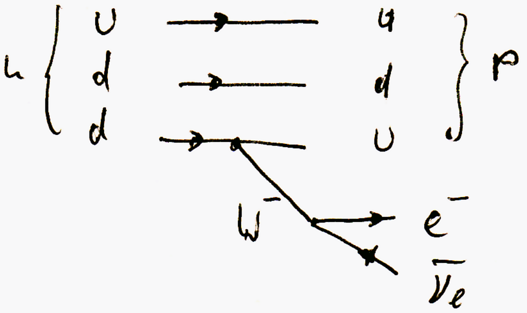
Musterlösung, Nachklausur Mod. Exp. Phys. III 4. Oktober 2012

Aufgabe 1

$$ {}^{14}_{6}C \Rightarrow {}^{14}_{7}N + e^- + \bar{\nu}_e \quad \Rightarrow \beta\text{-Zerfall} $$

1P



Aktivität $A(t) = 5{,}1\,Bq$ pro $40g$

$$\Rightarrow \frac{5{,}1\,Bq}{40g} = \frac{1}{2}\; 0{,}255\; Bq/g$$

$\Rightarrow$ Eine Halbwertszeit $t_{1/2}$ ist abgelaufen

$\Rightarrow$ Alter $t = 5730$ Jahre

1P

$$N(t) = N_0\, e^{-t/\tau} \quad \Rightarrow \quad t = -\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right)\tau$$

$$t_{1/2} = \ln(2)\,\tau \quad \text{für} \quad N(t) = \frac{N_0}{2}$$

$$\sigma_t = \sqrt{\left(\frac{\partial t}{\partial N(t)}\right)^2 \sigma_{N(t)}^2} = \tau\,\frac{1}{N(t)}\,\underbrace{\sigma_{N(t)}}_{\text{Poisson-Statistik: } \sqrt{N(t)}} = \tau\,\frac{1}{\sqrt{N(t)}}$$

1P 1P

$$\frac{\sigma_t}{t_{1/2}} = 0{,}001 = \frac{1}{\ln 2\sqrt{N(t)}} \quad \text{und} \quad N(t) = \underbrace{A(t)}_{\text{Aktivität}} \cdot \underbrace{\Delta t_{mess}}_{\text{Messzeit}}$$

1P

$$N(t) = \left(\frac{1}{0{,}01 \cdot \ln 2}\right)^2 = 20813$$ aber "20000" ist genau genug

<u>Also</u>

$$\Delta t_{mess} = \frac{N(t)}{A(t)} = 4081\,s = 68\,min = 1{,}13\,h$$ 1P

aber "1h" ist genau genug

Aufgabe 2

$L = 0$ $\qquad$ $S = 0$ oder 1

$\Rightarrow J = L + S = 0$ oder 1

<u>Also</u>: $\underbrace{{}^1S_0}_{\text{Singlet}}$ und $\underbrace{{}^3S_1}_{\text{Triplet}}$ 1P

<u>Positronium</u>: $C|e^+e^-\rangle = (-1)^{L+S}|e^+e^-\rangle$ 1P

$$\left.\begin{array}{l} {}^1S_0 \Rightarrow \text{C-Parity ist } +1 \\ {}^3S_1 \Rightarrow \text{C-Parity ist } -1 \end{array}\right\} \text{1P}$$

C-Parity of Photon is -1

<u>Also</u>: ${}^1S_0 \rightarrow 2\gamma$

${}^3S_1 \rightarrow 3\gamma$ 1P

Aufgabe 3

Die Bjorkensche Skalenvariable x gibt, für die Näherung großer Protonimpulse, den Anteil des gestreuten
0,5P
Partons am Gesamtimpuls des Protons an.
0,5P

Es werden zwei Strukturfunktionen benötigt, um die Verteilung der Ladung und des magnetischen Moments im Proton zu beschreiben.
0,5P 0,5P

