

# Moderne Experimentalphysik III: Kerne und Teilchen (Physik VI)

**Günter Quast, Roger Wolf, Pablo Goldenzweig**  
29. Juni 2017

INSTITUTE OF EXPERIMENTAL PARTICLE PHYSICS (IEKP) – PHYSICS FACULTY

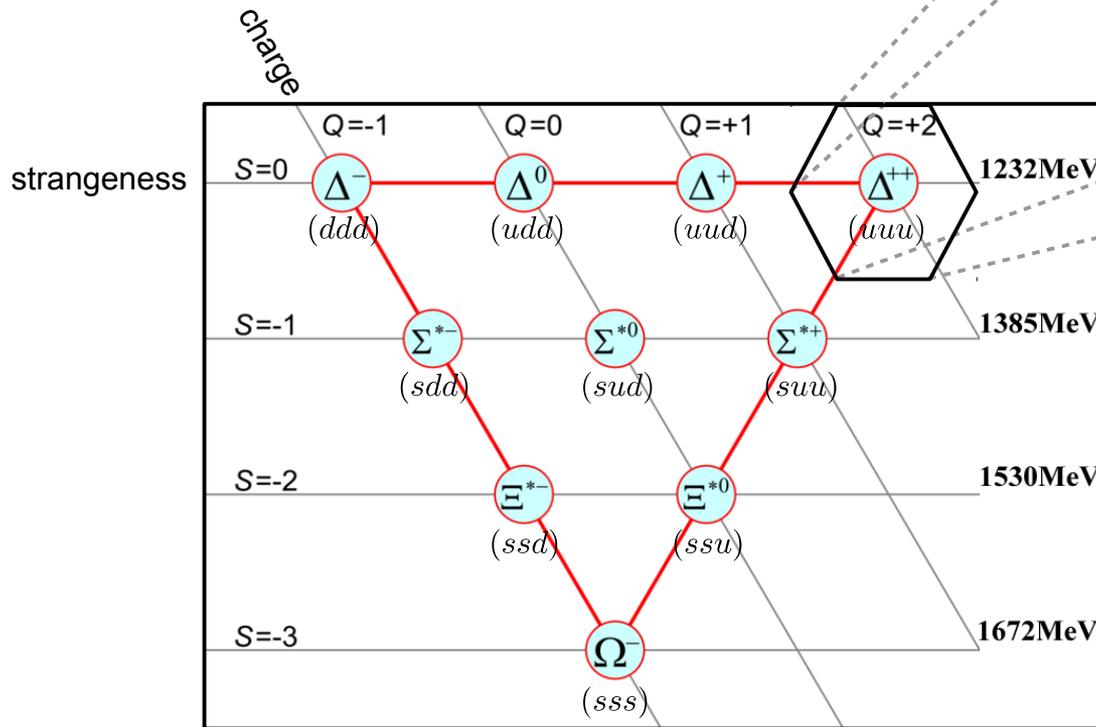


# Kapitel 8.3: Farbwechselwirkung in der QCD

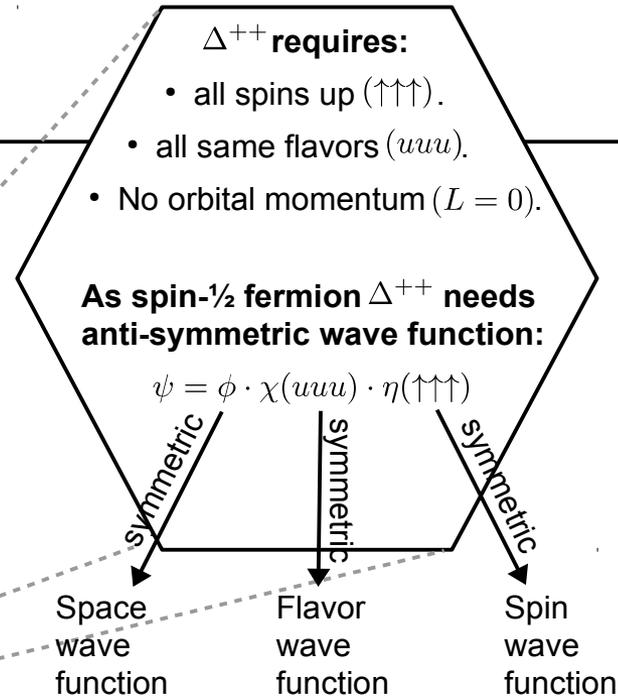


# Farbladung

- Erste Hinweise auf Notwendigkeit **neuer Freiheitsgrade** in Hadron Multipletts



$J^P = 3/2^+$  Baryon  $SU(3)$  decuplet.



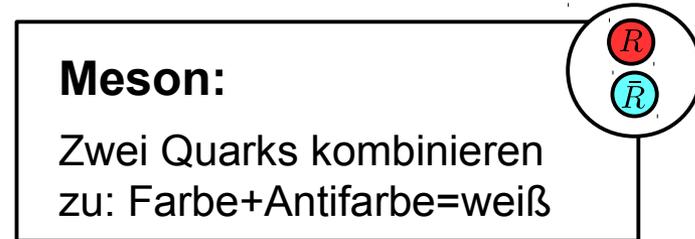
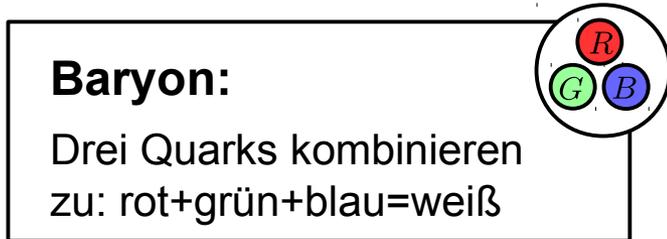
- Entweder Pauli-Prinzip verletzt, oder fehlender Freiheitsgrad  $\rightarrow$  neue QZ  $\rightarrow$  Farbe (R, G, B)
- Farbwellenfunktion muß **anti-symmetrisch** sein unter Vertauschung der Quarks!

$$\psi_c = \frac{1}{\sqrt{6}} \epsilon_{ijk} q_i q_j q_k$$

**EVIDENCE**

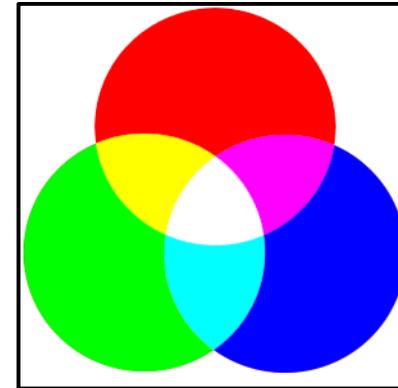
# Farbladung

- Quarks haben die Farben rot, grün, blau



- Beispiel Farbwellenfunktion  $\pi^+$   
(siehe Folie 17):

$$|\pi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (u_R \bar{d}_R + u_G \bar{d}_G + u_B \bar{d}_B)$$

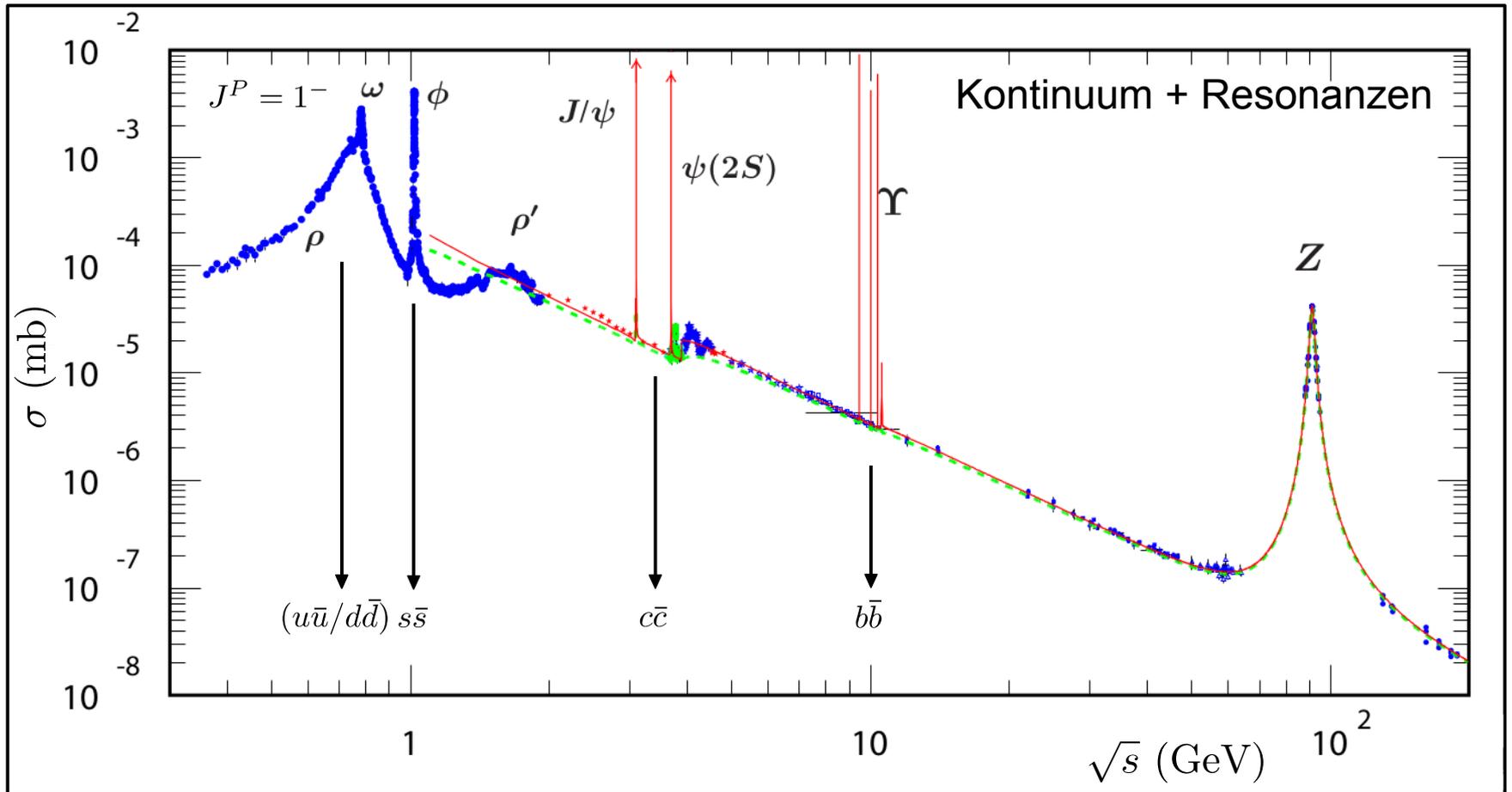


Offensichtlich entlehnt  
aus Farbenlehre

- Rein interner Freiheitsgrad
- Nach außen hin **unsichtbar**
- Deckt sich mit jeglichem Fehlen der Evidenz für die Existenz von "Farbe" im Experiment

