

Kerne und Teilchen

Moderne Experimentalphysik III

Vorlesung 18

MICHAEL FEINDT & THOMAS KUHR
INSTITUT FÜR EXPERIMENTELLE KERNPHYSIK

Aufbau der Kerne (2)

Spin-Bahn – Kopplung

$$V(r) = V_{\text{Zentral}}(r) + V_{ls}(r) \cdot \frac{\langle \vec{l} \cdot \vec{s} \rangle}{\hbar^2} \quad \text{mit} \quad \vec{j} = \vec{l} \oplus \vec{s} = \begin{cases} (l + \frac{1}{2}) \hbar \\ (l - \frac{1}{2}) \hbar \end{cases}$$

$$Wg \cdot J^2 = (L + S)^2 = L^2 + S^2 + 2\vec{L} \cdot \vec{S} : \quad \frac{\langle \vec{l} \cdot \vec{s} \rangle}{\hbar^2} = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2} = \begin{cases} l/2 & j = l + \frac{1}{2} \\ -(l+1)/2 & j = l - \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta E_{ls} = \frac{2l+1}{2} \cdot \langle V_{ls}(r) \rangle$$

➤ LS – Aufspaltung steigt **linear mit l** an!

$\langle V_{ls}(r) \rangle$ **negativ** (im Gegensatz zum Atom):

⇒ $l+1/2$ – Niveau liegt **unter** $l-1/2$ – Niveau

➤ bei höheren l wird **LS – Aufspaltung groß** und beeinflusst die Lage der "magischen Zahlen".

(Atom: LS – WW klein im Vergleich zu Schalenabständen)

Ein-Teilchen, ein-Loch – Zustände

Z, N = magisch +1

bestimmt Quantenzahlen

⇒ 1 "Valenz"- oder "**Leucht**" – Nukleon

Doppelt magische Kerne: $J^P = 0^+$ ⇒ Kern-Drehimpuls kein magn. Moment, positive Parität

Z, N = magisch -1

⇒ verhält sich wie ein "**Loch**" in der Festkörperphysik. Quantenzahlen werden durch einen fehlenden Zustand festgelegt.

- **Magnetische Momente** von 1-Teilchen- und 1-Loch- Zuständen sind gut vorhersagbar im Schalenmodell:

$$\vec{\mu}_{\text{Kern}} = \mu_N \cdot \frac{1}{\hbar} \cdot \sum_{i=1}^A (\vec{l}_i \cdot g_l + \vec{s}_i \cdot g_s) \quad \mu_N = e\hbar/2m_p \approx 3 \cdot 10^{-8} \text{ eV/T}$$

$$g_l = \begin{cases} 1 & \text{Protonen} \\ 0 & \text{Neutronen} \end{cases} \quad g_s = \begin{cases} +5.58 & \text{Protonen} \\ -3.83 & \text{Neutronen} \end{cases}$$

Deformierte Kerne

bisher:

- Kern ist kugelsymmetrisch. Seit 1935 schon: es gibt Quadrupolmomente.
 - Ladungsverteilung: Multipolmomente: 0. Dichte
 - ungerade Momente = 0 wg. Paritätserhaltung
1. Dipolmoment
 2. Quadrupolmoment
 3. Oktupolmoment ...

el. Quadrupolmoment:

$$Q = \int (3z^2 - \vec{x}^2) \rho(\vec{x}) d^3x$$

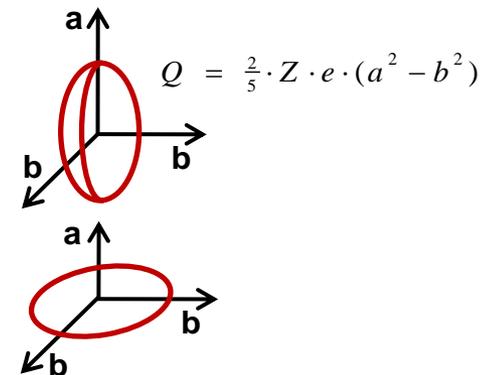
Ellipsoid:

