Übungen Physik VI (Kerne und Teilchen)
Sommersemester 2010

Übungsblatt Nr. 10

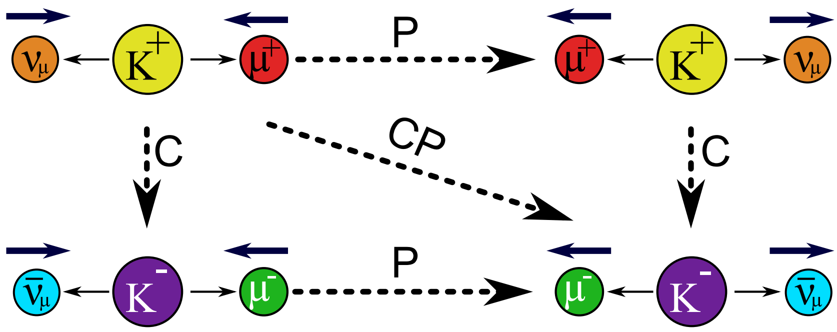
Bearbeitung bis 08.07.2010

Aufgabe 1: Parität und Drehimpuls

Das K^+-Meson hat Spin 0 und zerfällt hauptsächlich durch die Reaktion $K^+ \to \mu^+\nu_\mu$. Skizzieren Sie die Richtung des Impulses und des Spins von Myon und Neutrino im Ruhesystem des Kaons. Wenden Sie auf diesen Zerfallsprozess nun jeweils den Paritätsoperator P, den C-Paritätsoperator C sowie die Kombination beider Operatoren CP an und skizzieren Sie die daraus resultierenden Impulse und Spins. Welche dieser drei resultierenden Reaktionen treten nicht auf und warum?

Lösung:

Da das Kaon Spin 0 hat, müssen die Spins von Muon und Neutrino antiparallel sein. Außerdem muss der Spin des Neutrinos antiparallel zu seinem Impuls sein, da es linkshändig und masselos ist. Damit erhält man folgendes Bild für die Impulse $\longrightarrow$ (dünner Pfeil) und Spins $\Rightarrow$ (dicker Pfeil):



Der Paritätsoperator ändert die Impulsrichtung der Teilchen, nicht jedoch deren Spinausrichtung. Dadurch erhält man ein rechtshändiges Neutrino, das es laut Standardmodell nicht gibt.

Der C-Operator wandelt Teilchen in ihre Antiteilchen um, ändert die Impulse und Spins aber nicht. Somit hat man ein Antineutrino mit negativer Helizität, was experimentell nicht beobachtet wird.

Die Anwendung von P- und C-Operator zusammen ergibt jedoch wieder eine erlaubte Reaktion.

Aufgabe 2: Parität und Drehimpuls

Die Reaktion $\pi^+ p \to \pi^+ p$ verläuft bei einer Schwerpunktsenergie von 1232 MeV praktisch vollständig über die Bildung eines resonanten Zwischenzustandes, der Deltaresonanz $\Delta^{++}(1232)$ (Spin 3/2, Parität +1, Zerfallsbreite 120 MeV).

a) Bei welchem Impuls des einlaufenden Pions liegt das Maximum der Resonanz, wenn das Proton im Laborsystem ruht? Welche Lebensdauer hat die Deltaresonanz?

b) Bei welchem Bahndrehimpuls des $\pi^+ p$-Systems tritt die Resonanz auf?

Lösung:

a)

$$\begin{aligned} s &= (\mathbf{p}_p + \mathbf{p}_\pi)^2 = (m_p + \sqrt{p_\pi^2 + m_\pi^2})^2 - p_\pi^2 \\ &= m_p^2 + 2m_p\sqrt{p_\pi^2 + m_\pi^2} + p_\pi^2 + m_\pi^2 - p_\pi^2 \\ &\Rightarrow 4m_p^2(p_\pi^2 + m_\pi^2) = (s - m_p^2 - m_\pi^2)^2 \\ &\Rightarrow p_\pi = \sqrt{\frac{(s - m_p^2 - m_\pi^2)^2}{4m_p^2} - m_\pi^2} = 298.3 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Die Lebensdauer τ ergibt sich aus der Zerfallsbreite Γ:

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = 5.5 \cdot 10^{-24} \text{ s}$$

Diese sehr kurze Lebensdauer zeigt, dass es sich um einen Prozess der starken Wechselwirkung handelt.

b) Das Pion hat Spin 0 und das Proton Spin 1/2. Der Gesamtspin S ist also 1/2. Um auf den Spin $J = L + S = 3/2$ der Deltaresonanz zu kommen, muss der Bahndrehimpuls L entweder 1 oder 2 sein.