Die Unabhängigkeit von Q^2 deutet auf die Punktförmigkeit der Partonen hin (Innerhalb der erreichten Auflösung).
1P

Aufgabe 4

$$E_{CMB} = h \frac{c}{\lambda_{CMB}} = 5 \cdot 10^{-16}\,\text{eVs} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}\,\text{m/s}}{0{,}15 \cdot 10^{-3}\,\text{m}} = 10^{-3}\,\text{eV}$$ 1P

$p \bullet \rightarrow \quad \leftarrow \gamma$ frontal-kollision

$$s = (p_p + p_\gamma)^2 = \underbrace{p_p^2}_{= m_p^2} + 2 p_p p_\gamma + \underbrace{p_\gamma^2}_{=0} = m_p^2 + 2 p_p p_\gamma$$ 1P

$$= m_p^2 + 2\left(E_p E_\gamma - \underbrace{\vec{p}_p \vec{p}_\gamma}_{= -|\vec{p}_p||\vec{p}_\gamma| \text{ mit Geometriefaktor } \cos\theta = -1}\right) = m_p^2 + 2\left(E_p E_\gamma + \sqrt{E_p^2 - m_p^2}\, E_\gamma\right)$$

$$\approx m_p^2 + 4 E_p E_\gamma \quad \underline{\text{mit}} \quad E_p \gg m_p \Rightarrow m_p = 0$$ 1P

Im Endzustand

$$s = (p_p + p_{e^-} + p_{e^+})^2 = p_p^2 + 2p_p(p_{e^-} + p_{e^+}) + p_{e^-}^2 + p_{e^+}^2 + 2p_{e^-}p_{e^+}$$ (1P)

An der Schwelle des Prozesses gilt: $|\vec{p}_p| = |\vec{p}_{e^+}| = |\vec{p}_{e^-}| = 0$

$$s = m_p^2 + 2m_e^2 + 2(m_p m_e + m_p m_e + m_e m_e) = m_p^2 + 4m_e^2 + 4m_p m_e$$

$$\simeq m_p^2 + 4m_p m_e \quad \text{da} \quad m_p m_e \gg m_e^2 \Rightarrow m_e^2 \approx 0$$ (1P)

Damit gilt insgesamt

$$m_p^2 + 4E_p E_\gamma = m_p^2 + 4m_p m_e$$

$$\Rightarrow \quad E_p = \frac{m_p m_e}{E_\gamma} = \frac{479\,(\mathrm{MeV})^2}{10^{-3}\,\mathrm{eV}} = 4{,}79 \cdot 10^{17}\,\mathrm{eV}$$ (1P)

Aufgabe 5

Da Nukleonen die Zustände im Kern bevorzugt gepaart besetzen, addieren sich deren Spins bei einer geraden Anzahl von Protonen und Neutronen gerade zu Null. (1P)

Weil zwischen Nukleonen im Mittel eine anziehende Kraft (1P) wirkt, besetzen sie bevorzugt benachbarte Orbitale. Dadurch kommt es zu räumlicher Asymmetrie. Eine solche Deformation lässt sich anhand des Rotationsspektrums oder über eine Aufspaltung der Dipolresonanz (1P) nachweisen.

Aufgabe 6

a) $^{12}_{6}C + p \longrightarrow {}^{13}_{7}N + \gamma$

$^{13}_{7}N \longrightarrow {}^{13}_{6}C + e^{+} + \nu_e$

$^{13}_{6}C + p \longrightarrow {}^{14}_{7}N + \gamma$

$^{14}_{7}N + p \longrightarrow {}^{15}_{8}O + \gamma$

$^{15}_{8}O \longrightarrow {}^{15}_{7}N + e^{+} + \nu_e$

$^{15}_{7}N + p \longrightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{4}_{2}He$