# Hadronproduktion in $e^+e^-$ -Kollisionen

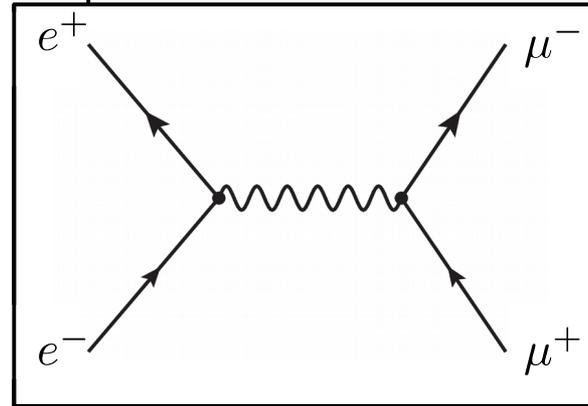
- Zweiter wichtiger Hinweis auf Farbe als weiteren **internen Freiheitsgrad der QM**



# Hadronproduktion in $e^+e^-$ -Kollisionen

Wirkungsquerschnitt für Myonproduktion:

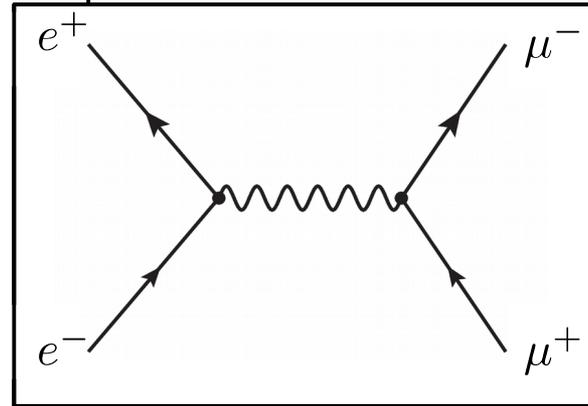
$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha^2 (\hbar c)^2}{s}$$



# Hadronproduktion in $e^+e^-$ -Kollisionen

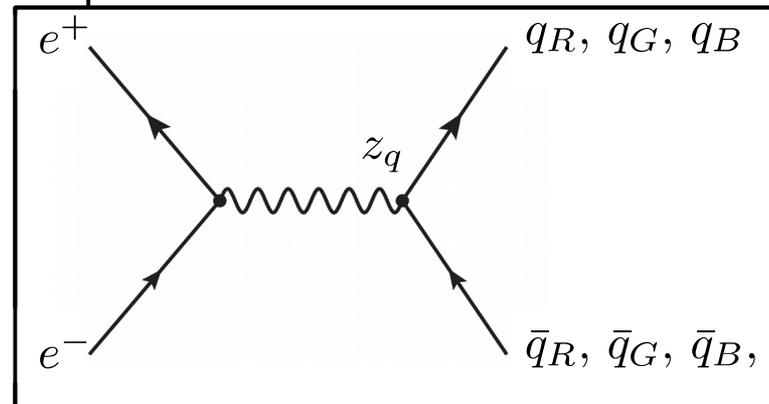
Wirkungsquerschnitt für Myonproduktion:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha^2 (\hbar c)^2}{s}$$



Wirkungsquerschnitt für  
**Hadronproduktion:**

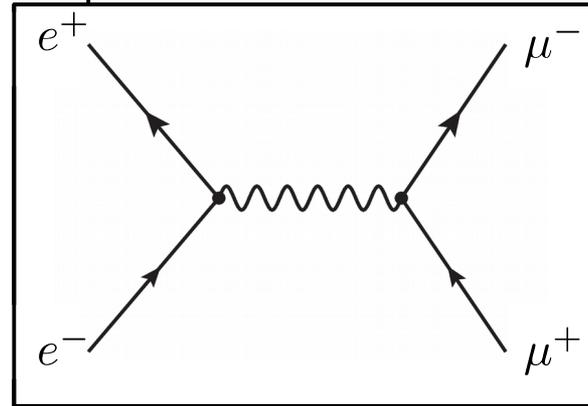
$$\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) = \sum_q \underbrace{N_c z_q^2}_{\text{Hadron-spezifisch}} \underbrace{\frac{4\pi}{3} \frac{\alpha^2 (\hbar c)^2}{s}}_{\text{Fermion-spezifisch}}$$



# Hadronproduktion in $e^+e^-$ -Kollisionen

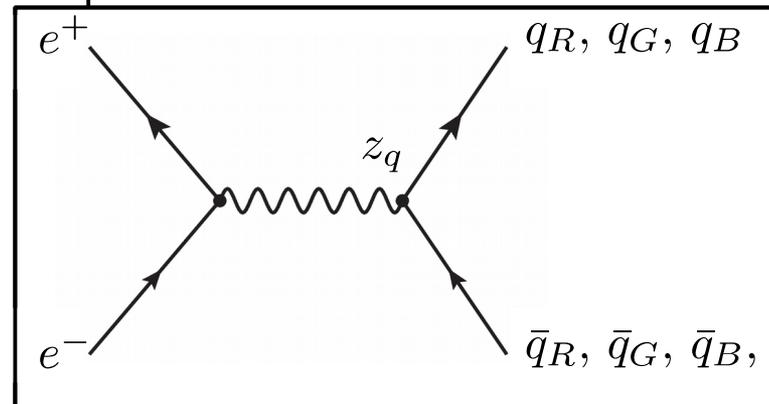
Wirkungsquerschnitt für Myonproduktion:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha^2 (\hbar c)^2}{s}$$



Wirkungsquerschnitt für  
**Hadronproduktion:**

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) = \sum_q \underbrace{N_c z_q^2}_{\text{Hadron-spezifisch}} \underbrace{\frac{4\pi}{3} \frac{\alpha^2 (\hbar c)^2}{s}}_{\text{Fermion-spezifisch}}$$

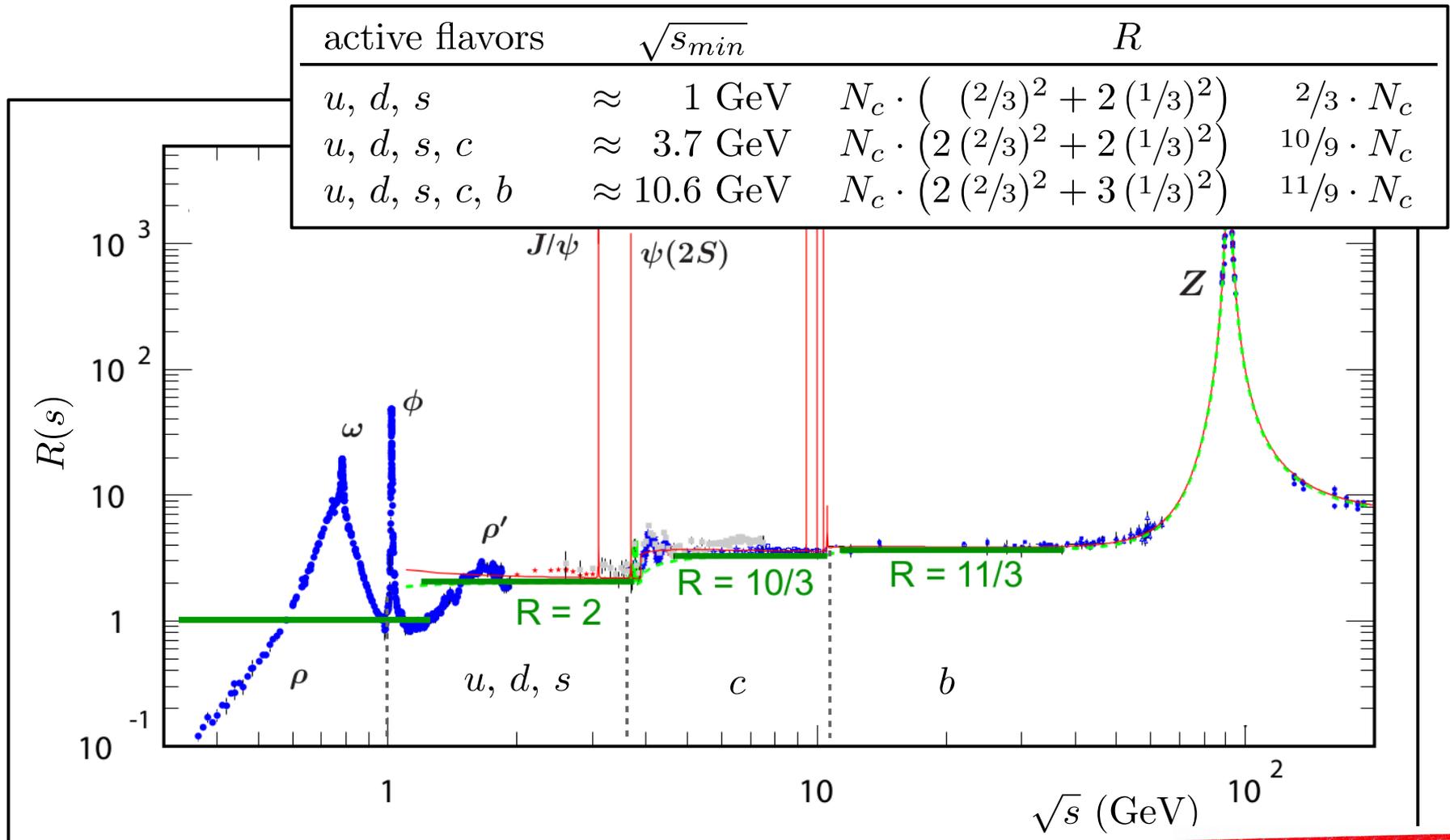


Experimentell einfacher Zugänglich:

$$R(s) = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = N_c \sum z_q^2$$

# Hadronproduktion in $e^+e^-$ -Kollisionen

- Stufen in Kontinuum für  $R(s)$ :