zigarrenförmig:

$$Q > 0$$

oblatenförmig:

$$Q < 0$$



Deformationsparameter δ :

$$\delta = \Delta R / \langle R \rangle \quad \text{mit } \Delta R = a - b$$

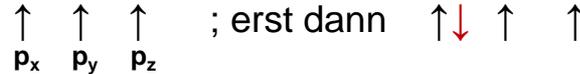
reduziertes Quadrupolmoment:

$$Q_{red.} = Q / Ze \langle R \rangle^2 = 4/5 \delta$$

Paarungsenergie und Polarisationsenergie

halb gefüllte Schalen:

- **Atom:** Hund'sche Regel



Grund: elektrostatische Abstoßung, möglichst großer Abstand

- **Kern:** gerade umgekehrt: zwei Nukleonen, im Mittel anziehende Kraft das führt zu:

- 1) zusätzlicher Stabilität durch Paarung zweier Nukleonen mit gleicher Ortswellenfunktion und $l_1 = l_2, m_1 = -m_2 \Rightarrow \vec{j}_1 + \vec{j}_2 = 0$
Solche Paare haben $J^P = 0^+ \Rightarrow$ **Paarungsenergie**
- 2) Nukleonenpaare besetzen bevorzugt benachbarte Orbitale (mit benachbarten m) \Rightarrow dadurch entstehen **Deformationen**

Spin und Parität nicht nur bei doppelt magischen Kernen, sondern immer durch **einzelne ungepaarte Nukleonen** gegeben!

Grundzustand: gg-Kerne: $J^P = 0^+$

gu-Kerne: $J^P = J^P$ (ungepaartes Nukleon)

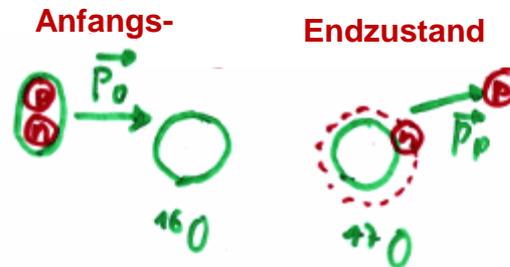
uu-Kerne: J^P durch Kopplung der beiden ungepaarten Nukleonen

Kernreaktionen

Schreibweise: $a + {}^A_Z = b + {}^{A'}_{Z'}$ \Leftrightarrow ${}^A_Z (a,b) {}^{A'}_{Z'}$

- Stripping – Reaktionen:
 ${}^A_Z (d,p) {}^{A+1}(Z)$ ${}^A_Z (d,n) {}^{A+1}(Z+1)$

Deuteron



Wenn \vec{p}_p groß gegenüber Bindungsenergie des Deuterons, ist quantitative Beschreibung möglich

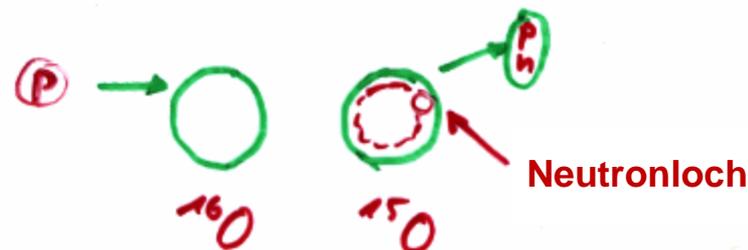
Neutron lagert sich am ${}^{16}_8\text{O}$ – Kern an:

Bahndrehimpuls = Bahndrehimpuls der Stripping – Reaktion

$$L = \ell \hbar \text{ auf Kern mit Radius } R \Rightarrow |q| \approx \ell \hbar / R$$