Um zwischen diesen beiden Möglichkeiten zu entscheiden, wird die Parität betrachtet. Die Parität des $p\pi$-Systems $P_{p\pi}$ setzt sich zusammen aus der Parität des Proton $P_p = +1$, der Parität des Pion $P_\pi = -1$ und der Bahndrehimpulskomponente $(-1)^L$:

$$P_{p\pi} = P_p \cdot P_\pi \cdot (-1)^L = (-1)^{L+1}$$

D.h. für $L = 1$ ist $P_{p\pi} = +1$ und für $L = 2$ ist $P_{p\pi} = -1$. Da die Parität in der starken Wechselwirkung erhalten ist und die Deltaresonanz positive Parität hat, muss also $L = 1$ sein.

Aufgabe 3: K^0**-Oszillation**

Zum Zeitpunkt $t = 0$ werden am Ort $x = 0$ $N_0 = 10000$ K^0-Mesonen erzeugt, die sich mit einem Impuls von $p = p_x = 1$ GeV/c durch Vakuum bewegen. Durch Prozesse zweiter Ordnung der schwachen Wechselwirkung wird aus dem reinen K^0-Strahl für Zeiten $t > 0$ eine Mischung aus K^0- und $\bar{K}^0$-Mesonen. Im Folgenden soll die CP-Verletzung vernachlässigt werden, d.h. $|K_S^0\rangle \equiv |K_1^0\rangle$ und $|K_L^0\rangle \equiv |K_2^0\rangle$.

a) Zeigen Sie, dass die Anzahl von K_S^0-, K_L^0-, K^0- und $\bar{K}^0$-Mesonen als Funktion der Zeit t im Kaon-Ruhesystem gegeben ist durch ($\hbar = c = 1$):

$$\begin{aligned} N_{K_S^0}(t) &= \frac{N_0}{2}\, e^{-\Gamma_S t} \\ N_{K_L^0}(t) &= \frac{N_0}{2}\, e^{-\Gamma_L t} \\ N_{K^0}(t) &= \frac{N_0}{4}\left[e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + 2\cos(\Delta m\, t)\, e^{-\Gamma t}\right] \\ N_{\bar{K}^0}(t) &= \frac{N_0}{4}\left[e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} - 2\cos(\Delta m\, t)\, e^{-\Gamma t}\right] \end{aligned}$$

mit

$$\Delta m = |m_S - m_L| \quad , \quad \Gamma_{S/L} = \frac{1}{\tau_{S/L}} \quad , \quad \Gamma = \frac{\Gamma_S + \Gamma_L}{2}$$

Dabei ist $m_{S/L}$ die Masse und $\tau_{S/L}$ die Lebensdauer von K_S^0- bzw. K_L^0-Mesonen.

Verwenden Sie für die Herleitung folgenden Ansatz für die Wellenfunktion von K_S^0- bzw. K_L^0-Mesonen

$$\left|K_{S/L}^0\right\rangle(t) = A_{S/L} \cdot e^{-im_{S/L}t} \cdot e^{-\Gamma_{S/L}t/2}$$

mit $A_{S/L}$ als konstantem Normierungs- und Phasenfaktor. Es gilt die Beziehungen $|K_S^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K^0\rangle + \left|\bar{K}^0\right\rangle\right)$ und $|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K^0\rangle - \left|\bar{K}^0\right\rangle\right)$. (Tippfehler: Im Aufgabenblatt waren die Indizes L und S vertauscht !)

b) Stellen Sie die Anzahl von K_S^0-, K_L^0-, K^0- und $\bar{K}^0$-Mesonen graphisch dar für das Zeitintervall von 0 bis $2 \cdot 10^{-9}$ s. Welcher Strecke entspricht dieser Zeitraum? Verwenden Sie $\Delta m = 5.3 \cdot 10^9$ s^{-1}.