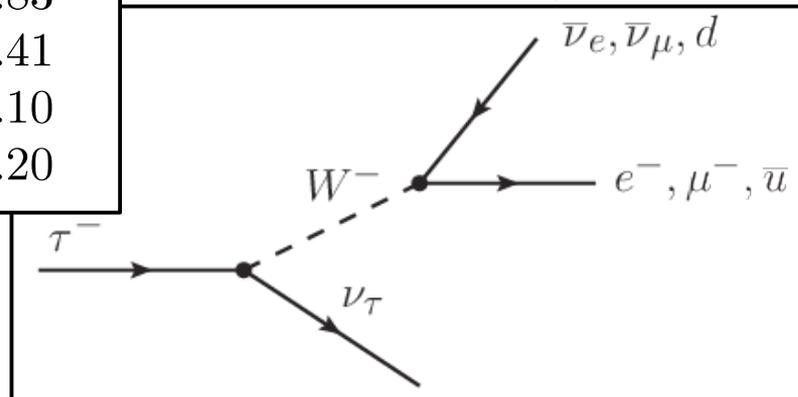
**EVIDENCE**

# Zerfall des $\tau$ -Leptons

- Das  $\tau$ -Lepton ist mit  $m_\tau = 1777$  MeV das schwerste Lepton, das wir kennen und das einzige, das in Hadronen zerfallen kann:

$\tau$ -Zerfall	BR [%]
$e\nu_e\nu_\tau$	17.83
$\mu\nu_\mu\nu_\tau$	17.41
1-prong $\nu_\tau$	37.10
3-prong $\nu_\tau$	15.20

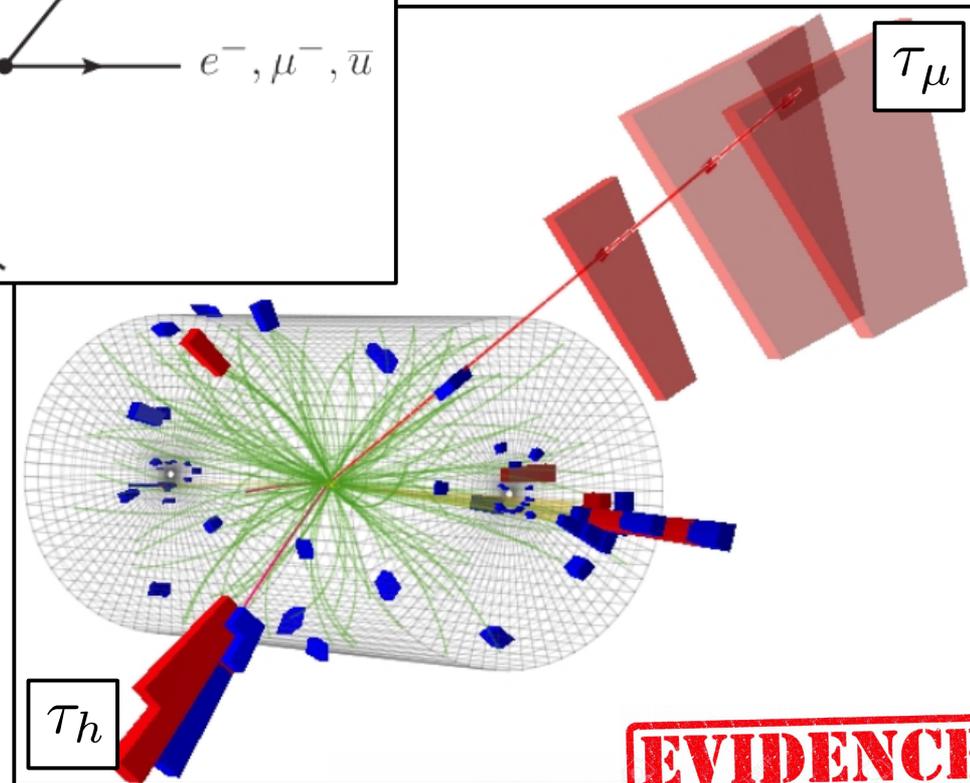
W-Boson koppelt an Leptonen und Quarks mit gleicher Stärke



$$\tau \rightarrow \nu_\tau + \begin{cases} e^- \bar{\nu}_e \\ \mu^- \bar{\nu}_\mu \\ d' \bar{u} \end{cases}$$

Erwarte **Verzweigungsverhältnis**

$\mathcal{B}(\tau \rightarrow e) = 1/3$  für einfache und  
 $\mathcal{B}(\tau \rightarrow e) = 1/5$  für dreifache Ge-  
 wichtung der Quarks



# $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ Zerfall

- Für den Zerfall  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  ist eine Quark-Antiquarkschleife zu berechnen. Das Resultat ist:

$$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2 N_c^2 (Q_u^2 - Q_d^2)^2 \cdot \frac{m_\pi^3}{8\pi f_\pi^2}$$

$Q_i$ : Ladung von Quark  $i$

$m_\pi$ : Masse  $\pi^0$

$f_\pi \approx 132$  MeV: Zerfallskonstante des Pions<sup>(1)</sup>

Sie können die Zerfallsbreite mit den Angaben leicht selbst ausrechnen. Das einzige, was Sie dazu noch benötigen ist

$$m_\pi \approx 135 \text{ MeV}$$

$$\alpha \approx 1/137$$



- Vorhersage:**

$$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = \begin{cases} 0.86 \text{ eV} & \text{für } N_c = 1 \\ 7.75 \text{ eV} & \text{für } N_c = 3 \end{cases}$$

- Messung:**

$$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = (7.76 \pm 0.54) \text{ eV}$$

(1) Bestimmbar aus Lebensdauer geladener Pionen

# Die Eichtheorie der Starke WW

- Erinnerung (VL-09 Folie 19):

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi$$

(Lagrangedichte: freies Fermion)

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi$$

(Lokale Eichinvarianz)


$$D_\mu \equiv \partial_\mu + i(e \cdot 1) A_\mu \quad (\text{im Abelschen Fall, z.B. } U(1) \text{ der QED})$$

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + i(g_s \cdot \mathbf{T}_k) G_{\mu,k} \quad (\text{im nicht-Abelschen Fall, z.B. } SU(3))$$

# Die Eichtheorie der Starke WW

- Erinnerung (VL-09 Folie 19):

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi$$

(Lagrangedichte: freies Fermion)

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi$$

(Lokale Eichinvarianz)

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + i (e \cdot \mathbf{1}) A_\mu \quad (\text{im Abelschen Fall, z.B. } U(1) \text{ der QED})$$

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + i (g_s \cdot \mathbf{T}_k) G_{\mu,k} \quad (\text{im nicht-Abelschen Fall, z.B. } SU(3))$$

→ **Photonfeld**

# Die Eichtheorie der Starke WW

- Erinnerung (VL-09 Folie 19):

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi$$

(Lagrangedichte: freies Fermion)

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi$$

(Lokale Eichinvarianz)

→  $D_\mu \equiv \partial_\mu + i(e \cdot 1) A_\mu$  (im Abelschen Fall, z.B.  $U(1)$  der QED)

$D_\mu \equiv \partial_\mu + i(g_s \cdot \mathbf{T}_k) G_{\mu,k}$  (im nicht-Abelschen Fall, z.B.  $SU(3)$ )

→ ~ Gluonfelder

# Die Eichtheorie der Starke WW

- Erinnerung (VL-09 Folie 19):

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi$$

(Lagrangedichte: freies Fermion)

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi$$

(Lokale Eichinvarianz)

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + i (e \cdot 1) A_\mu \quad (\text{im Abelschen Fall, z.B. } U(1) \text{ der QED})$$

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + i (g_s \cdot \mathbf{T}_k) G_{\mu,k} \quad (\text{im nicht-Abelschen Fall, z.B. } SU(3))$$

Kovariante Ableitung  
ausgeschrieben:

$$D^\mu = \partial^\mu + ig_s \sum_{k=1}^8 \frac{\lambda_k}{2} G_k^\mu$$

~ **Gluonfelder**

**Generatoren** der  $SU(3)$   
dargestellt z.B. durch die  
**Gell-Mann Matrizen**  $\{\lambda_k\}$   
(siehe VL-15 Folie 26)

# Gell-Mann Matrizen

- **Konkretes Aussehen** der Gell-Mann Matrizen:

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

( $\sigma_i (i = 1, 2, 3)$  Pauli-Matrizen)

