

# Übungen zu Moderne Experimentalphysik III (Kerne und Teilchen) Sommersemester 2017

## Übungsblatt Nr. 8: Musterlösungen

---

### Aufgabe 1: Parität und Ladungskonjugation

Da das Kaon Spin 0 hat, müssen die Spins von Myon und Neutrino antiparallel sein. Außerdem muss der Spin des Neutrinos antiparallel zu seinem Impuls sein, da es linkshändig und masselos ist. **(1 Punkt)**

Damit erhält man folgendes Bild für die Impulse ( $\longrightarrow$ ) und Spins ( $\Rightarrow$ ):

$$\begin{array}{ccccc}
 \mu^+ \begin{array}{c} \longleftarrow \\ \Rightarrow \end{array} & K^+ & \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \Leftarrow \end{array} & \nu_\mu & \longrightarrow \hat{P} \longrightarrow & \nu_\mu \begin{array}{c} \longleftarrow \\ \Leftarrow \end{array} & K^+ & \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \Rightarrow \end{array} & \mu^+ \\
 & & & & & & & & \\
 & & \downarrow & & \swarrow & & \downarrow & & \searrow \\
 & & \hat{C} & & \hat{C}\hat{P} & & \hat{C} & & \\
 & & \downarrow & & & & \downarrow & & \\
 \mu^- \begin{array}{c} \longleftarrow \\ \Rightarrow \end{array} & K^- & \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \Leftarrow \end{array} & \bar{\nu}_\mu & \longrightarrow \hat{P} \longrightarrow & \bar{\nu}_\mu \begin{array}{c} \longleftarrow \\ \Leftarrow \end{array} & K^- & \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \Rightarrow \end{array} & \mu^-
 \end{array}$$

Der Paritätsoperator ändert die Impulsrichtung der Teilchen, nicht jedoch deren Spinausrichtung. Dadurch erhält man ein rechtshändiges Neutrino, das es laut Standardmodell nicht gibt. **(1 Punkt)**

Der  $\hat{C}$ -Operator wandelt Teilchen in ihre Antiteilchen um, ändert die Impulse und Spins aber nicht. Somit ergibt sich ein Antineutrino mit negativer Helizität, was experimentell nicht beobachtet wird. **(1 Punkt)**

Die Anwendung der  $\hat{P}$ - und  $\hat{C}$ -Operatoren zusammen ergibt jedoch wieder eine erlaubte Reaktion. **(1 Punkt)**

### Aufgabe 2: Strangeness-Oszillation

a) Die Anzahl der  $K^0$ -Mesonen zum Zeitpunkt  $t$  ist gegeben durch

$$N_{K^0}(t) = P_{K^0}(t) \cdot N_0 = |\langle K^0(t) | K^0(0) \rangle|^2 \cdot N_0, \quad \mathbf{(1\ Punkt)}$$

wobei  $P_{K^0}(t)$  die Wahrscheinlichkeit ist, den Zustand  $|K^0\rangle(t)$  bei anfänglichem  $|K^0\rangle(0)$  zu finden. Entwickeln von  $|K^0\rangle$  nach  $|K_L^0\rangle$  und  $|K_S^0\rangle$  ergibt

$$|K^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K_L^0\rangle + |K_S^0\rangle). \quad (1 \text{ Punkt})$$

Damit folgt, unter Berücksichtigung von  $\langle K_{L/S}^0 | K_{S/L}^0 \rangle = 0$ ,

$$\begin{aligned} P_{K^0}(t) &= |\langle K^0(t) | K^0(0) \rangle|^2 \\ &= \left| \frac{1}{2} \langle K_L^0(t) | K_L^0(0) \rangle + \frac{1}{2} \langle K_S^0(t) | K_S^0(0) \rangle \right|^2 \\ &= \frac{1}{4} \left| e^{iM_L t} e^{-\frac{1}{2}\Gamma_L t} \underbrace{\langle K_L^0(0) | K_L^0(0) \rangle}_{=1} + e^{iM_S t} e^{-\frac{1}{2}\Gamma_S t} \underbrace{\langle K_S^0(0) | K_S^0(0) \rangle}_{=1} \right|^2 \\ &= \frac{1}{4} \left| e^{iM_L t} e^{-\frac{1}{2}\Gamma_L t} + e^{iM_S t} e^{-\frac{1}{2}\Gamma_S t} \right|^2 \\ &= \frac{1}{4} \left( e^{iM_L t} e^{-\frac{1}{2}\Gamma_L t} + e^{iM_S t} e^{-\frac{1}{2}\Gamma_S t} \right) \cdot \left( e^{-iM_L t} e^{-\frac{1}{2}\Gamma_L t} + e^{-iM_S t} e^{-\frac{1}{2}\Gamma_S t} \right) \\ &= \frac{1}{4} \left( e^{-\Gamma_L t} + e^{-\Gamma_S t} + (e^{i\Delta M t} + e^{-i\Delta M t}) \cdot e^{-\Gamma t} \right) \\ &= \frac{1}{4} \left( e^{-\Gamma_L t} + e^{-\Gamma_S t} + 2 \cos(\Delta M t) e^{-\Gamma t} \right). \quad (1 \text{ Punkt}) \end{aligned}$$

Damit folgt

$$N_{K^0}(t) = \frac{N_0}{4} \left( e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + 2 \cos(\Delta M t) e^{-\Gamma t} \right), \quad (1)$$

und eine analoge Rechnung ergibt  $N_{\bar{K}^0}(t)$ .

