Übungen Physik VI (Kerne und Teilchen)

Sommersemester 2010

Übungsblatt Nr. 04

Bearbeitung bis 20.05.2010

Aufgabe 1: N–N Potenzial

a) Betrachten Sie ein System aus zwei Nukleonen in einer relativen S Welle ($L = 0$). Welches sind die möglichen Spin/Isospin Zustände?

b) Weshalb ist kein gebundener Zustand für $S = 0$ einer beliebigen Kombination mit zwei Nukleonen bekannt (nn,pn,pp)?

c) Warum ist es aber dann möglich ein gebundenes System von p und n im Zustand $S = 1$ zu beobachten?

Aufgabe 2: Kernfusion in der Sonne und der Gamow Peak

Bei der Proton-Proton Fusion müssen die Wasserstoffkerne die Coulombbarriere E_c^{pp} überwinden. Nehmen Sie an, dass die starke Kernkraft bei einer typischen Entfernung von $r_c = 1\,\text{fm}$ zu dominieren beginnt.

a) Welche Energie E_c^{pp} ist notwendig, um die pp-Fusion zu ermöglichen?

Nehmen die dabei an, dass das Gas in der Sonne nicht entartet ist und sich im thermischen Gleichgewicht befindet. In diesem Fall kann die Maxwell-Boltzmann Verteilung, wie folgt geschrieben werden.

$$\phi(v)\mathrm{d}v = 4\pi v^2 \left(\frac{\mu}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\mu v^2}{2kT}}\mathrm{d}v$$

Dabei sind μ die reduzierte Masse, v die Teilchengeschwindigkeit und T die Temperatur.

b) Die Energie für die Überwindung des Coulombpotenzials kann durch die Kerntemperatur der Sonne bereitgestellt werden. Welche Temperatur entspricht der klassischen Schwellenenergie E_c^{pp}? Welche Konsequenzen ergeben sich daraus für bestehende Sterne?

c) Die Kerntemperatur der Sonne beträgt $T_c \approx 1,5 \cdot 10^7\,\text{K}$. Wie groß ist die thermische Energie E_p der Protonen in diesem Fall? Wer Anteil der Protonen hätte nach $\phi(E)\mathrm{d}E$ eine ausreichende Energie, um die Coulombbarriere zu überwinden? Betrachten Sie die Größenordnung des Verhältnisses $\frac{\phi(E_c^{pp})}{\phi(E_p)}$ bei der Kerntemperatur T_c und überlegen Sie sich, was daraus gefolgert werden kann.

d) Die obigen Probleme können auch durch einen quantenmechanischen Ansatz gelöst werden. Die Wahrscheinlichkeit für das Tunneln durch die Coulombbarriere ist gegeben als

$$P_{\text{coul}} = e^{-2\pi\eta}$$

mit dem Sommerfeld-Parameter $\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v}$. Durch Einführen der Gamow Energie $\sqrt{E_G} = b = \frac{2\pi Z_1 Z_2 e^2}{\hbar}\sqrt{\frac{\mu}{2}}$ kann die Tunnelwahrscheinlichkeit wie folgt geschrieben werden:

$$P_{\text{coul}} = e^{-\frac{b}{\sqrt{E}}} = e^{-\sqrt{\frac{E_G}{E}}}.$$

Um die Wechselwirkungsrate $r(v) = N_x N_y \cdot \langle \sigma v \rangle \frac{1}{1+\delta_{xy}}$ zu berechnen, muss zunächst der Erwartungswert $\langle \sigma v \rangle$ bestimmmt werden:

$$\langle \sigma v \rangle = \int_0^\infty \sigma(v)\phi(v)v\mathrm{d}v$$

Der Wirkungsquerschnitt ist

$$\sigma(E) = \frac{1}{E} S(E) e^{-\frac{b}{\sqrt{E}}}.$$

Hinweise:
$S(E)$ ist der sogenannte „astrophysikalische S-Faktor“ und beinhaltet die Kernstruktur und Wechselwirkung. Es ist wichtig, dass $S(E)$ nur eine geringe Energieabhängigkeit aufweist und daher als konstant betrachtet werden kann. Im letzten Schritt muss die Maxwell-Boltzmann Verteilung verwendet werden:

$$\phi(E)\mathrm{d}E = \left(\frac{8\pi}{\mu}\right)\left(\frac{\mu}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot E \cdot e^{-\frac{E}{kT}}\mathrm{d}E.$$

Betrachten Sie nun nur den exponentiellen Teil von $\langle \sigma v \rangle$ innerhalb des Integrals und berechnen Sie die Maximalenergie E_0. Der Punkt bei E_0 wird als „Gamow Peak“ bezeichnet und ist optimal für Kernreaktionen. Vergleichen Sie das Ergebnis für E_0 mit der klassischen Rechnung.

Aufgabe 3: Strukturfunktion

Skizzieren Sie die Strukturfunktion des Protons $F_2(x)$ für ein festes Q^2 unter der Annahme, dass das Proton

a) ein einziges elementares Teilchen ist

b) aus drei nicht wechselwirkenden Valenzquarks besteht

c) aus drei wechselwirkended Valenzquarks besteht

d) aus Valenz- und Seequarks sowie Gluonen besteht.

Zeichnen Sie zu jedem der vier Fälle ein Feynmandiagramm der ep-Streuung.