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{T}_j = \frac{1}{2} \lambda_j \quad (j = 1 \dots 8)$$

$$[\mathbf{T}_i, \mathbf{T}_j] = if_{ijk} \mathbf{T}_k$$

Allgemeine  $SU(3)$  Transformation:

$$\mathbf{G} = e^{i \sum \vartheta_j \mathbf{T}_j} \quad 1 \leq j \leq 8$$

# Auf-/Absteige Operatoren der QCD

- Betrachte **Farb-Triplettzustand** für Quarks im  $SU(3)$ -Hyperraum:

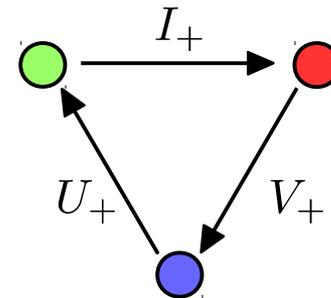
$$\chi_R = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_G = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Aus den  $\lambda_i$  lassen sich dann drei Paare von Auf- und Absteige Operatoren formulieren mit denen man die Farbzustände "verschieben" kann

$$I_{\pm} = \frac{1}{2} (\lambda_1 \pm i\lambda_2) \quad (\text{Grün} \leftrightarrow \text{Rot})$$

$$V_{\pm} = \frac{1}{2} (\lambda_4 \mp i\lambda_5) \quad (\text{Rot} \leftrightarrow \text{Blau})$$

$$U_{\pm} = \frac{1}{2} (\lambda_6 \pm i\lambda_7) \quad (\text{Blau} \leftrightarrow \text{Grün})$$



# Auf-/Absteige Operatoren der QCD

Zeigen Sie, dass  $V_+$   $\chi_R$  nach  $\chi_B$  überführt



- Betrachte **Farb-Triplettzustand** für Quarks im  $SU(3)$ -Hyperraum:

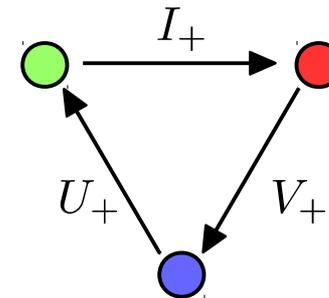
$$\chi_R = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_G = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Aus den  $\lambda_i$  lassen sich dann drei Paare von Auf- und Absteige Operatoren formulieren mit denen man die Farbzustände "verschieben" kann

$$I_{\pm} = \frac{1}{2} (\lambda_1 \pm i\lambda_2) \quad (\text{Grün} \leftrightarrow \text{Rot})$$

$$V_{\pm} = \frac{1}{2} (\lambda_4 \mp i\lambda_5) \quad (\text{Rot} \leftrightarrow \text{Blau})$$

$$U_{\pm} = \frac{1}{2} (\lambda_6 \pm i\lambda_7) \quad (\text{Blau} \leftrightarrow \text{Grün})$$



# Gluonfelder

- Damit läßt sich die kovariante Ableitung umschreiben zu:

$$\sum \lambda_j G_j^\mu = \sqrt{2} \left( I_+ (G\bar{R})^\mu + I_- (R\bar{G})^\mu + \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda_3 G_3^\mu \right. \\ \left. + U_+ (B\bar{G})^\mu + U_- (G\bar{B})^\mu + V_+ (R\bar{B})^\mu + V_- (B\bar{R})^\mu + \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda_8 G_8^\mu \right)$$

- Mit den **Gluonfeldern**:

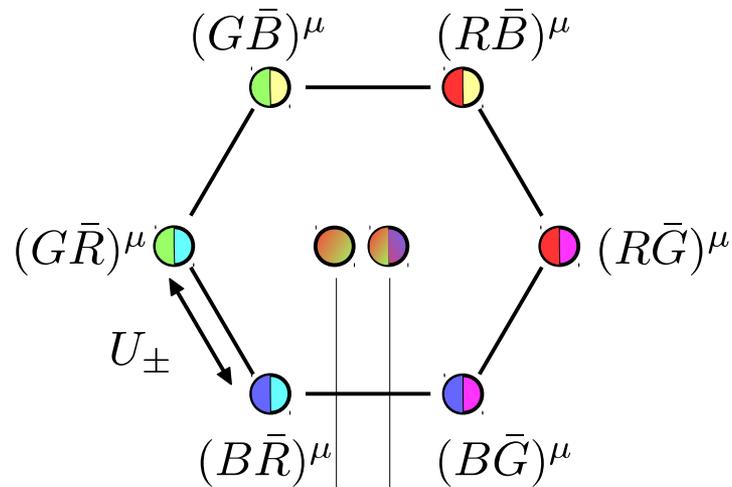
$$(G\bar{R})^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} (G_1^\mu - iG_2^\mu)$$

$$(R\bar{B})^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} (G_4^\mu + iG_5^\mu)$$

$$(G\bar{B})^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} (G_6^\mu - iG_7^\mu)$$

...

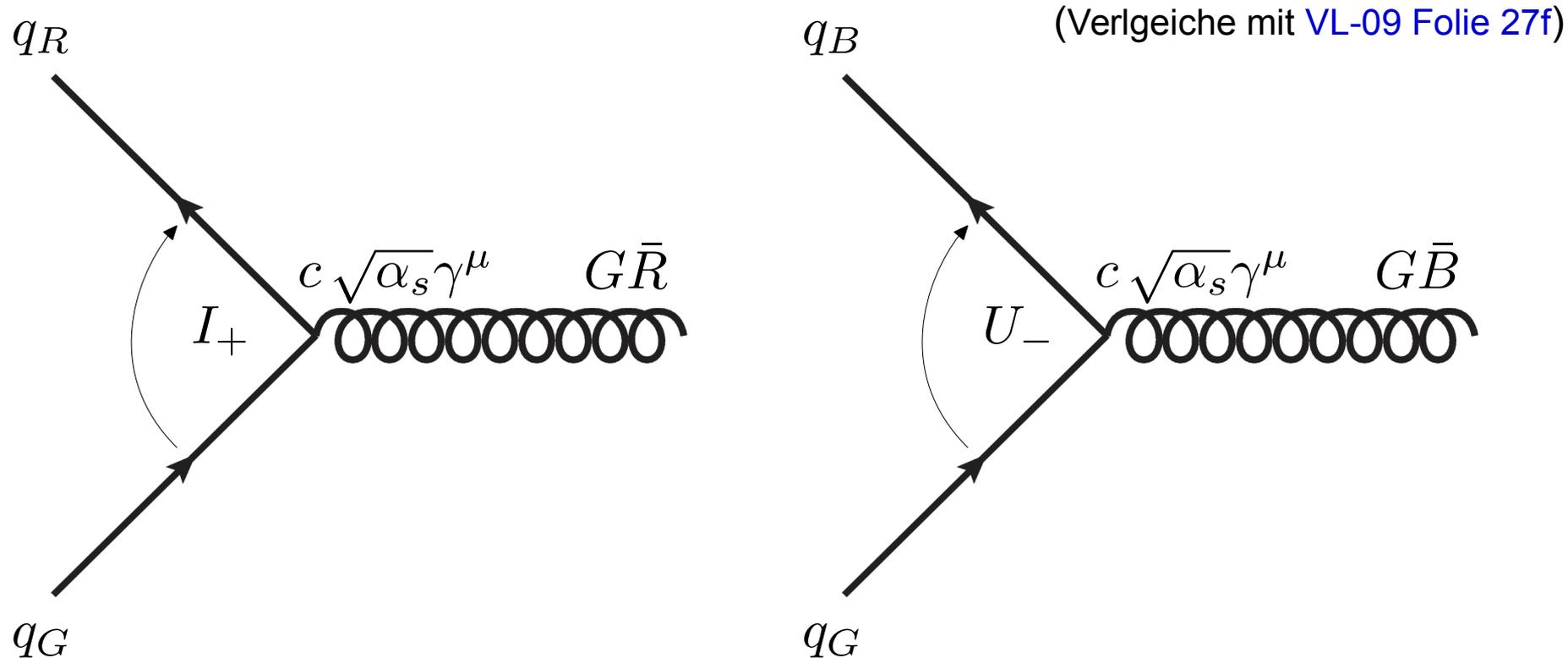
- Zu vergleichen mit der Angabe in [VL-15 Folie 26](#):



$$G_3^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} ((R\bar{R})^\mu - (G\bar{G})^\mu)$$

$$G_8^\mu = \frac{1}{\sqrt{6}} ((R\bar{R})^\mu + (G\bar{G})^\mu - 2(B\bar{B})^\mu)$$