2P

b) $1{,}2g\ C \Rightarrow \frac{1}{10}$ mol

1P

$\Delta E = 4eV \cdot 6 \cdot 10^{23} \cdot \frac{1}{10} = 2{,}4 \cdot 10^{23} eV$

c) $2 \times {}^{12}_{6}C \rightarrow {}^{24}_{12}Mg$

$$\Delta E_b = 2 \times \left[a_a A - a_v A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_p \frac{(A-2Z)^2}{A} \right] - \left[a_a 2A - a_v (2A)^{2/3} - a_c \frac{4Z^2}{(2A)^{1/3}} - a_p \frac{4(A-2Z)^2}{2A} \right]$$

1P

$$= a_v \underbrace{\left((2A)^{2/3} - A^{2/3} \right)}_{3\,MeV} + a_c \underbrace{\left(\frac{4Z^2}{(2A)^{1/3}} - \frac{Z^2}{A^{1/3}} \right)}_{34\,MeV} \simeq 71\,MeV$$

1P

$\Delta E = \Delta E_b \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10^{23} = 2{,}1 \cdot 10^{30} eV$

Brenndauer der Sonne reduziert sich um Faktor $\simeq 10^7$ 1P

auf $\simeq 100$ Jahre.

(Dies ist keine sehr realistische Abschätzung.)

c) Massenenergie

$$mc^2 = 12\,\text{GeV}$$

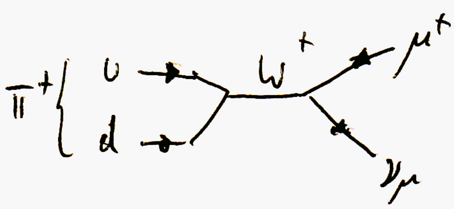
$$\Rightarrow \Delta E = 12\,\text{GeV} \cdot \frac{1}{10} \cdot 6 \cdot 10^{23} = 7{,}2 \cdot 10^{32}\,\text{eV}$$ 1P

