

**Übungen zu
Moderne Experimentalphysik III
(Kerne und Teilchen)
Sommersemester 2017**

Übungsblatt Nr. 6

Ausgabe: Di, 13.06.2017

Abgabe: Di, 20.06.2017 (13:30) Briefkasten Geb. 30.23

Name des Übungsgruppenleiters und Gruppenbuchstabe:

Namen der bearbeitenden Gruppe:

Aufgabe 1: Zerfallsreihen und radioaktives Gleichgewicht (10 Punkte)

In nuklearen Zerfallsreihen $K_0 \rightarrow K_1 \rightarrow K_2 \rightarrow \dots$ hängt die Zerfallsrate $dN_i(t)/dt$ eines Nuklids K_i von der Anzahl $N_i(t)$ der K_i -Kerne sowie der Anzahl $N_{i-1}(t)$ der Mutterkerne (K_{i-1} -Kerne) ab.

- a) Formulieren Sie diesen Zusammenhang als System gekoppelter linearer Differentialgleichungen. Beachten Sie dabei die Vorzeichen der Terme. Die Zerfallskonstanten der Nuklide seien λ_i .
- b) Lösen Sie numerisch das Differentialgleichungssystem für eine Zerfallsreihe mit drei Nukliden mit den Zerfallskonstanten $\lambda_0 = 0.01 \text{ s}^{-1}$, $\lambda_1 = 1.5 \text{ s}^{-1}$ und $\lambda_2 = 0.3 \text{ s}^{-1}$. Sie können dazu ein Programmpaket Ihrer Wahl zur numerischen Integration von Differentialgleichungen verwenden, z.B. die Methode `odeint` aus der `scipy.integrate`-Bibliothek in Python oder Mathematica. (Geben Sie als Lösung die wesentlichen Programmschritte an, z.B. in Textform mit dem Namen der wichtigen Routinen oder als Screenshot des gut kommentierten Quelltextes, und erläutern Sie die einzelnen Schritte. Es ist nicht nötig, das Programm in digitaler Form abzugeben.)
- c) Wählen Sie für die Zerfallsreihe in b) als Anfangsbedingungen $N_0 = 100$ und $N_1 = N_2 = 0$ und stellen Sie den zeitlichen Verlauf der N_i sowie der Aktivitäten $A_i = \lambda_i N_i$ grafisch dar, für einen Zeitraum von $t = 0 \text{ s}$ bis $t = 25 \text{ s}$. Welches Nuklid bestimmt das säkulare Gleichgewicht?
- d) Welche Zerfallsreihen treten in der Natur auf? Warum sind es gerade vier?

Aufgabe 2: Spontane Kernspaltung

(3 Punkte)

Schätzen Sie mit der Bethe-Weizsäcker-Formel ab, welche Energie bei der spontanen Spaltung von ${}^{235}_{92}\text{U}$ in zwei gleiche Fragmente der Massen $A/2$ (und $Z = 46$) bzw. in zwei Fragment der Massen $\frac{2}{5}A$ und $\frac{3}{5}A$ ($Z = 37$ und 55) frei wird. Welcher der beiden Spaltvorgänge ist energetisch günstiger?

Geben Sie das Ergebnis in MeV an.

Hinweise: Nehmen Sie bei der Rechnung zur Vereinfachung für die Massenzahlen der Fragmente allgemein $x \cdot A$ und $(1 - x) \cdot A$, $0 < x < 1$, sowie $Z/A = \text{konst}$ an. Außerdem können Sie den Paarungsterm vernachlässigen (warum?).

Aufgabe 3: Kernspintomographie

(7 Punkte)

Das diagnostische Verfahren der Kernspintomographie (auch MRT, *magnetic resonance tomography*) nutzt induzierte Übergänge von Wasserstoffkernen zwischen den beiden Zuständen mit Spinquantenzahlen $m_z = \pm \frac{1}{2}$.

- Normalerweise sind beide Zustände energetisch entartet. Die Entartung wird aber durch Anlegen eines äußeren Magnetfelds aufgehoben. Berechnen Sie die Energiedifferenz der beiden Zustände, wenn ein homogenes Magnetfeld von $B = 1,2 \text{ T}$ anliegt.
- Berechnen Sie das Verhältnis der Besetzungszahlen im thermischen Gleichgewicht bei Körpertemperatur (310 K). Wie groß ist demnach das magnetische Moment vom 1 cm^3 Gewebe (=Wasser)?
Nutzen Sie, dass $\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \approx x$ für $x \ll 1$.
- Zur Messung wird der Übergang kurzzeitig durch ein mit der Frequenz ν oszillierendes Feld angeregt und dann die beim Rückgang in den Gleichgewichtszustand (Relaxation) ausgesandten Photonen gemessen. Wie groß muss ν sein?

Geben Sie Energien in MeV an.

Hinweise: Der g -Faktor des Protons ist $g_P = 5,586$ und das Kernmagneton beträgt $\mu_K = 3,152 \cdot 10^{-14} \text{ MeV/T}$. Außerdem sind $h = 4,1355 \cdot 10^{-21} \text{ MeV s}$ sowie $k_B = 8,6171 \cdot 10^{-11} \text{ MeV/K}$.