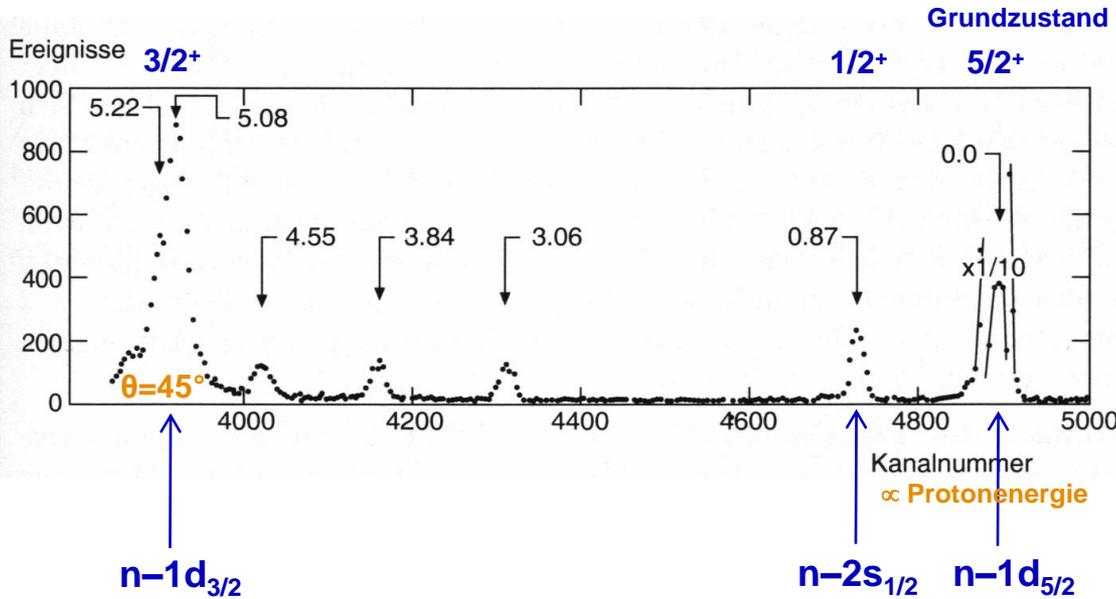
\Rightarrow Maxima in der Winkelverteilung lassen auf L schliessen!

- Pick-Up – Reaktionen:

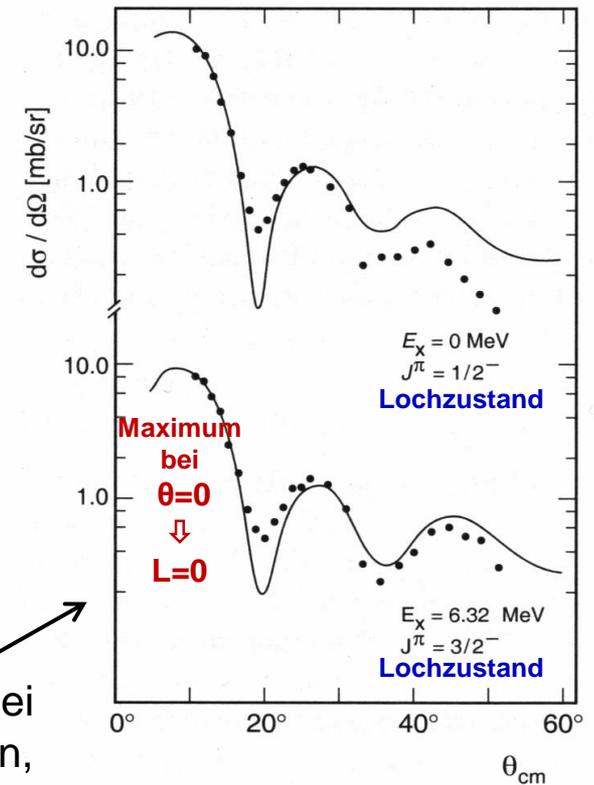


Kernreaktionen -2-

$^{16}\text{O} (d,p) ^{17}\text{O}$



$^{16}\text{O} (d,^3\text{He}) ^{15}\text{N}$



Modellrechnungen gut bei kleinen Impulsüberträgen, später nicht mehr

Quelle: Povh, Teilchen und Kerne

β – Zerfall des Kerns

- freies Neutron: $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$ (durch Umwandlung von d-Quark \rightarrow u-Quark)
- **im Kern:**
 - Matrixelement enthält Überlapp der Kernwellenfunktionen des Anfangs- und Endzustands.
 - Differenz der Bindungsenergie vor und nach Zerfall definiert Typ des Zerfalls (β^- oder β^+) und Größe des Phasenraums.
 - Coulomb – WW beeinflusst das Energiespektrum der emittierten e^- bzw. e^+ und modifiziert den Phasenraum.

