Übungen zur Modernen Experimentalphysik III
Kerne und Teilchen
Sommersemester 2012
www.auger.de/~rulrich/lehre/kerneteilchen2012

Prof. J. Blümer
Dr. R. Ulrich (ralf.ulrich@kit.edu)

---

## Generelle Einführung

Zum Lösen der Übungsblätter ist es im Allgemeinen erforderlich, dass Sie auch anderweitig Informationen und Daten ausfindig machen. In erster Linie ist dies die Vorlesung, und die dort empfohlenen Bücher. Ein Blick auf die oben genannte Internetseite mit detaillierten und aktuellen Informationen kann sich auch lohnen.

---

| | |
|---|---|
| Ausgabe ab: | Mittwoch, 18. April |
| Abgabe bis: | Montag, 23. April 14:00 |
| Besprechung: | Donnerstag, 26. April |

# Übungsblatt 1

## Relativistische Kinematik

Dies ist ein mini-Überblick der relativistischen Kinematik, wie sie für das Bearbeiten einiger Übungsblätter gebraucht wird.

Auf allen Aufgabenblättern werden klassische Dreiervektoren als Vektoren gekennzeichnet (z.B. $\vec{p}$) und relativistische Vierervektoren nicht (z.B. $p$). Die Norm eines Vierervektors $a = (a_0, \vec{a})$ ist $a^2 = a_0^2 - \vec{a}^2$ und ist generell invariant unter Lorentz Transformationen. Das gilt insbesondere für Viererimpulse $p = (E/c, \vec{p})$, was direkt zu $p^2 = E^2/c^2 - \vec{p}^2 = m^2c^2$ führt, wobei hier die Energie-Impuls Beziehung $E^2 = \vec{p}^2c^2 + m^2c^4$ verwendet wurde. Man bezeichnet $p^2 = m^2c^2$ als *invariante Masse*.

Es gilt Viererimpuls-Erhaltung, was der gleichzeitigen Erhaltung von Energie und (Dreier-) Impuls entspricht. Deshalb kann z.B. das Konzept der *invarianten Masse* auch auf die Produkte einer Teilchenreaktion angewandt werden: z.B. $(\sum_i p_i)^2 = m^2c^2$.

Sehr hilfreich sind auch die Relationen: $\vec{p} = m\vec{v}\gamma$, $E = \gamma mc^2$, und natürlich $\beta = |\vec{v}|/c$ sowie $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$.

## Aufgabe 1

4 Punkte

Untersuchen Sie die Gültigkeit der folgenden Näherungen:

a) **Nicht-relativistisch:** Suchen Sie die maximale Geschwindigkeit $v$ und $\gamma$, in welcher die nicht-relativistische Näherung $E \approx mc^2 + \vec{p}^2/(2m)$ mit einem Fehler von weniger als $\epsilon\vec{p}^2/(2m)$ verwendet werden kann. Zeigen Sie, dass für einen Fehler von 1 % für den Impuls gilt: $|\vec{p}| \approx 0.2\,mc$.

b) **Ultra-relativistisch:** Suche Sie die minimale Geschwindigkeit $v$ und $\gamma$ in welcher die ultra-relativistische Näherung $E \approx |\vec{p}|\mathrm{c}$ mit einem Fehler von weniger als $\epsilon|\vec{p}|\mathrm{c}$ verwendet werden kann. Zeigen Sie, dass für einen Fehler von 1 % gilt $|\vec{p}| \approx 7\,m\mathrm{c}$.

## Aufgabe 2

1 Punkt

Berechnen Sie die Schwerpunktsenergie von Teilchenreaktionen an folgenden Beschleunigern:

| Beschleuniger | Teilchen Strahl 1 | Teilchen Strahl 2 |
|---|---|---|
| LEP 2 | $e^+$, 103 GeV | $e^-$, 103 GeV |
| PEP-II | $e^+$, 3.1 GeV | $e^-$, 9 GeV |
| HERA | $e^-$, 27.5 GeV | p, 920 GeV |
| Tevatron | p, 980 GeV | $\bar{p}$, 980 GeV |
| LHC | p, 7 TeV | p, 7 TeV |
| LHC | ${}^{208}_{82}Pb$, 2.76 TeV/Nukleon | ${}^{208}_{82}Pb$, 2.76 TeV/Nukleon |

Welche Näherung kann man bei diesen Energien machen?

Wie hoch muss die Energie eines Bleikernes sein, wenn in einer Reaktion mit einem stationären Bleikern dieselbe Schwerpunktsenergie erreicht werden soll wie bei Pb-Pb Kollisionen am LHC?

## Aufgabe 3

2 Punkte

Ein neutrales Teilchen der Masse $m$ zerfällt im Flug in zwei Photonen der Energie $E_1$ und $E_2$. Zeigen Sie, dass der Öffnungswinkel $\theta$ zwischen den beiden Photonen durch

$$\cos\theta = 1 - m^2\mathrm{c}^4/(2E_1E_2)$$

gegeben ist.

Geben Sie mindestens zwei Teilchen Typen an, für welche dieser Zerfall relevant ist.