- b) Die  $K^0$ - und  $\bar{K}^0$ -Anteile sind in Abb. 1 gezeigt (1 Punkt). Nach einer „Einschwingphase“ besteht der Strahl zu gleichen Teilen aus  $K^0$ - und  $\bar{K}^0$ -Anteilen. Die Gesamtzahl an K-Mesonen hängt dann nur noch von  $\Gamma_L$  ab, vgl. (1), und verringert sich exponentiell auf der längeren als hier dargestellten charakteristischen Zeitskala von  $\tau_L = 10^{-8}$  s. (1 Punkt)

Im Laborsystem legen die Kaonen in der Eigenzeit  $t = 15 \cdot 10^{-10}$  s eine Strecke von

$$x_{\text{Lab}} = \beta \gamma c t = \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} c t$$

zurück. Nun ist

$$\beta = \frac{p}{E} = \frac{p}{\sqrt{p^2 + m^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{m}{p}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{0,49}{1,1}\right)^2}} = 0,91$$

wobei die Kaonmasse 490 MeV und der Kaonimpuls von 1,1 GeV verwendet wurden. Somit ist

$$x_{\text{Lab}} = \frac{0,91}{\sqrt{1 - 0,91^2}} 3 \cdot 10^8 \cdot 15 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 98,8 \text{ cm}. \quad (1 \text{ Punkt})$$

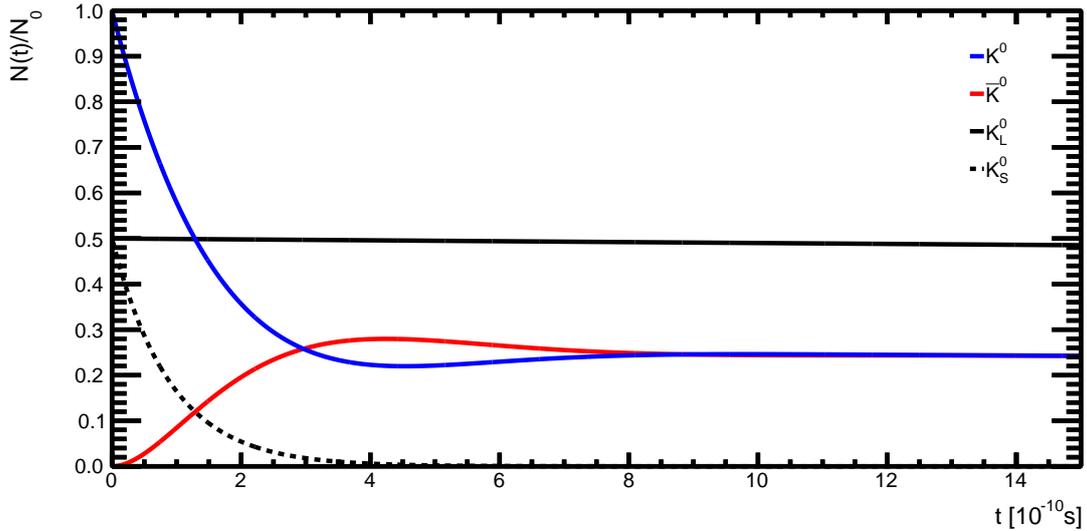


Abbildung 1: Anteile der  $K^0$ - und  $\bar{K}^0$ -Anteile in einem ursprünglich reinen  $K^0$ -Strahl. Die entsprechenden  $K_L^0$ - und  $K_S^0$ -Anteile sind ebenfalls gezeigt.

c) Analog zu a) ergibt sich die Anzahl der  $K_{L/S}^0$ -Mesonen aus

$$\begin{aligned}
 N_{K_{L/S}^0}(t) &= N_0 |\langle K_{L/S}^0(t) | K^0(0) \rangle|^2 \\
 &= \frac{N_0}{2} \left| e^{iM_{L/S}t} e^{-\frac{1}{2}\Gamma_{L/S}t} \langle K^0(0) | K^0(0) \rangle \right|^2 \\
 &= \frac{N_0}{2} \left( e^{iM_{L/S}t} e^{-\frac{1}{2}\Gamma_{L/S}t} \right) \cdot \left( e^{-iM_{L/S}t} e^{-\frac{1}{2}\Gamma_{L/S}t} \right) \\
 &= \frac{N_0}{2} e^{-\Gamma_{L/S}t}. \quad (\mathbf{1 \text{ Punkt}})
 \end{aligned}$$