# Farbfluß



- Anm.: Es existiert also auch Gluonaustausch der die Farbe der Quarks unverändert läßt (e.g. durch  $G_3^\mu$  und  $G_8^\mu$ ). Nicht zu verwechseln mit Farbsingulettzuständen. Die acht Gluonen sortieren sich in den Farb-Oktett Unterraum. Den Farbsingulettzustand

$$G_0^\mu = \frac{1}{\sqrt{3}} (R\bar{R} + G\bar{G} + B\bar{B})$$

gibt es nicht. Daher gibt es auch **keinen farbneutralen Ein-Gluon-Austausch**

# Stabilität von $qq$ -Zuständen

- Untersuche **Stabilität gebundener Zustände** qualitativ für Ein-Gluon-Austausch:
- Hierzu betrachte Cornell-Potential (vgl [VL-17 Folie 23](#)) allgemeiner:

$$V(r) = C_F \frac{\alpha_s}{r} + k r$$

Abstoßend  
wenn  $>0$  &  
anziehend  
wenn  $<0$

$$\alpha_s = \frac{g_s}{4\pi}$$

$$C_F = \frac{1}{2} c_1 c_2: \text{Farbfaktor}$$

Ergibt sich aus Produkt  
der Farbfaktoren am  
Gluon-Vertex

# Stabilität von $qq$ -Zuständen

- Untersuche **Stabilität gebundener Zustände**
- Hierzu betrachte Cornell-Potential (vgl. [VL-17 Folie 23](#)) allgemeiner:

$$V(r) = C_F \frac{\alpha_s}{r} + k r$$

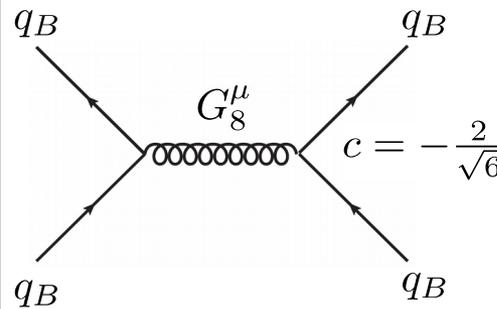
$$\alpha_s = \frac{g_s}{4\pi}$$

$$C_F = \frac{1}{2} c_1 c_2: \text{Farbfaktor}$$

Abstoßend  
wenn  $>0$  &  
anziehend  
wenn  $<0$

Ergibt sich aus Produkt  
der Farbfaktoren am  
Gluon-Vertex

## Zwei Quarks gleicher Farbe:



(Vergleiche mit  
[Folie 13](#))

$$C_F = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{\sqrt{6}}\right) \cdot \left(-\frac{2}{\sqrt{6}}\right) = +\frac{1}{3}$$

(abstoßend)

# Stabilität von $qq$ -Zuständen

- Untersuche **Stabilität gebundener Zustände**
- Hierzu betrachte Cornell-Potential (vgl. [VL-17 Folie 23](#)) allgemeiner:

$$V(r) = C_F \frac{\alpha_s}{r} + k r$$

$$\alpha_s = \frac{g_s}{4\pi}$$

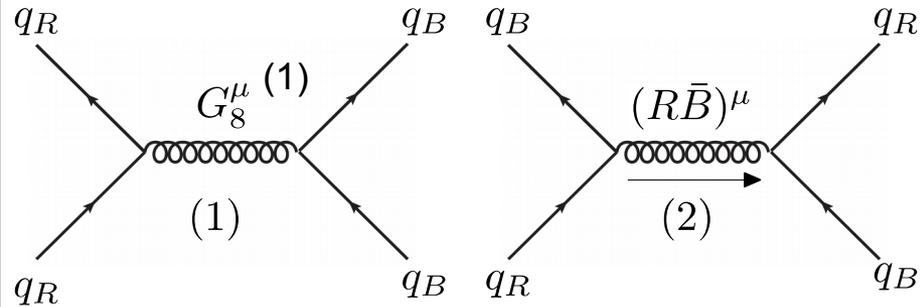
$$C_F = \frac{1}{2} c_1 c_2: \text{Farbfaktor}$$

Abstoßend  
wenn  $>0$  &  
anziehend  
wenn  $<0$

Ergibt sich aus Produkt  
der Farbfaktoren am  
Gluon-Vertex

- (1) Im gewählten Beispiel RB sowie für GB trägt nur  $G_8^\mu$  bei, wie gezeigt. Für RG tragen  $G_8^\mu$  und  $G_3^\mu$  jeweils mit halbem Gewicht bei. Das Ergebnis für  $C_F^{(1)}$  ist das gleiche

## Zwei Quarks verschiedener Farbe:



$$C_F^{(1)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \left( -\frac{2}{\sqrt{6}} \right) = -\frac{1}{6}$$

$$C_F^{(2)} = \frac{1}{2}$$

In QCD Quarks im Endzustand ununterscheidbar. Physikalisch relevante Zustände:

$$(q_R q_B)_{sym} = \frac{1}{2} (q_R q_B + q_B q_R)$$

$$(q_R q_B)_{anti} = \frac{1}{2} (q_R q_B - q_B q_R)$$

$$C_{sym} = C_F^{(1)} + C_F^{(2)} = +\frac{1}{3} \quad (\text{abstoßend})$$

$$C_{anti} = C_F^{(1)} - C_F^{(2)} = -\frac{2}{3} \quad (\text{anziehend})$$

# Stabilität von $q\bar{q}$ -Zuständen

- Untersuche **Stabilität gebundener Zustände**
- Hierzu betrachte Cornell-Potential (vgl. [VL-17 Folie 23](#)) allgemeiner:

$$V(r) = C_F \frac{\alpha_s}{r} + k r$$

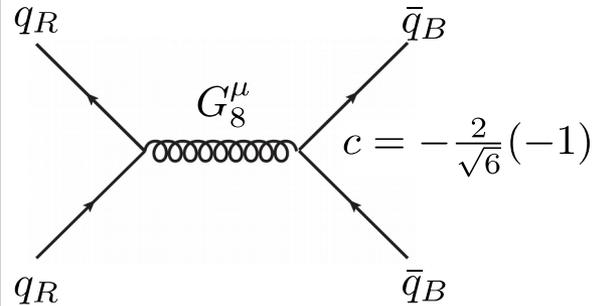
$$\alpha_s = \frac{g_s}{4\pi}$$

$$C_F = \frac{1}{2} c_1 c_2: \text{Farbfaktor}$$

Abstoßend  
wenn  $>0$  &  
anziehend  
wenn  $<0$

Ergibt sich aus Produkt  
der Farbfaktoren am  
Gluon-Vertex

## Zwei Quarks verschiedener Farbe:



$$C_F = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \left(-\frac{2}{\sqrt{6}}\right) \cdot (-1) = +\frac{1}{6}$$

(abstoßend)

# Stabilität von $q\bar{q}$ -Zuständen

- Untersuche **Stabilität gebundener Zustände**
- Hierzu betrachte Cornell-Potential (vgl. [VL-17 Folie 23](#)) allgemeiner:

$$V(r) = C_F \frac{\alpha_s}{r} + k r$$

Abstoßend  
wenn  $>0$  &  
anziehend  
wenn  $<0$

$$\alpha_s = \frac{g_s}{4\pi}$$

$$C_F = \frac{1}{2} c_1 c_2: \text{Farbfaktor}$$

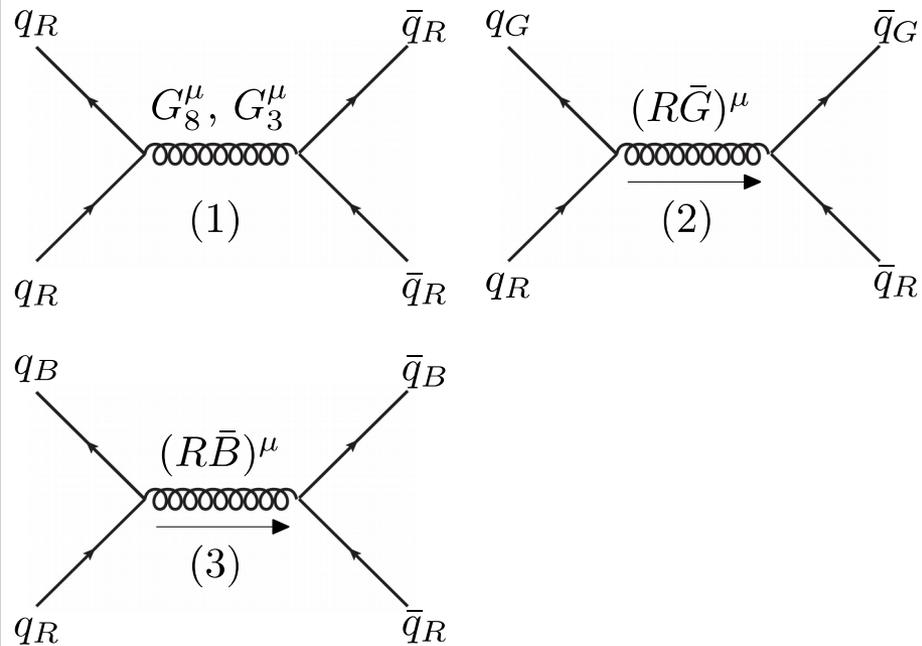
Ergibt sich aus Produkt  
der Farbfaktoren am  
Gluon-Vertex

## Singulett-Zustand:

$$\psi_S = \frac{1}{\sqrt{3}} (q_R \bar{q}_R + q_G \bar{q}_G + q_B \bar{q}_B)$$

$$C_S = -\frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -\frac{4}{3}$$

## Zwei Quarks gleicher Farbe:



$$C_F^{(1)} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left( -\frac{1}{\sqrt{2}} \right) + \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \left( -\frac{1}{\sqrt{6}} \right) \right)$$

$$= -\frac{1}{3} \quad (\text{anziehend})$$

$$C_F^{(2)} = -\frac{1}{2} \quad (\text{anziehend})$$

$$C_F^{(3)} = -\frac{1}{2} \quad (\text{anziehend})$$

# Stabilität von $qqq$ -Zuständen

- Beschrieben jeweils durch Zweikörperkräfte im Dreikörpersystem
- Beispiel:  $q_B q_B q_B$ 

$$C_F = 3 \cdot \frac{1}{3} = +1 \quad (\text{abstoßend})$$
- Das gleiche gilt für jede Kombination verschiedener Farben im **symmetrischen Farbdekuplett**
- **Farboktett** anziehen aber schwächer als Farbsingulett und v.a. nicht farbneutral
- Festeste Bindung im **antisymmetrischen Farbsingulett**:

$$\begin{aligned} \psi_S &= \frac{1}{\sqrt{6}} (q_R q_G q_B - q_G q_R q_B + q_G q_B q_R - q_B q_G q_R + q_B q_R q_G - q_R q_B q_G) \\ &= \frac{1}{\sqrt{6}} \epsilon_{ijk} q_i q_j q_k \end{aligned}$$

$$C_S = 3 \left( C_F^{(1)} - C_F^{(2)} \right) = 3 \left( \left( -\frac{1}{6} \right) - \left( \frac{1}{2} \right) \right) = -2$$

