

Übungen Physik VI (Kerne und Teilchen)

Sommersemester 2010

Übungsblatt Nr. 10

Bearbeitung bis 08.07.2010

Aufgabe 1: Parität und Drehimpuls

Das K^+ -Meson hat Spin 0 und zerfällt hauptsächlich durch die Reaktion $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$. Skizzieren Sie die Richtung des Impulses und des Spins von Myon und Neutrino im Ruhesystem des Kaons. Wenden Sie auf diesen Zerfallsprozess nun jeweils den Paritätsoperator P , den C -Paritätsoperator C sowie die Kombination beider Operatoren CP an und skizzieren Sie die daraus resultierenden Impulse und Spins. Welche dieser drei resultierenden Reaktionen treten nicht auf und warum?

Aufgabe 2: Parität und Drehimpuls

Die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p$ verläuft bei einer Schwerpunktsenergie von 1232 MeV praktisch vollständig über die Bildung eines resonanten Zwischenzustandes, der Deltaresonanz $\Delta^{++}(1232)$ (Spin $3/2$, Parität $+1$, Zerfallsbreite 120 MeV).

- Bei welchem Impuls des einlaufenden Pions liegt das Maximum der Resonanz, wenn das Proton im Laborsystem ruht? Welche Lebensdauer hat die Deltaresonanz?
- Bei welchem Bahndrehimpuls des $\pi^+ p$ -Systems tritt die Resonanz auf?

Aufgabe 3: K^0 -Oszillation

Zum Zeitpunkt $t = 0$ werden am Ort $x = 0$ $N_0 = 10000$ K^0 -Mesonen erzeugt, die sich mit einem Impuls von $p = p_x = 1$ GeV/c durch Vakuum bewegen. Durch Prozesse zweiter Ordnung der schwachen Wechselwirkung wird aus dem reinen K^0 -Strahl für Zeiten $t > 0$ eine Mischung aus K^0 - und \bar{K}^0 -Mesonen. Im Folgenden soll die CP-Verletzung vernachlässigt werden, d.h. $|K_S^0\rangle \equiv |K_1^0\rangle$ und $|K_L^0\rangle \equiv |K_2^0\rangle$.

- Zeigen Sie, dass die Anzahl von K_S^0 -, K_L^0 -, K^0 - und \bar{K}^0 -Mesonen als Funktion der Zeit t im Kaon-Ruhesystem gegeben ist durch ($\hbar = c = 1$):

$$\begin{aligned} N_{K_S^0}(t) &= \frac{N_0}{2} e^{-\Gamma_S t} \\ N_{K_L^0}(t) &= \frac{N_0}{2} e^{-\Gamma_L t} \\ N_{K^0}(t) &= \frac{N_0}{4} [e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + 2 \cos(\Delta m t) e^{-\Gamma t}] \\ N_{\bar{K}^0}(t) &= \frac{N_0}{4} [e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} - 2 \cos(\Delta m t) e^{-\Gamma t}] \end{aligned}$$

mit

$$\Delta m = |m_S - m_L| \quad , \quad \Gamma_{S/L} = \frac{1}{\tau_{S/L}} \quad , \quad \Gamma = \frac{\Gamma_S + \Gamma_L}{2}$$

Dabei ist $m_{S/L}$ die Masse und $\tau_{S/L}$ die Lebensdauer von K_S^0 - bzw. K_L^0 -Mesonen. Verwenden Sie für die Herleitung folgenden Ansatz für die Wellenfunktion von K_S^0 - bzw. K_L^0 -Mesonen

$$|K_{S/L}^0\rangle(t) = A_{S/L} \cdot e^{-im_{S/L}t} \cdot e^{-\Gamma_{S/L}t/2}$$

mit $A_{S/L}$ als konstantem Normierungs- und Phasenfaktor. Es gilt die Beziehungen $|K_S^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)$ und $|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle)$.

- b) Stellen Sie die Anzahl von K_S^0 -, K_L^0 -, K^0 - und \bar{K}^0 -Mesonen graphisch dar für das Zeitintervall von 0 bis $2 \cdot 10^{-9}$ s. Welcher Strecke entspricht dieser Zeitraum? Verwenden Sie $\Delta m = 5.3 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$.

Aufgabe 4: Leptonisches Verzweigungsverhältnis im Pionzerfall

Beim Pionzerfall über die schwache Wechselwirkung wird eine maximale Verletzung der Parität beobachtet, d.h. es werden nur linkshändige Neutrinos bzw. rechtshändige Antineutrinos erzeugt.