Tipp: Starten Sie Ihre Überlegungen im Ruhesystem des neutralen Teilchens.

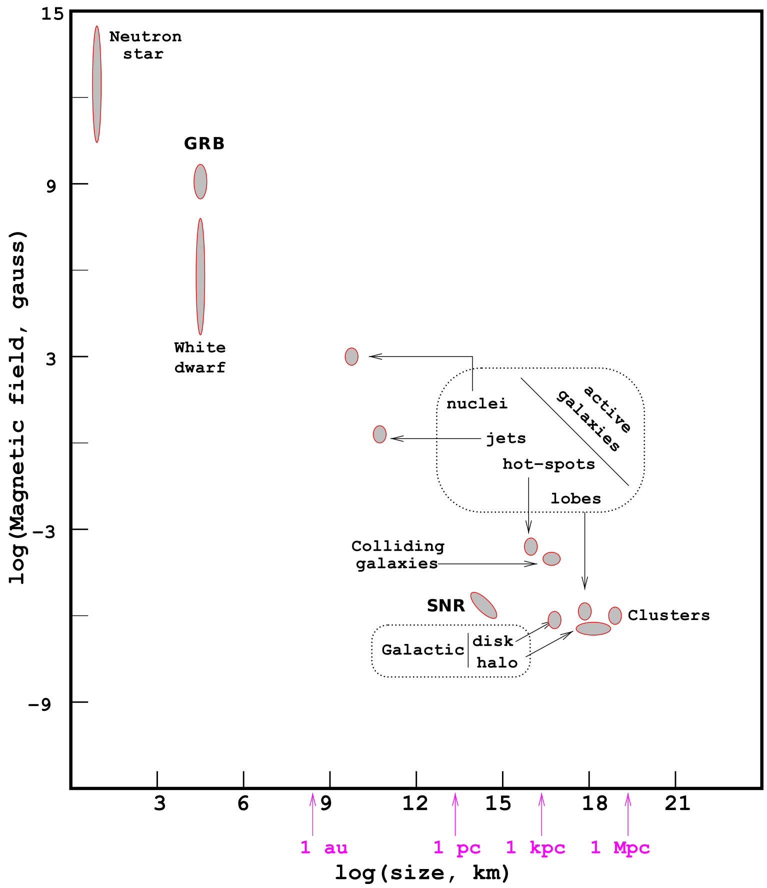
## Aufgabe 4

3 Punkte

Gehen Sie von der Bewegungsgleichung $\mathrm{d}\vec{p}/\mathrm{d}t = e\vec{v} \times \vec{B}$ aus und bestimmen Sie den Impuls von relativistischen Teilchen, welche auf einer Kreisbahn mit Radius $r$ im Magnetfeld $|\vec{B}|$ gehalten werden. Dabei ist $\vec{B} \perp \vec{v}$ und aus der Lorentzkraft folgt $\mathrm{d}E/\mathrm{d}t = 0$.

Berechnen Sie die Energie von Teilchen (Z=1) in einem Beschleuniger mit $|\vec{B}| = 8\,\mathrm{T}$ und $r = 4.24\,\mathrm{km}$. Welche Anlage erkennen Sie hier wieder... Warum ist das Ergebniss nur ungefähr die tatsächliche Energie dieses Beschleunigers?

Berechnen Sie das nötige Magnetfeld als Funktion des Radius für Protonen der Energie $E = 10^{20}$ eV. Solche Teilchen existieren tatsächlich im Bereich der ultra-hochenergetischen kosmischen Strahlung. Im *Hillas Diagramm* werden astrophysikalische Objekte und Strukturen eingetragen, und können mit dieser Rechnung verglichen werden:




Tragen Sie in dieses Diagramm Ihr Ergebnis ein, gehen Sie dabei davon aus, dass astrophysikalische Strukturen global nicht so effizient wie eine Maschine des LHC-Typs sein können, und nehmen Sie deshalb einen Faktor $\epsilon = 0.01$ als Effizienzkorrektur an: $E_{\mathrm{max}}^{\mathrm{astro}} = \epsilon E_{\mathrm{max}}^{\mathrm{gyro}}$.

Diese Rechnung kann auch sehr viel detaillierter durchgeführt werden, mit einer realistischer Modellierung der maximalen astrophysikalischen Beschleunigung. Die Ergebnisse sind sehr ähnlich. Was ist Ihre Schlussfolgerung?

Tragen Sie in das Diagramm auch den LHC ein.

Welchen Radius müsste der LHC haben, um Protonen der Energie $10^{19}$ eV zu speichern? Identifizieren Sie ein(e) Objekt/Struktur welche in etwa dieser Grösse entspricht.

Tipp: Verwenden Sie die Bewegungsgleichung und berechnen Sie $\mathrm{d}^2\vec{x}(t)/\mathrm{d}t^2 = \mathrm{d}\vec{v}/\mathrm{d}t$ für eine Kreisbahn und verwenden Sie, dass der Betrag der Geschwindigkeit wegen der Lorentzkraft konstant bleiben muss.