Lösung:

a) Für die Wellenfunktion von K^0- und $\bar{K}^0$-Mesonen folgt mit dem Ansatz aus der Aufgabenstellung und den Beziehungen $|K_S^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K^0\rangle + \left|\bar{K}^0\right\rangle\right)$ und

$|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K^0\rangle - \left|\bar{K}^0\right\rangle\right)$:

$$\begin{aligned}\left|K^0\right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|K_S^0\right\rangle + \left|K_L^0\right\rangle\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(A_S \cdot e^{-im_S t} \cdot e^{-\Gamma_S t/2} + A_L \cdot e^{-im_L t} \cdot e^{-\Gamma_L t/2}\right) \\ \left|\bar{K}^0\right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|K_S^0\right\rangle - \left|K_L^0\right\rangle\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(A_S \cdot e^{-im_S t} \cdot e^{-\Gamma_S t/2} - A_L \cdot e^{-im_L t} \cdot e^{-\Gamma_L t/2}\right)\end{aligned}$$

Daraus ergibt sich als Anzahl von K^0- bzw. $\bar{K}^0$-Mesonen:

$$\begin{aligned}N_{K^0}(t) &= \left\langle K^0 \,\middle|\, K^0\right\rangle \\ &= \frac{1}{2}\big(A_S^* A_S \cdot e^{-\Gamma_S t} + A_L^* A_L \cdot e^{-\Gamma_L t} \\ &\quad + A_S^* A_L \cdot e^{i(m_S - m_L)t} \cdot e^{-(\Gamma_S+\Gamma_L)t/2} + A_L^* A_S \cdot e^{-i(m_S-m_L)t} \cdot e^{-(\Gamma_S+\Gamma_L)t/2}\big) \\ &= \frac{1}{2}\big(A_S^* A_S \cdot e^{-\Gamma_S t} + A_L^* A_L \cdot e^{-\Gamma_L t} \\ &\quad + [A_S^* A_L \cdot e^{i(m_S-m_L)t} + A_L^* A_S \cdot e^{-i(m_S-m_L)t}] \cdot e^{-\Gamma t}\big) \\ N_{\bar{K}^0}(t) &= \left\langle \bar{K}^0 \,\middle|\, \bar{K}^0\right\rangle \\ &= \frac{1}{2}\big(A_S^* A_S \cdot e^{-\Gamma_S t} + A_L^* A_L \cdot e^{-\Gamma_L t} \\ &\quad - [A_S^* A_L \cdot e^{i(m_S-m_L)t} + A_L^* A_S \cdot e^{-i(m_S-m_L)t}] \cdot e^{-\Gamma t}\big)\end{aligned}$$

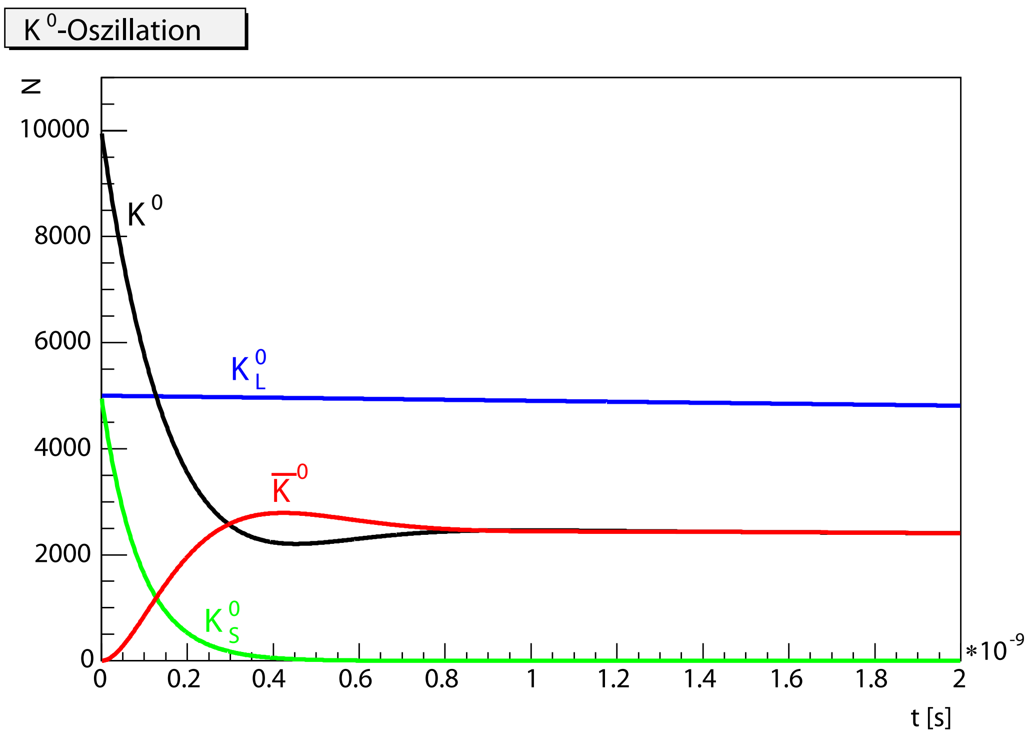
Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist $N_{K^0} = N_0$ und $N_{\bar{K}^0} = 0$:

$$\begin{aligned}0 &= N_{\bar{K}^0}(t=0) = \frac{1}{2}\left(A_S^* A_S + A_L^* A_L - [A_S^* A_L + A_L^* A_S]\right) \\ &= \frac{1}{2}(A_S - A_L)^* \cdot (A_S - A_L) = \frac{1}{2}|A_S - A_L|^2 \\ \Rightarrow\ & A_L = A_S \\ N_0 &= N_{K^0}(t=0) = \frac{1}{2}\left(A_S^* A_S + A_L^* A_L + [A_S^* A_L + A_L^* A_S]\right) \\ &= \frac{1}{2}(A_S + A_L)^* \cdot (A_S + A_L) = \frac{1}{2}|A_S + A_L|^2 = \frac{1}{2}|2A_S|^2 \\ \Rightarrow\ & A_S = A_L = \sqrt{\frac{N_0}{2}} \cdot e^{i\phi}\end{aligned}$$

Die Phase ϕ kann willkürlich gewählt werden. Als Anzahl der verschiedenen neutralen Kaonen erhält man:

$$\begin{aligned}
N_{K_S^0}(t) &= \langle K_S^0 \mid K_S^0 \rangle = A_S^* A_S \cdot e^{-\Gamma_S t} \\
&= \frac{N_0}{2}\, e^{-\Gamma_S t} \\
N_{K_L^0}(t) &= \langle K_L^0 \mid K_L^0 \rangle = A_L^* A_L \cdot e^{-\Gamma_L t} \\
&= \frac{N_0}{2}\, e^{-\Gamma_L t} \\
N_{K^0}(t) &= \frac{N_0}{4}\left(e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + \left[e^{i(m_S - m_L)t} + e^{-i(m_S - m_L)t}\right] \cdot e^{-\Gamma t}\right) \\
&= \frac{N_0}{4}\left(e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + 2\cos(\Delta m\, t)\, e^{-\Gamma t}\right) \\
N_{\bar{K}^0}(t) &= \frac{N_0}{4}\left(e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} - \left[e^{i(m_S - m_L)t} + e^{-i(m_S - m_L)t}\right] \cdot e^{-\Gamma t}\right) \\
&= \frac{N_0}{4}\left(e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} - 2\cos(\Delta m\, t)\, e^{-\Gamma t}\right)
\end{aligned}$$

b) Mit $\tau_S = 0.89 \cdot 10^{-10}\, s$ und $\tau_L = 5.17 \cdot 10^{-8}\, s$ erhält man:



Für die Strecke x, die in einer Zeit von $t = 2 \cdot 10^{-9}$ s zurückgelegt wird, gilt (t ist die Zeit im Ruhesystem des Kaons !):

$$x = v\gamma t = \beta\gamma c t = \frac{p}{mc} c t = 120.5 \text{ cm}$$

Aufgabe 4: Leptonisches Verzweigungsverhältnis im Pionenzerfall

Beim Pionenzerfall über die schwache Wechselwirkung wird eine maximale Verletzung der Parität beobachtet, d.h. es werden nur linkshändige Neutrinos bzw. rechtshändige Antineutrinos erzeugt.

a) Betrachten Sie den Pionenzerfall im Ruhesystem:

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu \qquad \pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$
$$\pi^+ \to e^+ + \nu_e \qquad \pi^- \to e^- + \bar{\nu}_e$$

Berechnen Sie die Impulse von μ, ν_μ und e und ν_e, sowie die zugehörigen Energien E_μ, E_e und die relativistischen Geschwindigkeiten β_μ bzw. β_e.

b) Bestimmen Sie nun das Verzweigungsverhältnis R zwischen den beiden möglichen Zerfallskanälen in μ und e. Betrachten Sie dazu nur das Verhltnis der Phasenräume

$$R_\phi = \frac{\phi_e}{\phi_\mu} \qquad \text{mit} \qquad \phi = \frac{dN}{dE_0} \propto p^2 \frac{dp}{dE_0}.$$