Diese Energie wird freigesetzt beim Fall in ein schwarzes Loch. 1P

Aufgabe 7

a) Myonen: μ^+, μ^- 0,5P

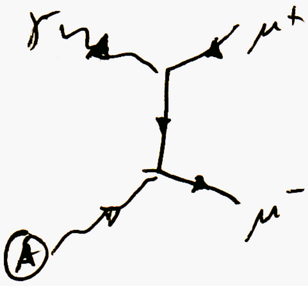
b) Pionen $\pi^{+/-}$ Kaonen $K^{+/-}$



0,5P

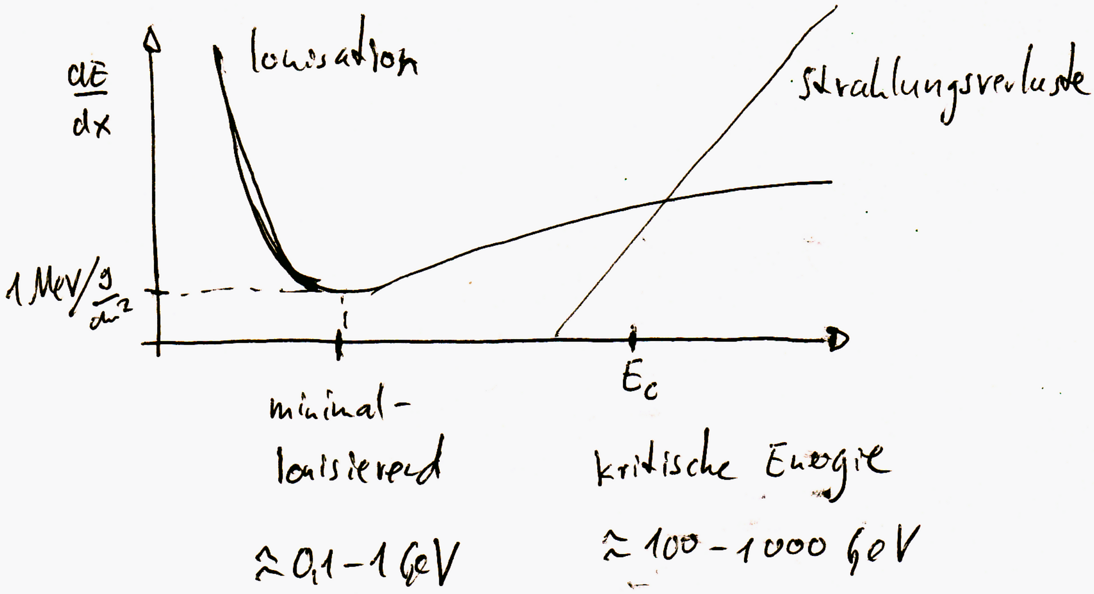
0,5P

Paarerzeugung



0,5P

c) Myonen - Energieverlust



0,5P

$\Rightarrow$ Myonen in Luftschauern haben typische Energien vom 1 - 100 GeV und sind damit im Bereich Nahe der minimal-Ionisation. Strahlungsverluste werden erst bei $E_\mu > 100$ GeV wichtig. 1P

d) α - Strahlen: Blatt Papier

β - Strahlen: z.B. wenige mm Alu Blech

γ - Strahlen: mehrere Meter Beton, oder 10cm Stahl/Blei

0,5P

Aufgabe 8

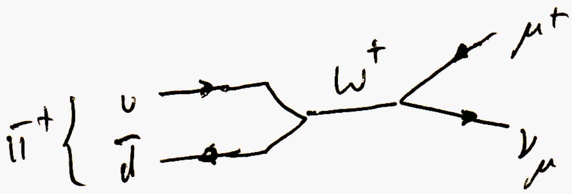
a) $I = 1 \Rightarrow$ u+d Quarks

$S = 0 \Rightarrow$ kein s-Quark

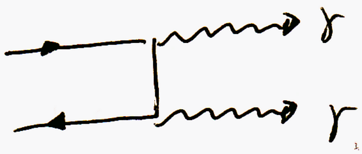
$q = 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$ also π^0 1P

b) $\pi^+ (u\bar{d})$, $\pi^- (\bar{u}d)$ 1P

c)