■ Phasenraumfunktion incl. Coulomb – WW:

$$f(Z', E_0) = \int_1^{\varepsilon_0} \varepsilon_e \sqrt{\varepsilon_e^2 - 1} \cdot (\varepsilon_0 - \varepsilon_e) \cdot F(Z', \varepsilon_e) d\varepsilon_e \quad \text{mit} \quad \varepsilon = E / m_e c^2$$

■ ft – Werte:

$$f(Z', E_0) \cdot t_{1/2} = ft = \frac{2\pi^3 \hbar^7}{m_e^5 c^4} \ln 2 \frac{1}{V^2} \frac{1}{|M_{fi}|^2} \begin{cases} 10^3 \text{ sec} \\ \vdots \\ 10^{22} \text{ sec} \end{cases}$$

β – Zerfall des Kerns -2-

- β – Zerfall: V-A Theorie auf Quark-Ebene
- im Kern: sowohl V- als auch A- Anteile
- **reine V – WW:** **Fermi – Zerfälle:** Spin ändert sich nicht
 ⇒ Gesamtspin von e und ν_e ist **Null**
- **reine A – WW:** **Gamow-Teller – Zerfälle:**
 ⇒ Gesamtspin von e und ν_e ist **1**

Entw. nach Bahndrehimpuls: $\vec{l} = \vec{x} \times \vec{p}$ mit $|\vec{p}| \cdot R / \hbar$ hier $\approx 10^{-2}$:

$ft \propto 1 / |M|^2 \Rightarrow$ jede Einheit von ℓ unterdrückt $10^{-3} - 10^{-4}$

$\ell=0$: erlaubt

$\ell=1$: "verboten"

$\ell=2$: "zweifach verboten"

} nur wichtig, wenn kleinere ℓ wg. Quantenzahlen nicht möglich

- Bspe.:**
- $1^- \rightarrow 0^+$: wg. Parität nicht mit $\ell=0$ erlaubt, also nur mit $\ell=1$.
 - 4-fach verbotener β – Zerfall:

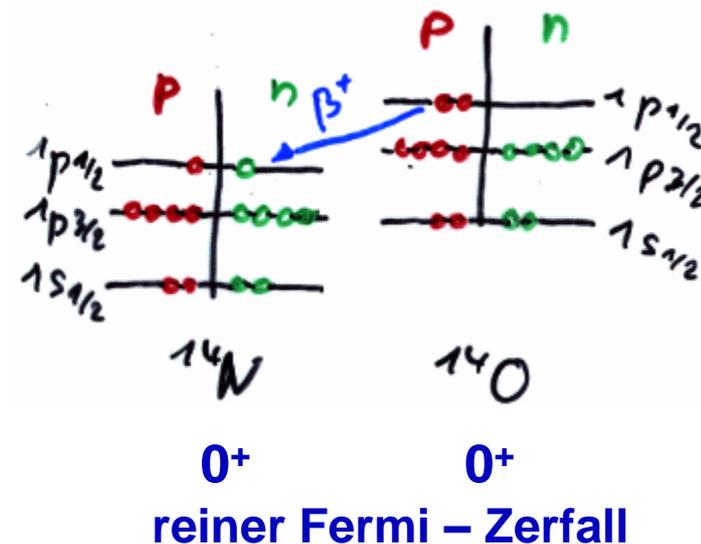
$${}^{115}\text{In} (J^P = \frac{9}{2}^+) \rightarrow {}^{115}\text{Sn} (J^P = \frac{1}{2}^+) \Rightarrow \log(ft) = 22.7 \Rightarrow t_{1/2} = 6 \cdot 10^{14} \text{ Jahre (!)}$$

