

Ausgabe ab:	Mittwoch, 25. April
Abgabe bis:	Montag, 30. April 14:00
Besprechung:	Donnerstag, 3. Mai

## Übungsblatt 2

### Aufgabe 1

5 Punkte

In dieser Aufgabe betrachten wir die Wechselwirkung von Photonen mit Elektronen in der *Compton Streuung*: hochenergetische Photonen der Energie  $E_\gamma$  streuen an den Elektronen eines Mediums. Die Elektronen werden als frei und ruhend angenommen. Bei mittleren Photonen-Energien ist Compton Streuung der dominierende Mechanismus von Photonen-Absorption in Materialien.

Zeigen Sie zuerst, dass die Energie des Photons im *Schwerpunktssystem*

$$E_\gamma^* = E_\gamma \frac{m_e c}{\sqrt{m_e c^2 + 2E_\gamma m_e}} = E_\gamma \frac{m_e c}{s}$$

ist, wobei  $s$  hier die Mandelstam Variable ist. Alle Größen im Schwerpunktsystem werden mit  $*$  gekennzeichnet. Es gilt per Definition  $|\vec{p}_\gamma^*| = |\vec{p}_e^*| = |\vec{p}_{\gamma'}^*| = |\vec{p}_e^*|$  und damit z.B. auch  $E_\gamma^* = E_{\gamma'}^*$ .

Konstruieren Sie dann das Photon im Endzustand des Prozesses im Schwerpunktsystem, indem Sie annehmen, dass das Photon vor der Streuung in die Richtung  $+z$  flog und in der Streuung um einen Winkel  $\theta^*$  abgelenkt wurde.

Transformieren Sie dieses Photon dann vom Schwerpunkts ins Laborsystem, und zeigen Sie dass die Energie des gestreuten Photons dann

$$E_\gamma' = E_\gamma \frac{1}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

ist, wobei  $\theta$  der Winkel des gestreuten Elektrons relativ zum einfallenden Photons im Laborsystem ist.

Tipp: Die Lorentz Transformation ist

$$p_f = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & \gamma\beta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \gamma\beta & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} p_i.$$

## Aufgabe 2

1 Extrapunkt

Berechnen Sie die Änderung der Wellenlänge,  $\lambda = hc/E$ , von Photonen bei der Compton Streuung. Zeigen Sie, dass

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_e(1 - \cos\theta)$$

ist, wobei  $\lambda_e$  die Compton-Wellenlänge  $h/(m_e c)$  ist.

Überlegen Sie warum die Compton-Wellenlänge auch eine Abschätzung der bestmöglichen experimentellen Ortsauflösung ist. Gehen Sie dabei von der Unschärferelation

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

aus. Verwenden Sie die relativistische Energie-Impuls Relation, um einen Schwellenwert für die Erzeugung von Teilchen der Masse  $m$  zu erhalten.

## Aufgabe 3

2 Punkte

In einem Beschleuniger-Experiment werden die Kollisionen von Elektronen und Positronen mit jeweils 3 GeV totaler Energie studiert. Betrachten Sie den Prozess  $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ , welcher den differentiellen (Streuwinkel-abhängigen) Wechselwirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2 \hbar^2 c^2}{4 E_{\text{CM}}^2} (1 + \cos^2 \theta)$$

hat, wobei  $E_{\text{CM}}$  die totale Schwerpunktsenergie ist und  $\theta$  der Streuwinkel zwischen dem einlaufenden Elektron und dem auslaufenden Myon ist. Der Detektor kann nur Myonen rekonstruieren, welche mindestens  $25^\circ$  von der Strahlrichtung entfernt sind. Wie ist der totale Wechselwirkungsquerschnitt? Wie viele aufgezeichnete Ereignisse werden erwartet, wenn das Experiment  $10^7$  s lang mit einer Luminosität von  $L = 10^{31} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  Daten aufnimmt?

## Aufgabe 4

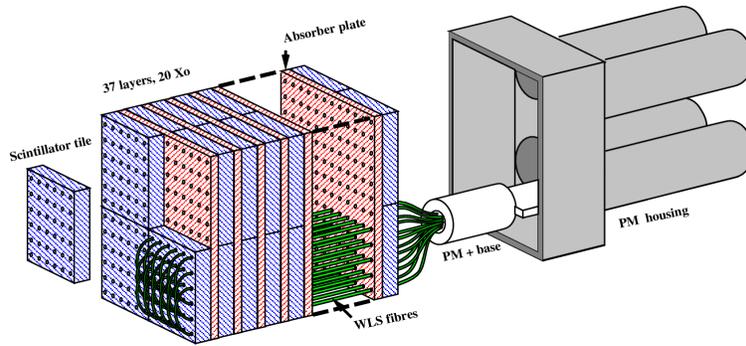
3 Punkte

Das HERA-B Experiment am 920 GeV Protonen Ring in Hamburg war besonders gut geeignet, um  $J/\Psi$ -Mesonen nachzuweisen. Das  $J/\Psi$ -Meson hat eine besonders klare Signatur, wenn es in zwei Leptonen zerfällt:

$$J/\Psi \rightarrow e^+ e^- \quad \text{oder} \quad J/\Psi \rightarrow \mu^+ \mu^-. \quad (1)$$

Der mittlere Impuls der resultierenden Leptonen beträgt 34 GeV, kann aber Werte bis zu 200 GeV erreichen. Dies entspricht der höchsten Elektronenenergie, die im elektromagnetischen Kalorimeter gemessen werden muss. Die niedrigsten Energien stammen von minimalionisierenden Teilchen.

Das HERA-B Kalorimeter war vom sogenannten Schaschlik-Typ:



Eine Kalorimeter Zelle besteht aus sich abwechselnden Blei- und Szintillatorplatten und wird durch Wellenlängenschieber-Fasern ausgelesen. Die Fasern verlaufen in die Richtung der Schauerentwicklung von vorn nach hinten, wo das Licht auf Photomultiplier geleitet wird. Die folgende Tabelle stellt die wichtigsten Eigenschaften zusammen

Absorber	Blei
Zellengrösse	$5.6 \times 5.6$ cm
Absorber:Szintillator	3:6 (Vol.)
Dicke der Pb-Platten	3 mm
Dicke der Szintillator-Platten	6 mm

- Berechnen Sie die Strahlungslänge  $X_0$  einer derartigen Anordnung von Blei und Szintillatorplatten.
- Etwa  $20 X_0$  sind notwendig, um die gesamte Energie eines elektromagnetischen Schauers nachzuweisen. Aus wie vielen Platten sollte eine Kalorimeterzelle bestehen?
- Welche Energie verliert ein *minimalionisierendes* Myon beim Durchqueren einer Zelle? Um welchen Winkel wird ein *typisches*  $J/\Psi$  Myon aufgrund von Vielfachstreuung abgelenkt? Welche Ortsungenauigkeit ergibt sich daraus am Ort einer Spurkammer, die sich 2 m hinter dem Kalorimeter befindet?

Hinweise: Nehmen Sie an, dass das Szintillatormaterial in allen physikalischen Eigenschaften (Dichte, Strahlungslänge) zu Wasser äquivalent ist.