- a) Betrachten Sie den Pionzerfall im Ruhesystem:

$$\begin{array}{ll} \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu & \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \\ \pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e & \pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e \end{array}$$

Berechnen Sie die Impulse von μ , ν_μ und e und ν_e , sowie die zugehörigen Energien E_μ , E_e und die relativistischen Geschwindigkeiten β_μ bzw. β_e .

- b) Bestimmen Sie nun das Verzweigungsverhältnis R zwischen den beiden möglichen Zerfallskanälen in μ und e . Betrachten Sie dazu nur das Verhältnis der Phasenräume

$$R_\phi = \frac{\phi_e}{\phi_\mu} \quad \text{mit} \quad \phi = \frac{dN}{dE_0} \propto p^2 \frac{dp}{dE_0}.$$

Welcher Zerfallskanal ist demnach bevorzugt?

- c) Beachten Sie nun die Linkshändigkeit der Leptonen. Aufgrund der Drehimpulserhaltung muss das geladene Lepton rechtshändig emittiert werden, es hat demnach die „falsche“ Helizität. Die Wahrscheinlichkeit ein solches rechtshändiges und nicht masseloses Teilchen zu erzeugen, ist gegeben durch

$$W_{RH} = \frac{1}{2}(1 - \beta).$$

Berechnen Sie nun erneut das Verzweigungsverhältnis R und beziehen Sie die Wahrscheinlichkeit W_{RH} mit ein. Welcher Zerfallskanal ist nun bevorzugt (Annahme: $m_\nu = 0$)? Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem in der Vorlesung gegebenen experimentellen Wert.

Aufgabe 5: Neutrinos

Neutrinos sind neutrale Elementarteilchen, die eine sehr geringe Wechselwirkungswahrscheinlichkeit mit gewöhnlicher Materie haben. Das hat den Vorteil, dass der Neutrino-Nachweis einen Einblick in Bereiche erlaubt, die von Materie verdeckt sind (z.B. in das Innere der Sonne). Da Neutrinos keine Ladung tragen, zeigen sie zudem immer auf ihre Quelle, was Astrophysiker besonders interessiert. Leider hat die geringe Wechselwirkungswahrscheinlichkeit den Nachteil, dass es sehr schwierig ist Neutrinos nachzuweisen.

- a) Kernreaktoren sind die stärksten künstlichen Neutrinoquellen auf der Erde. Erstmals wurden Elektronantineutrinos aus dem Savannah River Reaktor über den inversen β -Zerfall $p + \bar{\nu}_e \rightarrow n + e^+$ mit einem ruhenden Proton nachgewiesen. Welche Mindestenergie muss das Neutrino haben, um diese Reaktion zu induzieren?
- b) In Luftschauern werden Neutrinos hauptsächlich über den Zerfall geladener Pionen erzeugt. Zeigen Sie, dass etwa doppelt so viele Myon-Neutrinos wie Elektron-Neutrinos erzeugt werden, also

$$\frac{N(\nu_\mu)}{N(\nu_e)} \approx 2.$$

Hinweise:

- Das beim Pionzerfall produzierte Myon sei als hinreichend niederenergetisch angenommen, so dass es ebenfalls zerfällt, bevor es die Erdoberfläche erreicht.
 - Unter Myon-Neutrinos seien hier auch Myon-Antineutrinos gezählt, analog bei Elektron-Neutrinos.
- c) Im Jahre 2002 wurde ein über 40 Jahre andauerndes Problem der solaren (d.h. aus der Sonne kommenden) Neutrinos gelöst. Erstmals konnten experimentell Neutrino-Oszillationen nachgewiesen und damit die Messungen der Neutrino-Flüsse in Übereinstimmung mit den Modellen der Funktionsweise der Sonne gebracht werden. Neutrino-Oszillation bedeutet, dass sich verschiedene Neutrino-Sorten ineinander umwandeln können und dass Neutrinos Ruhemasse haben. Berechnen Sie den Fluss solarer Neutrinos auf der Erde (Anzahl der Neutrinos pro cm^2 und Sekunde). *Hinweise:*
- Die Solarkonstante (Strahlungsenergie pro Fläche auf der Erde) ist $S = 1.37 \text{ kW}/m^2$.
 - Pro Reaktionszyklus $4p \rightarrow 4He + 2e^+ + 2\nu_e$ wird in der Sonne im Mittel $Q_\gamma = 26.2 \text{ MeV}$ Strahlungsenergie erzeugt.