"Übererlaubte Zerfälle"

- ψ_{Anfang} und ψ_{Ende} haben **großen Überlapp**
 - ⇔ entstehendes p hat gleiche Quantenzahlen wie zerfallendes n, beide Kerne sind also im gleichen Isospinmultiplett
 - $t_{ft} \approx t_{ft}(\text{freies Neutron})$

übererlaubte Zerfälle meistens β^+

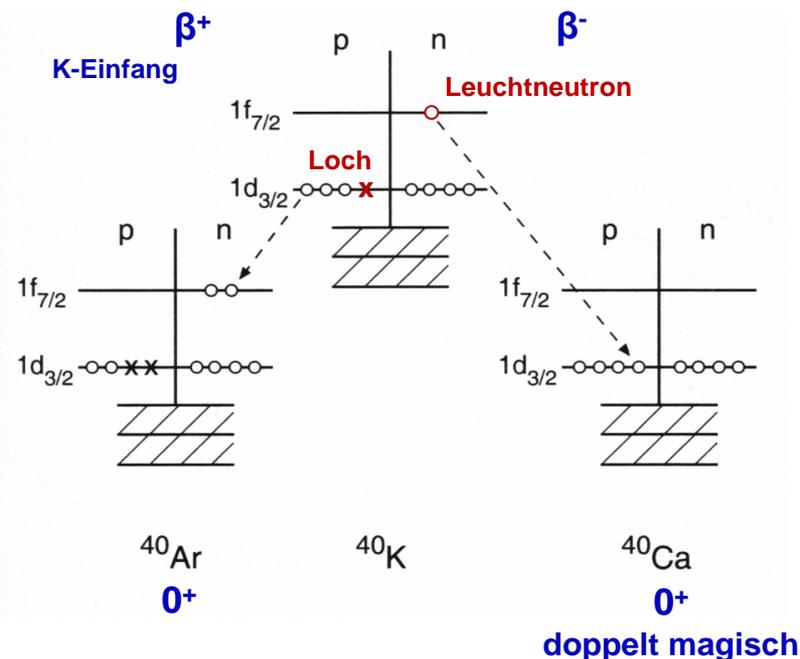
(wegen Coulomb – Energie sind Kerne mit $Z > N$ weniger stark gebunden)



Verbotene Zerfälle

- $4^- \rightarrow 0^+$: **3fach verboten**
- in angeregtem Zustand 2^+ nur einfach verboten, aber kleiner Phasenraum $\Rightarrow t_{1/2} = 1.27 \cdot 10^9$ Jahre
- **^{40}K** ist das einzige mittelschwere Nuklid, das nennenswert zur natürlichen Radioaktivität beiträgt

Abbildung 17.19. Skizze des β^+ - und β^- -Zerfalls von ^{40}K im Schalenmodell. Die Energien sind nicht maßstabsgetreu dargestellt.



Quelle: Povh, Teilchen und Kerne

Zerfall in hoch angeregte Tochterzustände

Neutronenreiche Kerne (Spaltprodukte!) zerfallen in einer Serie von β^- - Zerfällen mit viel Energie.

- es entstehen auch hoch angeregte Tochterkerne, die Neutronen emittieren können
- **verzögerte Neutronenemission** (gesteuert von schwacher WW)
- wichtig zur **Steuerung von Kernreaktoren:**



↳ 0.1 – 1 MeV

Die Neutronen thermalisieren im Moderator material und induzieren dort weitere Spaltungen.

Der Zyklus ist mit 1ms aber **zu kurz, um Kettenreaktionen zu kontrollieren.**

⇒ direkte Neutronen: $k < 1$

⇒ **Steuerung auf $k=1$ mit verzögerten Neutronen** (Zeitkonstante $\propto 1 \text{ sec}$)

