Übungen Physik VI (Kerne und Teilchen)

Sommersemester 2010

Übungsblatt Nr. 9 Bearbeitung bis 01.07.2010 Abgabedatum

Aufgabe 1: D^0-Zerfall

Zeichnen Sie die Feynmandiagramme für die Zerfälle des D^0-Mesons (Quarkzusammensetzung $c\bar{u}$) in $K^-\pi^+$ bzw. $\pi^-\pi^+$. Schätzen Sie die Größenordnung des Verhältnisses der partiellen Breiten $\Gamma(D^0 \to K^-\pi^+)/\Gamma(D^0 \to \pi^-\pi^+)$ ab.

Aufgabe 2: K^0-Erzeugung

Mit einem π^--Strahl, der auf ein stationäres Protontarget geschossen wird, sollen durch starke Wechselwirkung neutrale K-Mesonen erzeugt werden. In einem gewissen Bereich des Pion-Impulses können nur K^0-Mesonen jedoch keine $\bar{K}^0$-Mesonen erzeugt werden.

a) Welchen Impuls müssen die Pionen mindestens haben, um K^0-Mesonen erzeugen zu können, und wie sieht in diesem Fall die Reaktionsgleichung aus?

b) Ab welchem Pion-Impuls können auch $\bar{K}^0$-Mesonen erzeugt werden und über welche Reaktion?

Aufgabe 3: Teilchenreaktionen

Begründen Sie, weshalb folgende Reaktionen nicht erlaubt, bzw. stark unterdrückt sind:

a) $p + \pi^+ \to K^+ + \Lambda^0$

b) $p \to n + \pi^+$

c) $\Lambda^0 \to \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e$

d) $J/\psi \to \gamma + \gamma$

e) $\nu_\mu + p \to \mu^+ + n$

f) $e^- + \gamma \to e^-$

Geben Sie die Art der (dominierenden) Wechselwirkung folgender Reaktionen an:

g) $p + K^- \to \Sigma^+ + \pi^- + \pi^+ + \pi^- + \pi^0$

h) $\bar{\Sigma}^0 \to \bar{\Lambda}^0 + \gamma$

i) $n + p \to \Lambda^0 + K^0 + p$

j) $J/\psi \to \mu^+ + \mu^-$

k) $K^- \to \pi^- + \pi^0$

l) $\tau^- \to \pi^- + \nu_\tau$

m) $\nu_e + p \to e^- + \pi^+ + p$

n) $\pi^0 \to \gamma + e^+ + e^-$

o) $\bar{\Delta}^0 \to \bar{n} + \pi^0$

Geben Sie außerdem für alle Reaktionen die Quarkzusammensetzung der beteiligten Hadronen an.

Aufgabe 4: $SU(2)$-Symmetrie

Die Darstellung von Spins in einem Spin-1/2-System durch zweidimensionale Spinoren kann analog auf das Isospindublett aus u- und d-Quark übertragen werden:

$$\begin{aligned} u\text{-Quark} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{(Isospin up)} \\ d\text{-Quark} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{(Isospin down)} \end{aligned}$$

Durch eine $SU(2)$-Transformation kann z.B. ein u-Quark in ein d-Quark umgewandelt werden oder umgekehrt. Da der Isospin in der starken Wechselwirkung erhalten ist, hat eine solche Transformation keine Auswirkungen auf diese Wechselwirkung. Dies gilt für alle möglichen $SU(2)$-Transformationen im dreidimensionalen Isospinraum. Diese Transformationen U, die $U^+U = UU^+ = 1$ und $\det U = 1$ erfüllen müssen, sind durch folgende Formel gegeben:

$$U = \exp\left(\frac{1}{2} i\theta \hat{\mathbf{n}} \cdot \tau\right) = \mathbf{1}\cos\frac{\theta}{2} + i\hat{\mathbf{n}} \cdot \tau \sin\frac{\theta}{2}$$

Dabei ist $\mathbf{1}$ die Einheitsmatrix, θ der Drehwinkel, $\hat{\mathbf{n}}$ ein dreidimensionaler Einheitsvektor, der die Drehachse im Isospinraum angibt, und τ ein Vektor von drei 2×2-Matrizen:

$$\tau = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} \quad \tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Durch eine solche $SU(2)$-Transformation wird ein beliebiger Isospinor $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$ mit der Isospin-up-Komponente u und der Isospin-down-Komponente d überführt in einen im Isospinraum gedrehten Isospinor $\begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix}$:

$$\begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix} = U \cdot \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

a) Bestimmen Sie die Matrizen U_1, U_2 und U_3 für die Rotation um die drei Achsen im Isospinraum ($n_1 = (1,0,0)$, $n_2 = (0,1,0)$, $n_3 = (0,0,1)$) und wenden Sie diese auf den Isospinor $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$ an.

b) Zeigen Sie, dass für Antiquarks dieselben Transformationsmatrizen U verwendet werden können, wenn man das Isospindublett als $\begin{pmatrix} \bar{d} \\ -\bar{u} \end{pmatrix}$ definiert[1]:

$$\begin{pmatrix} \bar{d}' \\ -\bar{u}' \end{pmatrix} = U \cdot \begin{pmatrix} \bar{d} \\ -\bar{u} \end{pmatrix}$$

Wenden Sie dazu die Ladungskonjugation ($u \to \bar{u}$, $d \to \bar{d}$ und komplex konjugieren) auf den um U_1, U_2 bzw. U_3 gedrehten Spinor $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$ aus dem vorigen Aufgabenteil an, und vergleichen Sie diese Spinoren mit den um U_1, U_2 bzw. U_3 gedrehten Spinoren $\begin{pmatrix} \bar{d} \\ -\bar{u} \end{pmatrix}$.

c) Zeigen Sie, dass das ω-Meson ($\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$) ein Isospin-Singulett ist, indem Sie die Invarianz unter Rotation um jede der drei Achsen zeigen. Was ändert sich an der Argumentation, wenn man statt des ω-Mesons die η-Mesonen betrachtet? Wie wirken sich Isospin-Transformationen auf das ϕ-Meson aus?

d) Drehen Sie das π^+-Meson ($u\bar{d}$) im Isospinraum um 90° bzw. 180° einmal um die erste und einmal um die zweite Achse ($U_1(90°)\pi^+$, $U_1(180°)\pi^+$, $U_2(90°)\pi^+$, $U_2(180°)\pi^+$). Welche Zustände erhalten Sie?

[1] Bei der Ladungskonjugation ändern die additiven Quatenzahlen ihr Vorzeichen, d.h. $I_3(\bar{u}) = -1/2$ (Isospin down) und $I_3(\bar{d}) = +1/2$ (Isospin up)