Für jeweils drei Zweikörperkräfte, für  $C_F^{(1),(2)}$  siehe [Folie 16](#)

## Stabilität von $qqq$ -Zuständen

- Beschrieben jeweils durch Zweikörperkräfte
- Beispiel:  $q_B q_B q_B$   

$$C_F = 3 \cdot \frac{1}{3} = +1 \quad (\text{abstoßend})$$
- Das gleiche gilt für jede Kombination von **Farbdekuplett**

### Zusammenfassend:

- Stabilste gebundene Zustände für **Farbsingulett Konfiguration** der Quarks, sowohl für  $q\bar{q}$  als auch für  $qqq$ , wie erwünscht!
- Farbsingulett symmetrisch für  $q\bar{q}$  und anti-symmetrisch für  $qqq$

- **Farboktett** anziehen aber schwächer als Farbsingulett und v.a. nicht farbneutral
- Festeste Bindung im **antisymmetrischen Farbsingulett**:

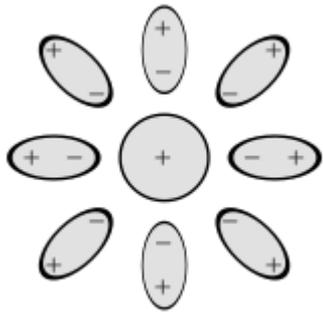
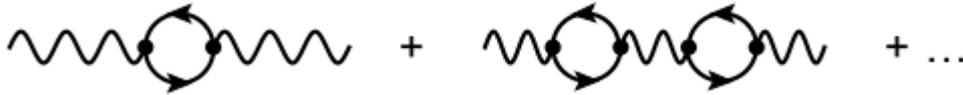
$$\begin{aligned} \psi_S &= \frac{1}{\sqrt{6}} (q_R q_G q_B - q_G q_R q_B + q_G q_B q_R - q_B q_G q_R + q_B q_R q_G - q_R q_B q_G) \\ &= \frac{1}{\sqrt{6}} \epsilon_{ijk} q_i q_j q_k \end{aligned}$$

$$C_S = 3 \left( C_F^{(1)} - C_F^{(2)} \right) = 3 \left( \left( -\frac{1}{6} \right) - \left( \frac{1}{2} \right) \right) = -2$$

Für jeweils drei Zweikörperkräfte, für  $C_F^{(1),(2)}$  siehe [Folie 16](#)

# Laufende Kopplung in QED

- In QED: Abschirmung der elektrischen Ladung durch **Vakuumpolarisation**



Abschwächung  
“nackter” Ladung  
bei “großen” Ab-  
ständen

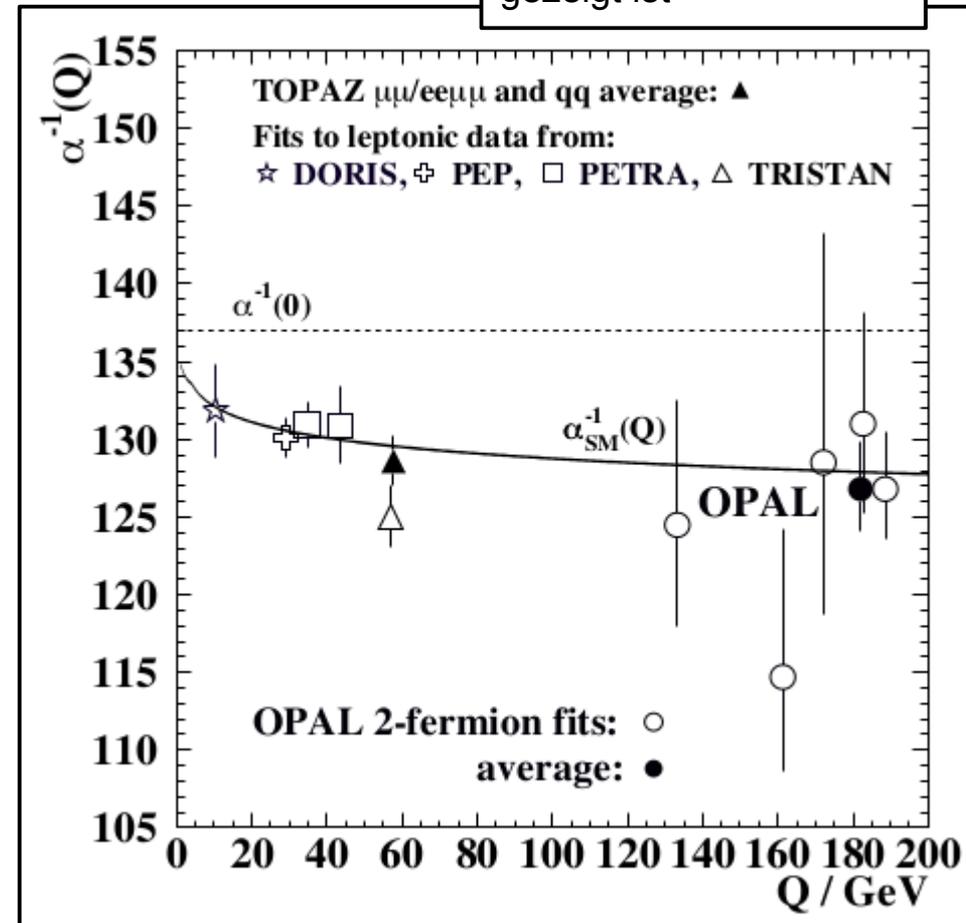
- “Laufen der Kopplung” berechenbar (RGE):

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(\mu^2)}{1 - \frac{\alpha(\mu^2)}{3\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}$$

$$\alpha(0) = \frac{1}{137.035999074(44)}$$

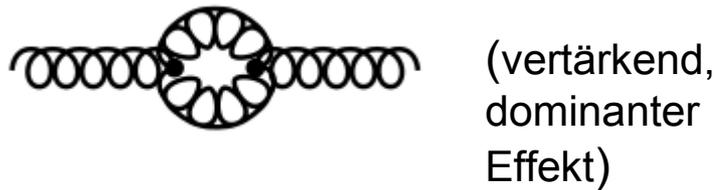
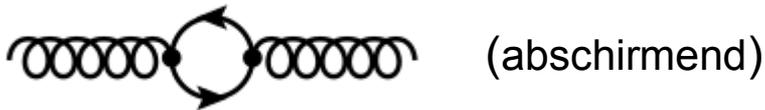
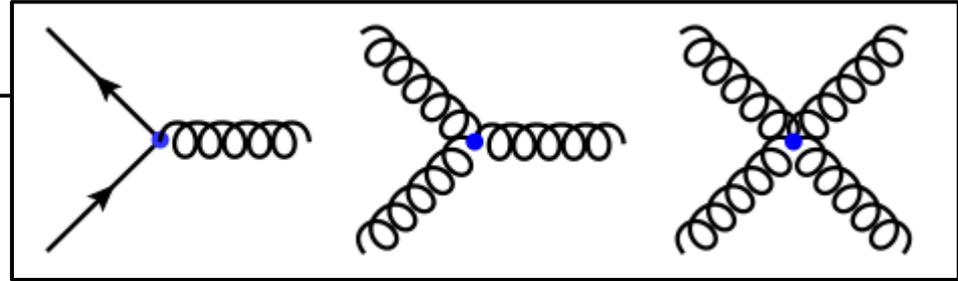
$$\alpha(m_Z) = \frac{1}{127.940(14)}$$

Beachten Sie, dass auf der y-Achse hier  $1/\alpha$  gezeigt ist



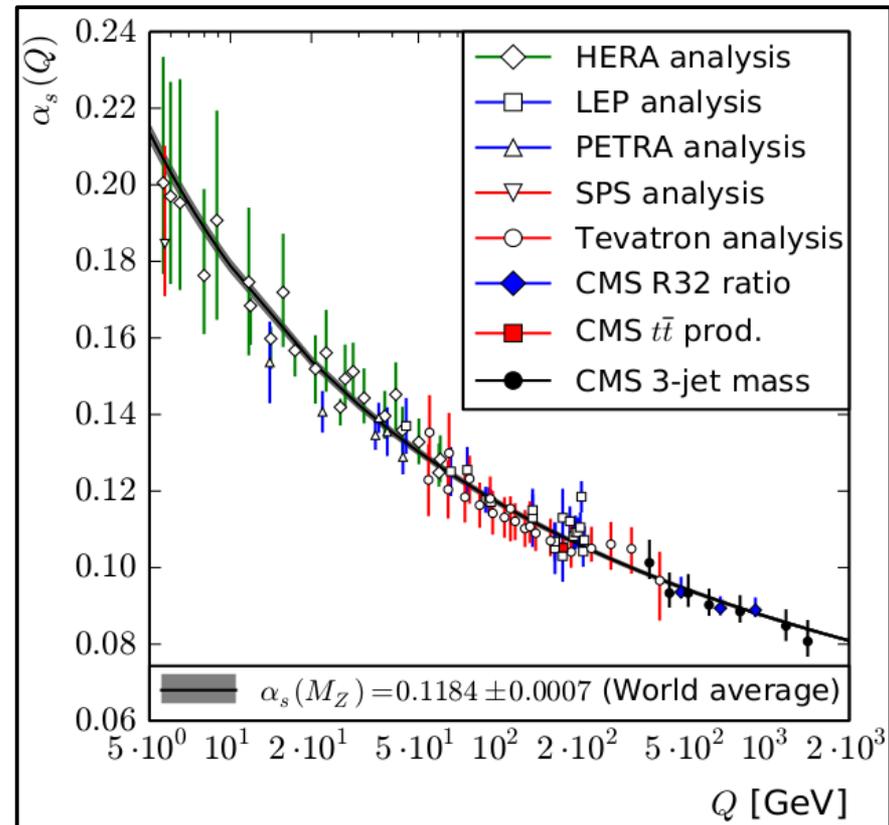
# Laufende Kopplung in QCD

- Gleicher Effekt in QCD aber weniger intuitiv durch **Selbstwechselwirkung** des Gluons:



- “Laufen der Kopplung” berechenbar (RGE):

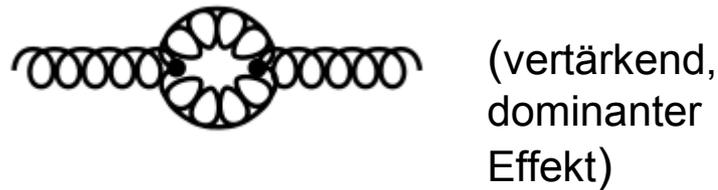
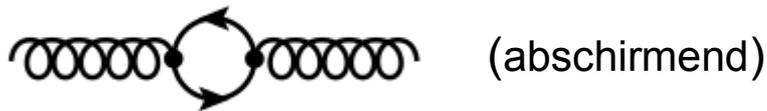
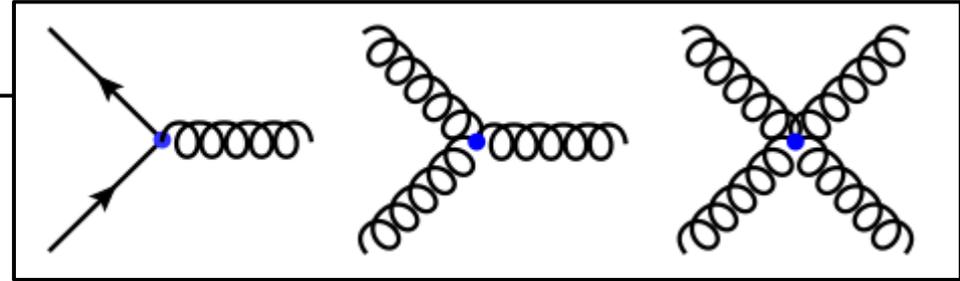
$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 - \frac{\alpha_s(\mu^2)}{12\pi} (11 N_c - 2 N_f) \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}$$



Asymptotische Freiheit

# Laufende Kopplung in QCD

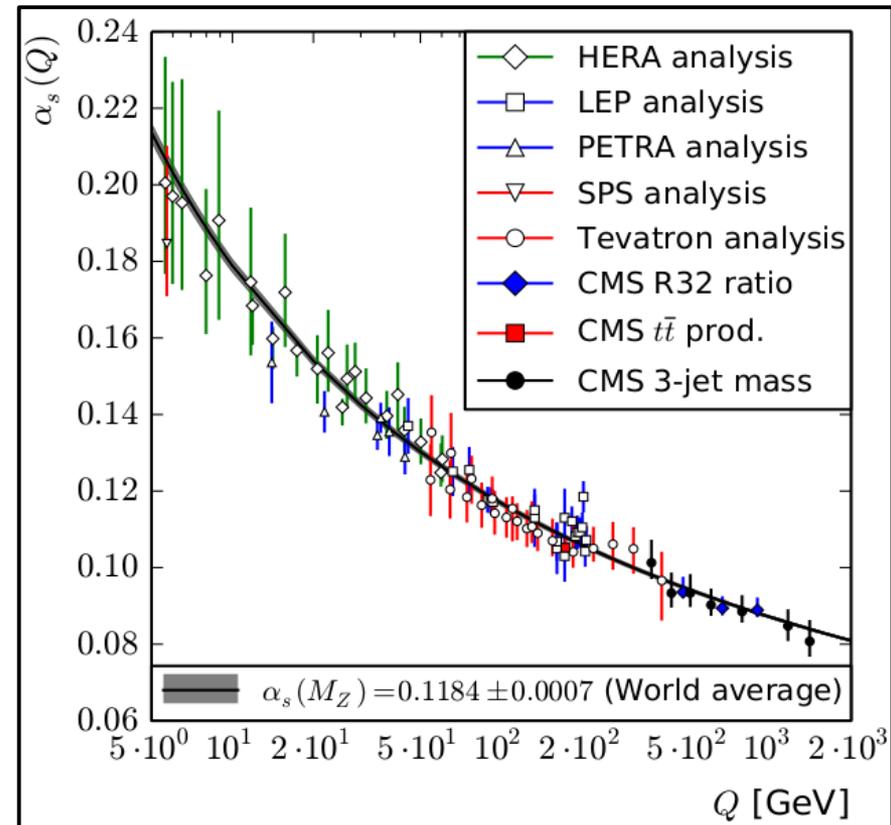
- Gleicher Effekt in QCD aber weniger intuitiv durch **Selbstwechselwirkung** des Gluons:



- “Laufen der Kopplung” berechenbar (RGE):

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 - \frac{\alpha_s(\mu^2)}{12\pi} (11 N_c - 2 N_f) \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}$$

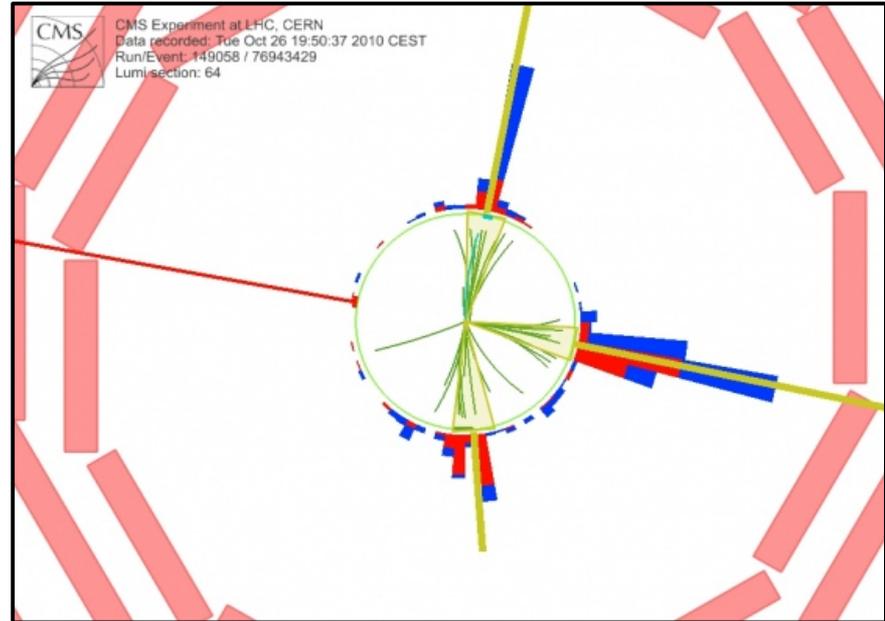
Farbe
Aktive Flavor



Asymptotische Freiheit

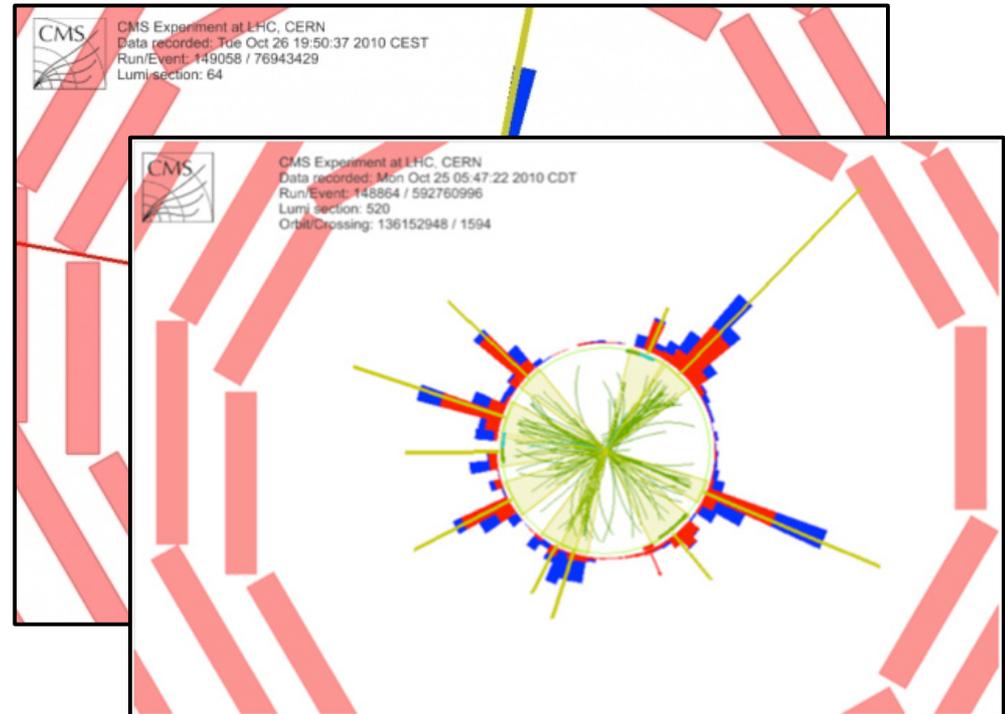
# Confinement und Jets

- Räumliche Trennung von Quarks führt zu **Fragmentierung** (siehe [VL-17 Folie 23](#)):
- Erzeugung von Quark-Antiquark-Paaren aus Vakuum energetisch günstiger als weitere Trennung der Quarks
- Erzeugung farbneutraler Hadronen mit 100% Wahrscheinlichkeit (→ **hadronischer Endzustand**)
- Bei hohen Impulsüberträgen: nur geringe Streuung der Hadronen um Ursprungsrichtung des Quarks
- Berechnung von Quarkeigenschaften aus **Jet-Clustern** möglich