Welcher Zerfallskanal ist demnach bevorzugt?

c) Beachten Sie nun die Linkshändigkeit der Leptonen. Aufgrund der Drehimpulserhaltung muss das geladene Lepton rechtshändig emittiert werden, es hat demnach die „falsche“ Helizität. Die Wahrscheinlichkeit ein solches rechtshändiges und nicht masseloses Teilchen zu erzeugen, ist gegeben durch

$$W_{RH} = \frac{1}{2}(1-\beta).$$

Berechnen Sie nun erneut das Verzweigungsverhältnis R und beziehen Sie die Wahrscheinlichkeit W_{RH} mit ein. Welcher Zerfallskanal ist nun bevorzugt (Annahme: $m_\nu = 0$)? Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem in der Vorlesung gegebenen experimentellen Wert.

Lösung:

a) Zuerst berechnen wir die Energien und Impulse sowie $(1-\beta)$ für die beteiligten Teilchen im Zerfall

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$$

Dabei verwenden wir $m_\nu = 0$ und $p_\nu = p_\mu$ (Zweikörperzerfall). Die Zerfallsenergie ist

$$E_0 = m_\pi c^2 = 139,57 \text{ MeV} = E_\mu + E_\nu$$

Mit $E_\mu = \sqrt{m_\mu^2 c^4 + p_\mu^2 c^2}$ und $E_\nu = p_\nu c = p_\mu c$ erhalten wir daraus

$$m_\pi c^2 = \sqrt{m_\mu^2 c^4 + p_\mu^2 c^2} + p_\mu c$$

Damit ergibt sich für den Impuls des Myons (und des Elektrons analog)

$$p_\mu c = \frac{m_\pi^2 c^4 - m_\mu^2 c^4}{2 m_\pi c^2} = \frac{E_0^2 - m_\mu^2 c^4}{2 m_\pi c^2}$$

Die Teilchenenergie erhalten wir aus dem Impuls und der Zerfallsenergie über

$$\begin{aligned} E_\mu = E_0 - E_\nu &= m_\pi c^2 - p_\mu c \\ &= \frac{m_\pi^2 c^4 + m_\mu^2 c^4}{2 m_\pi c^2} \\ &= \frac{E_0^2 + m_\mu^2 c^4}{2 E_0} \end{aligned}$$

Aus Energie und Impuls lässt sich dann die Geschwindigkeit berechnen

$$\begin{aligned} \frac{v}{c} = \frac{p}{E} \Rightarrow \frac{v}{c}_\mu &= \frac{m_\pi^2 c^4 - m_\mu^2 c^4}{m_\pi^2 c^4 + m_\mu^2 c^4} \\ 1 - \frac{v}{c} &= \frac{2 m_\mu^2 c^4}{m_\pi^2 c^4 + m_\mu^2 c^4} \end{aligned}$$

Mit $m_\mu = 105,66$ MeV ergeben sich folgende Werte:

	Myon	Elektron
Impuls	$p_\mu = 29,8$ MeV	$p_e = 69,8$ MeV
Energie	$E_\mu = 109,8$ MeV	$E_e = 69,8$ MeV
Geschwindigkeit	$(1 - \frac{v}{c})_\mu = 0,73$	$(1 - \frac{v}{c})_e = 3,12 \cdot 10^{-5}$

b) Um das Verzweigungsverhältnis der Reaktionen mittels dem Phasenraumvolumen zu bestimmen wenden wir Fermi's Goldene Regel an, unter der Annahme, dass die Matrixelemente für Elektronen und Myonen gleich sind. Damit ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Myon (bzw. Elektron) mit einem Impuls im Intervall $p, p + \mathrm{d}p$ emittiert wird

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}E_0} = const. \cdot p^2 \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}E_0}$$

Wir benötigen noch

$$\begin{aligned} p_\mu c &= \frac{E_0^2 - m_\mu^2 c^4}{2 m_\pi c^2} \\ \frac{\mathrm{d}p_\mu c}{\mathrm{d}E_0} &= \frac{2E_0 \cdot 2E_0 - (E_0^2 - m_\mu^2 c^4) \cdot 2}{4E_0^2} \\ &= \frac{E_0^2 + m_\mu^2 c^4}{2E_0^2} \\ &= \frac{m_\pi^2 c^4 + m_\mu^2 c^4}{2 m_\pi^2 c^4} = \frac{E_\mu}{E_0} \end{aligned}$$

