charm (über der $D\bar{D}$ – Schwelle)



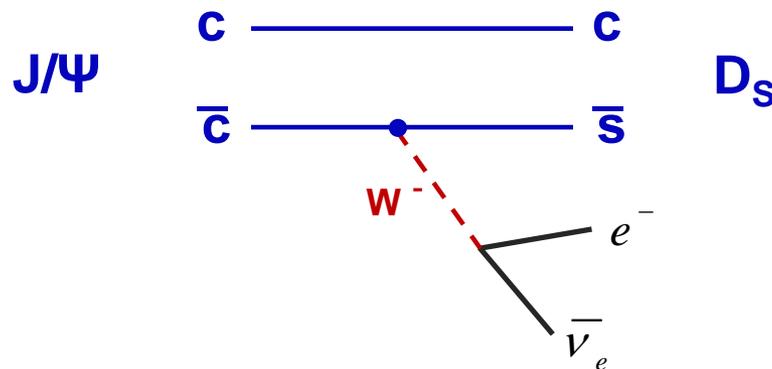
Zweig-unterdrückte, starke Zerfälle (unter der $D\bar{D}$ – Schwelle)



Quarkonium – Zerfälle

4) Schwacher Quark – Zerfall

- kleine Zerfallsrate, sehr seltener Prozess, weil starke oder e.m. Zerfälle immer wichtiger sind



Quarkonium – Zerfälle: Bestimmung von α_s

- Verhältnis der Zerfallsraten in Photonen bzw. Hadronen ergibt eine Messung der starken Kopplungskonstante α_s (und dessen „Running“)

- Beispiele:

= Positronium • Farbfaktor, Ladung, Masse der Quarks

c \bar{c} – System: $\Gamma(\eta_c(1^1S_0) \xrightarrow{\alpha_{em}^2} 2\gamma) = \frac{3 \cdot 4\pi Z_c^4 \cdot \alpha_{em}^2 \hbar^2}{m_c^2 c} |\psi(0)|^2 (1 + \text{Korr.})$

$\Gamma(\eta_c(1^1S_0) \xrightarrow{\alpha_s^2} 2g \xrightarrow{1} \text{Hadronen}) = \frac{2 \cdot 4\pi \cdot \alpha_s^2 \hbar^2}{3 m_c^2 c} |\psi(0)|^2 (1 + \text{Korr.})$



$\frac{\Gamma(2\gamma)}{\Gamma(2g)} = \frac{8}{9} \cdot \frac{\alpha_{em}^2}{\alpha_s^2} \cdot (1 + \text{Korr.})$

nicht wirklich klein, ca: -0.5

⇒ $\alpha_s \approx 0.25$

ebenso

$\frac{\Gamma(J/\Psi \rightarrow 3g \rightarrow \text{Hadr.})}{\Gamma(J/\Psi \rightarrow 2\gamma \rightarrow \text{Lept.})} \propto \frac{\alpha_s^3}{\alpha_{em}^2}$

okay ✓

← Theorie, und höhere Ordnungen

b \bar{b} – System:

$\frac{\Gamma(Y \rightarrow 3g \rightarrow \text{Hadr.})}{\Gamma(Y \rightarrow \gamma gg \rightarrow \gamma \text{Hadr.})} \propto \frac{\alpha_s^3}{\alpha_{em} \alpha_s^2} \propto \frac{\alpha_s}{\alpha_{em}}$

⇒ $\alpha_s = 0.163$

Starke Kopplung nimmt mit Abstand ab!

$\alpha_s(3 \text{ GeV}) \approx 0.25 \leftrightarrow \text{„laufen“} \leftrightarrow \alpha_s(10 \text{ GeV}) \approx 0.16$