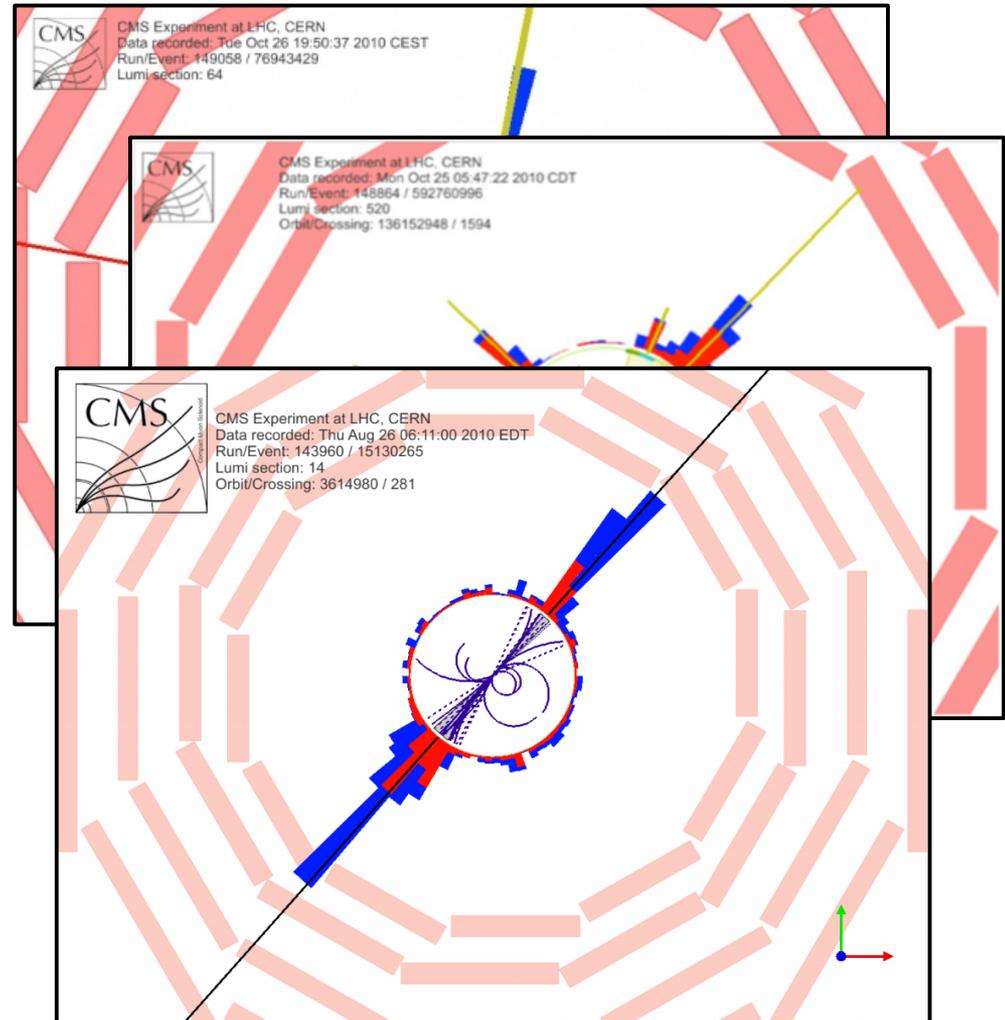
# Confinement und Jets

- Räumliche Trennung von Quarks führt zu **Fragmentierung** (siehe [VL-17 Folie 23](#)):
- Erzeugung von Quark-Antiquark-Paaren aus Vakuum energetisch günstiger als weitere Trennung der Quarks
- Erzeugung farbneutraler Hadronen mit 100% Wahrscheinlichkeit (→ **hadronischer Endzustand**)
- Bei hohen Impulsüberträgen: nur geringe Streuung der Hadronen um Ursprungsrichtung des Quarks
- Berechnung von Quarkeigenschaften aus **Jet-Clustern** möglich



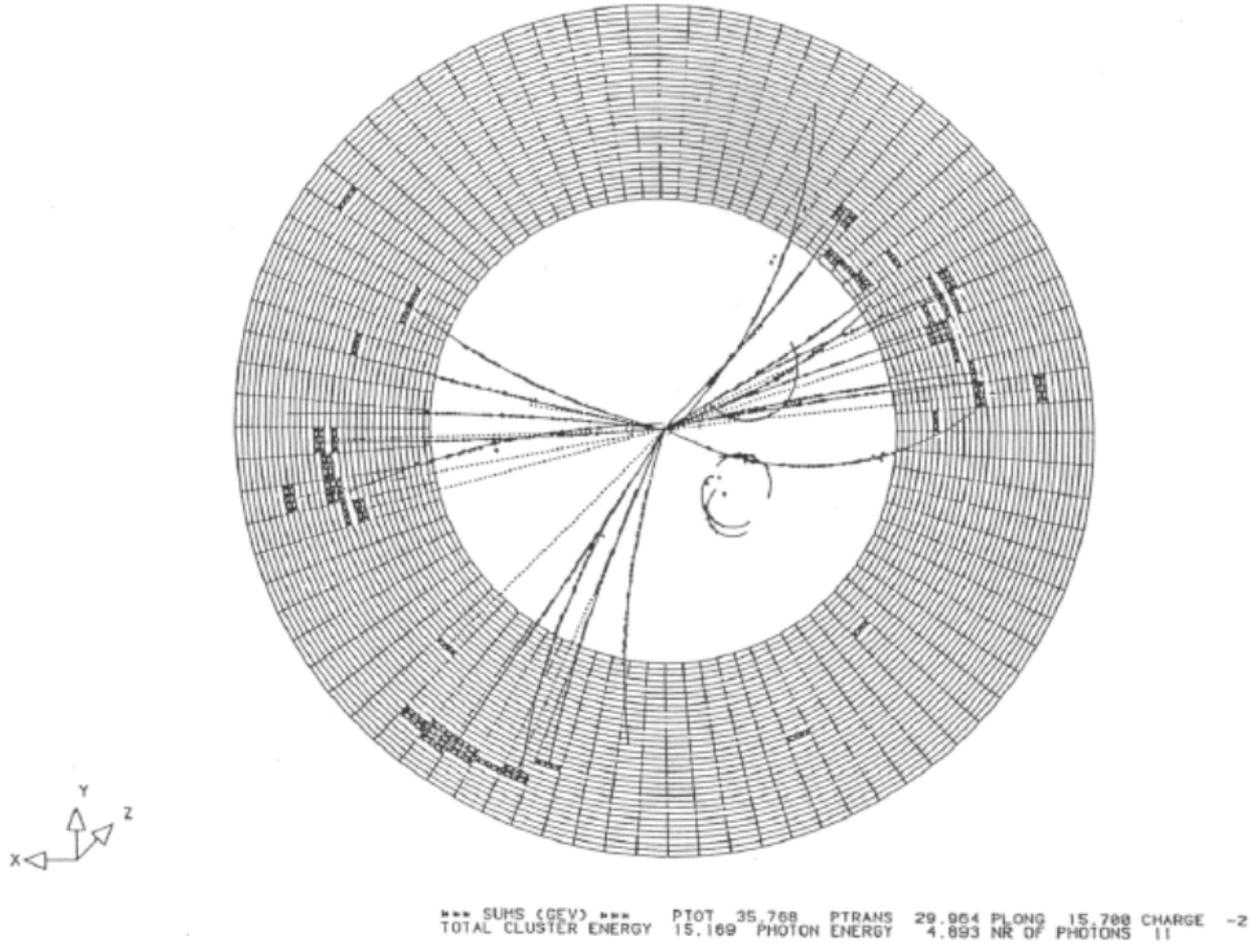
# Confinement und Jets

- Räumliche Trennung von Quarks führt zu **Fragmentierung** (siehe [VL-17 Folie 23](#)):
- Erzeugung von Quark-Antiquark-Paaren aus Vakuum energetisch günstiger als weitere Trennung der Quarks
- Erzeugung farbneutraler Hadronen mit 100% Wahrscheinlichkeit (→ **hadronischer Endzustand**)
- Bei hohen Impulsüberträgen: nur geringe Streuung der Hadronen um Ursprungsrichtung des Quarks
- Berechnung von Quarkeigenschaften aus **Jet-Clustern** möglich



# Entdeckung des Gluons

- Gluon Bremsstrahlung bei Jade DESY 1980





KW-21/22

**4 Kernmodelle**

4.1 Eigenschaften stabler Kerne

4.2 Fermigas und Tröpfchenmodell

4.3 Schalenmodell

4.4 Struktur der Kernkräfte

KW-22

**5 Instabile Kerne**

5.1 Radioaktives Zerfallsgesetz

5.2 Alpha-, Beta-, Gammastrahlen

5.3 Kernspaltung und Kernfusion

KW-23

**6 Anwendungen der Kernphysik**

6.1 Energieerzeugung

6.2 Kernphysik in der Medizin

6.3 Nukleare Thermodynamik

6.4 Nukleare Astrophysik

KW-24

**7 Symmetrien und Erhaltungssätze**

7.1 Symmetrien und Quantenzahlen

7.2 Diskrete und kontinuierliche Symmetrien

7.3 Schlüsselexperimente zu C-, P-, CP-Verletzung

KW-25/26

**8 QCD: Quarks, Gluonen und Hadronen**

8.1 Quarkmodell und Hadronen

8.2 Quarkonium

8.3 Farbwechselwirkung in der QCD

8.4 Struktur der Nukleonen und Partonmodell