Die  $K_L^0$ - und  $K_S^0$ -Anteile sind ebenfalls in Abb. 1 gezeigt. Da  $\tau_S \ll 15 \cdot 10^{-10} \text{ s}$ , besteht der Strahl nach  $15 \cdot 10^{-10} \text{ s}$  praktisch vollständig aus  $K_L^0$ -Mesonen,  $N_{K_L^0}(t)/(N_{K_S^0}(t) + N_{K_L^0}(t)) = 1$ . (**1 Punkt**)

### Aufgabe 3: Materie-/Antimaterieasymmetrie

Im folgenden seien die Endzustände mit

$$\begin{aligned}
 f^+ &= \pi^- + e^+ + \nu_e \\
 f^- &= \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e
 \end{aligned}$$

bezeichnet.

a) LO-Feynmandiagramme sind in Abb. 2 gezeigt. (**2 Punkte**)

b) Für große Zeiten besteht der Strahl praktisch vollständig aus  $K_L^0$ . Die Zerfallsraten sind proportional zum Wirkungsquerschnitt, der proportional zum Übergangsmatrixelementquadrat ist (**1 Punkt**):

$$R^{+/-} \propto \sigma(K_L^0 \rightarrow f^{+/-}) \propto |\langle f^{+/-} | T | K_L^0 \rangle|^2.$$

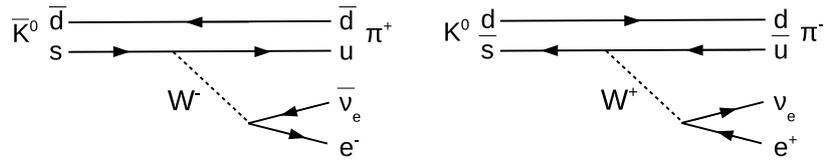


Abbildung 2: LO-Feynmandiagramme der  $(-)$  und  $(+)$  Zerfälle.

Entwickeln von  $K_L^0$  nach  $K^0$  und  $\bar{K}^0$  ergibt, unter Berücksichtigung von (i) und (ii),

$$\begin{aligned} \langle f^+ | T | K_L^0 \rangle &= \underbrace{\langle f^+ | T | K^0 \rangle}_{=k} \langle K^0 | K_L^0 \rangle + \underbrace{\langle f^+ | T | \bar{K}^0 \rangle}_{=0} \langle \bar{K}^0 | K_L^0 \rangle \\ \langle f^- | T | K_L^0 \rangle &= \underbrace{\langle f^- | T | K^0 \rangle}_{=0} \langle K^0 | K_L^0 \rangle + \underbrace{\langle f^- | T | \bar{K}^0 \rangle}_{=k} \langle \bar{K}^0 | K_L^0 \rangle . \end{aligned}$$

Somit ist

$$\delta_C = \frac{|\langle K^0 | K_L^0 \rangle|^2 - |\langle \bar{K}^0 | K_L^0 \rangle|^2}{|\langle K^0 | K_L^0 \rangle|^2 + |\langle \bar{K}^0 | K_L^0 \rangle|^2} . \quad (2 \text{ Punkte})$$

Aus der Definition von  $K_1^0$  und  $K_2^0$  folgt

$$|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon|^2)}} \left( (1+\epsilon) |K^0\rangle + (1-\epsilon) |\bar{K}^0\rangle \right) ,$$

also

$$\delta_C = \frac{|1+\epsilon|^2 - |1-\epsilon|^2}{|1+\epsilon|^2 + |1-\epsilon|^2} . \quad (1 \text{ Punkt})$$

Nun ist

$$\begin{aligned} |1 \pm \epsilon|^2 &= (1 \pm \epsilon) \cdot (1 \pm \epsilon)^* = (1 \pm \epsilon) \cdot (1 \pm \epsilon^*) \\ &= 1 + \underbrace{\epsilon \epsilon^*}_{=|\epsilon|^2 \rightarrow 0} \pm \underbrace{(\epsilon + \epsilon^*)}_{=2 \cdot \Re(\epsilon)} , \end{aligned}$$

also

$$\delta_C = \frac{4 \cdot \Re(\epsilon)}{2} = 2 \cdot \Re(\epsilon) . \quad (1 \text{ Punkt})$$

c) Die Phase  $\phi_\epsilon$  folgt aus

$$\begin{aligned} \cos \phi_\epsilon &= \frac{\Re(\epsilon)}{|\epsilon|} = \frac{\frac{1}{2} \delta_C}{|\epsilon|} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \cdot 3,3 \cdot 10^{-3}}{2,2 \cdot 10^{-3}} = 0,75 \\ \Rightarrow \phi_\epsilon &= 41,4^\circ . \quad (1 \text{ Punkt}) \end{aligned}$$