π^0 $\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$



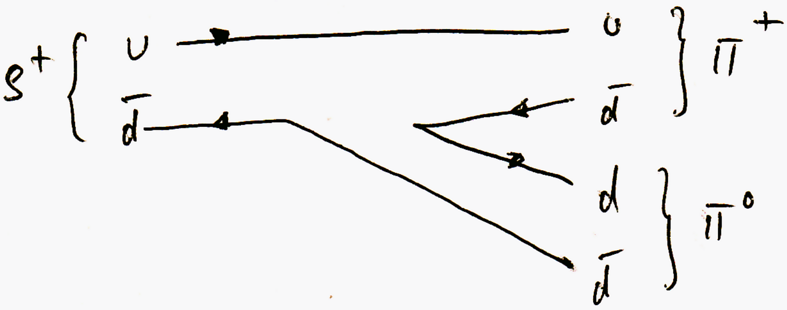
1P

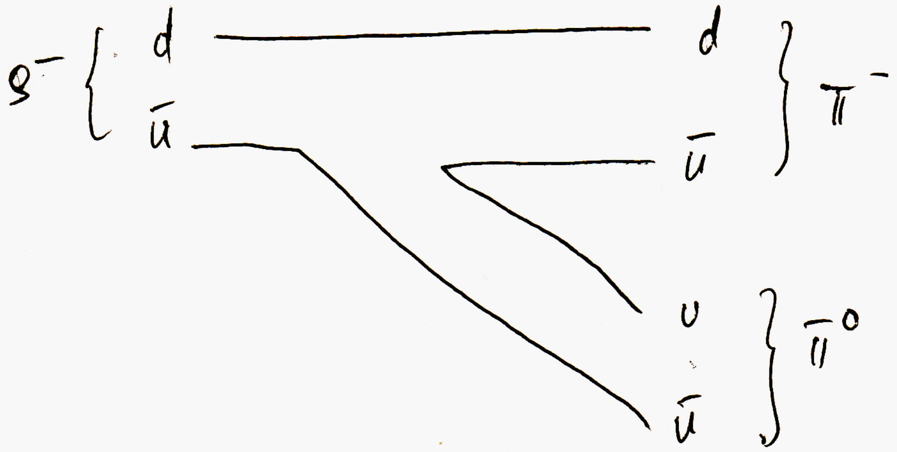
d) Dies sind die leichtesten Hadronen, sie können also nicht weiter hadronisch zerfallen. 1P

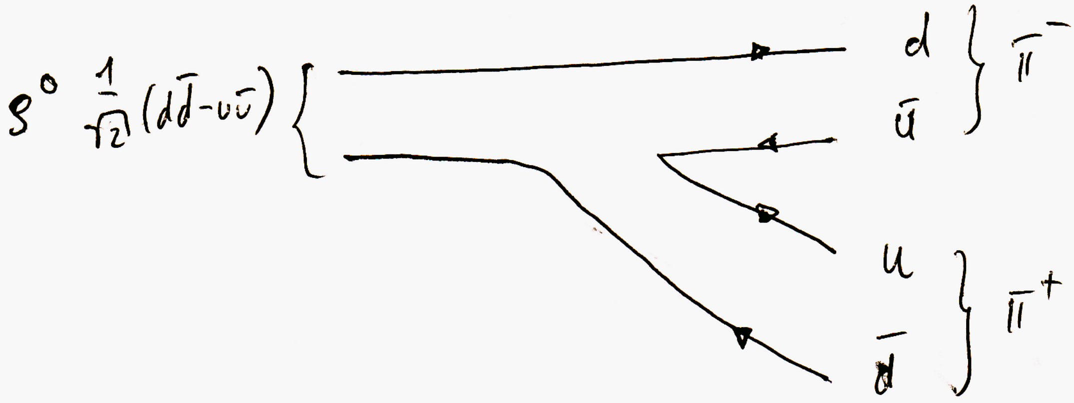
e) $S = 1$: ρ^+, ρ^-, ρ^0 (gleicher Quark-Content wie Pionen) 1P

f) hadronische Zerfälle. $M(\rho) \approx 750$ MeV $M(\pi) \approx 140$ MeV

1P

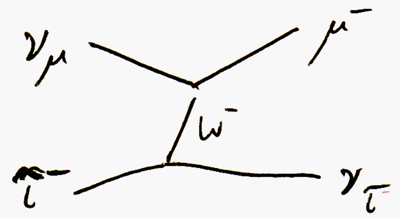






Aufgabe 9

a)