Also ist

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}E_0} = const. \cdot p^2 \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}E_0} = const. \cdot \frac{(m_\pi^2 c^4 + m_\mu^2 c^4)(m_\pi^2 c^4 - m_\mu^2 c^4)^2}{8 m_\pi^4 c^8}$$

Daraus erhalten wir

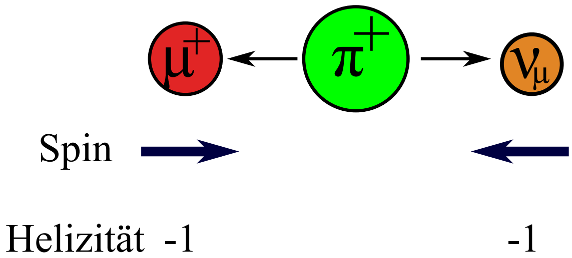
$$\begin{aligned} R_{ph} = \frac{\pi \to e\nu}{\pi \to \mu\nu} &= \frac{\left(\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}E_0}\right)_e}{\left(\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}E_0}\right)_\mu} \\ &= \frac{(m_\pi^2 c^4 + m_e^2 c^4)(m_\pi^2 c^4 - m_e^2 c^4)^2}{(m_\pi^2 c^4 + m_\mu^2 c^4)(m_\pi^2 c^4 - m_\mu^2 c^4)^2} \end{aligned}$$

und in Zahlen

$$\begin{aligned} \left(\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}E_0}\right)_e &= \mathrm{const.} \cdot 2,43 \cdot 10^{15} \\ \left(\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}E_0}\right)_\mu &= \mathrm{const.} \cdot 6,98 \cdot 10^{14} \\ R_{ph} &= \qquad 3,49 \end{aligned}$$

Damit ist der Elektronenzerfallskanal bevorzugt.

c) Nun wird noch die Helizität in der schwachen Wechselwirkung berücksichtigt. Dazu eine Skizze vom Zerfall des Pions in Myon und Myonneutrino (der Zerfall in Positron und Elektronneutrino ist analog dazu)



Wegen der Drehimpulserhaltung des Systems gilt

$$\vec{J}_{\mu^+} + \vec{J}_\nu = \vec{J}_{\pi^+} = 0$$

Das Neutrino tritt als Lepton mit negative Helizität (linkshändig) auf. Das μ^+ müsste als Antilepton eine positive Helizität besitzen (rechtshändig). Da das Neutrino (nahezu) masselose ist, erhält es die „richtige" Parität also $h = -1$. Wegen der Drehimpulserhaltung, muss also das massive μ^+ mit für Antileptonen falscher Helizität von $h = -1$ emittiert werden.

Aus der V-A Theorie gilt (siehe Vorlesung) für die Wahrscheinlichkeit, dass das Myon mit Spin in Flugrichtung (Richtige Helizität für Antileptonen) emittiert wird ist $W_\uparrow = \frac{1}{2}(1 + \beta_\mu)$. Die Wahrscheinlichkeit für die Emission unter falscher Helizität, also mit Spin entgegen der Flugrichtung ist gegeben als $W_{\downarrow} = \frac{1}{2}(1 - \beta_\mu)$.

Dies gilt Analog für das Positron wobei hier β_e verwendet wird.

Diese Wahrscheinlichkeit muss nun zu R_{ph} aus der vorherigen Aufgabe dazu gerechnet werden.

$$R = R_{ph} \cdot \frac{W_{\downarrow}(e)}{W_{\downarrow}(\mu)}$$

Aus Aufgabenteil a) erhalten wir $W_{\downarrow}(\mu) = 1 - \frac{v}{c})_\mu = 0,73$ und $W_{\downarrow}(e)(1 - \frac{v}{c})_e = 3,12 \cdot 10^{-5}$. Aufgabenteil c) liefert $R_{ph} = 3,49$.

Somit erhalten wir ein Verzweigungsverhältnis von (beim Einsetzen von genaueren Werten ggf. leicht anweichendes Ergebnis)

$$\begin{aligned} R &= 3,49 \cdot \frac{3,12 \cdot 10^{-4}}{0,73} \\ &= 1,5 \cdot 10^{-4} \end{aligned}$$

Diese Ergebnis zeigt, dass der Positronenkanal stark unterdrückt und somit das Pion vorwiegend in Myonen zerfällt.

Aufgabe 5: Neutrinos

Neutrinos sind neutrale Elementarteilchen, die eine sehr geringe Wechselwirkungswahrscheinlichkeit mit gewöhnlicher Materie haben. Das hat den Vorteil, dass der Neutrino-Nachweis einen Einblick in Bereiche erlaubt, die von Materie verdeckt sind (z.B. in das Innere der Sonne). Da Neutrinos keine Ladung tragen, zeigen sie zudem immer auf ihre Quelle, was Astrophysiker besonders interessiert. Leider hat die geringe Wechselwirkungswahrscheinlichkeit den Nachteil, dass es sehr schwierig ist Neutrinos nachzuweisen.

a) Kernreaktoren sind die stärksten künstlichen Neutrinoquellen auf der Erde. Erstmals wurden Elektronantineutrinos aus dem Savannah River Reaktor über den inversen β–Zerfall $p + \bar{\nu}_e \to n + e^+$ mit einem ruhenden Proton nachgewiesen. Welche Mindestenergie muss das Neutrino haben, um diese Reaktion zu induzieren?

b) In Luftschauern werden Neutrinos hauptsächlich über den Zerfall geladener Pionen erzeugt. Zeigen Sie, dass etwa doppelt so viele Myon-Neutrinos wie Elektron-Neutrinos erzeugt werden, also

$$\frac{N(\nu_\mu)}{N(\nu_e)} \approx 2.$$

Hinweise:

- Das beim Pionzerfall produzierte Myon sei als hinreichend niederenergetisch angenommen, so dass es ebenfalls zerfällt, bevor es die Erdoberfläche erreicht.
- Unter Myon-Neutrinos seien hier auch Myon-Antineutrinos gezählt, analog bei Elektron-Neutrinos.

c) Im Jahre 2002 wurde ein über 40 Jahre andauerndes Problem der solaren (d.h. aus der Sonne kommenden) Neutrinos gelöst. Erstmals konnten experimentell Neutrino-Oszillationen nachgewiesen und damit die Messungen der Neutrino-Flüsse in Übereinstimmung mit den Modellen der Funktionsweise der Sonne gebracht werden. Neutrino-Oszillation bedeutet, dass sich verschiedene Neutrino-Sorten ineinander umwandeln können und dass Neutrinos Ruhemasse haben. Berechnen Sie den Fluss solarer Neutrinos auf der Erde (Anzahl der Neutrinos pro cm^2 und Sekunde). *Hinweise:*

- Die Solarkonstante (Strahlungsenergie pro Fläche auf der Erde) ist $S = 1.37\,kW/m^2$.
- Pro Reaktionszyklus $4p \rightarrow 4He + 2e^+ + 2\nu_e$ wird in der Sonne im Mittel $Q_\gamma = 26.2\,MeV$ Strahlungsenergie erzeugt.

Lösung:

a) Die Mindestenergie $E\nu$ des Neutrinos ist die Differenz der Ruheenergien von Neutron und Positron zum Proton:

$$E_\nu = m_n + m_{e^+} - m_p = 939.6\,MeV + 0.5\,MeV - 938.3\,MeV = 1.8\,MeV$$

b) Schauen wir uns die Zerfallsmöglichkeiten der geladenen Pionen einmal an:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$
$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

Wir nehmen an, dass die Myonen wiederum zerfallen und erhalten insgesamt:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu + \bar{\nu}_\mu + \nu_e + e^+$$
$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\mu + \bar{\nu}_e + e^-$$

Wir erhalten also für das Verhältnis:

$$\frac{N(\nu_\mu)}{N(\nu_e)} = 2$$

c) Zuerst berechnen wir, wie viele Zyklen nötig sind, um die erforderliche Strahlungsenergie, die auf der Erde pro cm^2 und Sekunde gemessen wird, zu erzeugen:

$$N_{zyk} = \frac{S}{Q_\gamma} = \frac{1370\,Wm^{-2}}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 26.2 \cdot 10^6\,Ws} = 33 \cdot 10^9\,cm^{-2}s^{-1}$$

Da bei jedem Zyklus im Mittel 2 Neutrinos erzeugt werden erhalten wir für den Fluss der Neutrinos auf der Erde:

$$N_\nu = 2 \cdot N_{zyk} = 66 \cdot 10^9 \, cm^{-2} s^{-1}.$$