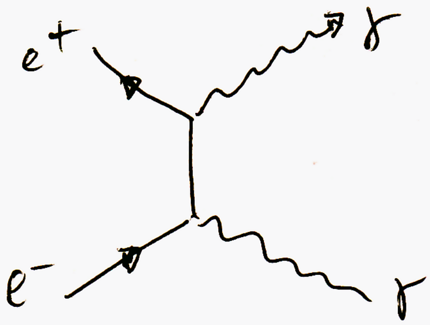
1P

b) Leptonenzahl Verletzung. Anfang $L=L_e=L_\mu=0$. Ende $L_e=1$ 1P
$L_\mu=-1$

c) Energie/Impulserhaltung im Ruhesystem
verletzt

1P

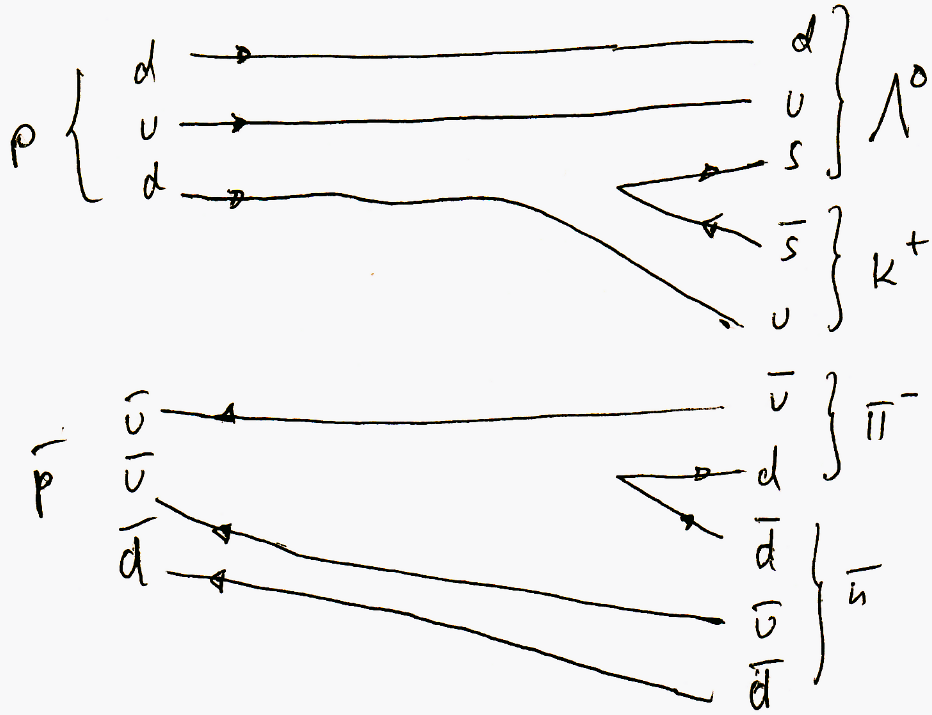
d)



1P

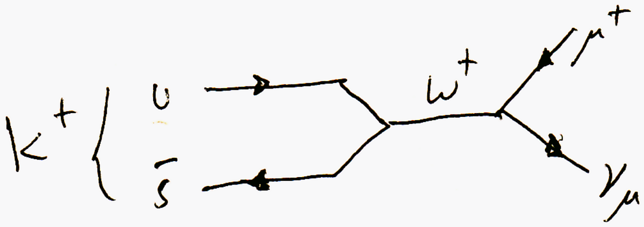
e) Energie-, Masse-, Impuls-Verletzung (1P)

f)



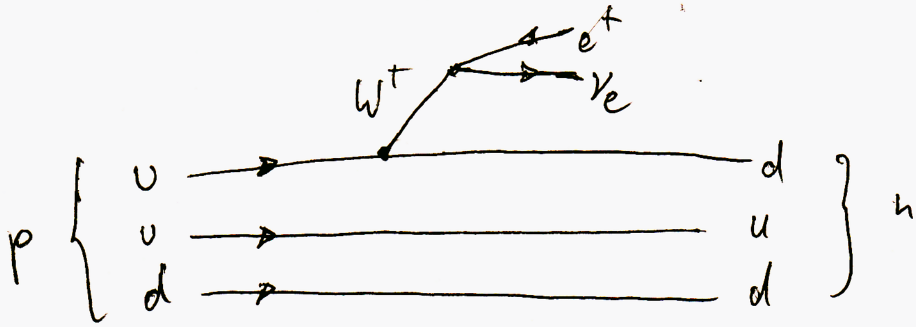
(1P)

g)



(1P)

h)



(1P)

Da $m(p) < m(n)$, ist das freie Proton stabil. Allerdings kann es in der Schalenstruktur eines Kernes in ein energetisch tiefer liegendes Neutron zerfallen (β^+-Reaktion).

~~Error doing ioctl: Input/output error~~