

**Übungen zu
Moderne Experimentalphysik III
(Kerne und Teilchen)
Sommersemester 2017**

Übungsblatt Nr. 10

Ausgabe: Di, 11.07.2017

Abgabe: Di, 18.07.2017 (13:30) Briefkasten Geb. 30.23

Name des Übungsgruppenleiters und Gruppenbuchstabe:

Namen der bearbeitenden Gruppe:

Aufgabe 1: Universalität der schwachen Wechselwirkung (6+2 Punkte)

Mit „schwacher Wechselwirkung“ ist hier der durch die W^\pm -Bosonen vermittelte „schwache Teil“ der elektroschwachen Wechselwirkung gemeint.

- a) In welche Leptonen und Quarks können das μ - und das τ -Lepton zerfallen? Zeichnen Sie relevante Feynmandiagramme und begründen Sie Ihre Antwort. Für die Massen der Leptonen gilt $m_\mu = 106$ MeV und $m_\tau = 1,777$ GeV.

Hinweis: Das leichteste Meson mit Charm, das D^\pm , hat eine Masse von 1,87 GeV.

- b) Obwohl das μ - und das τ -Lepton beide schwach zerfallen, sind ihre Lebensdauern von $\tau_\mu = 2,2 \cdot 10^{-6}$ s bzw. $\tau_\tau = 2,9 \cdot 10^{-13}$ s sehr unterschiedlich. Zeigen Sie, dass dies im Wesentlichen auf den Phasenraum im Zerfall zurückzuführen ist.

Hinweise: Die Zerfallsbreite des Myons ist in guter Näherung gegeben durch (vgl. Vorlesung)

$$\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu) = \frac{G_F^2}{192\pi^3} m_\mu^5.$$

Argumentieren Sie mit der Universalität der schwachen Wechselwirkung und leiten Sie daraus die entsprechende Partialbreite $\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)$ für das τ -Lepton ab. Überlegen Sie ferner anhand der CKM-Matrix, welche Zerfälle des τ -Leptons relevant zu dessen totaler Breite beitragen und vernachlässigen Sie kleine Beiträge. Nutzen Sie dann wieder die Universalität der schwachen Wechselwirkung, um abzuschätzen, wie sich die relevanten Partialbreiten des τ -Leptons zueinander verhalten.

- c) **Bonusaufgabe** (2 Punkte): Welche Lebensdauer erwarten Sie demnach für c - und b -Quarks ($m_c = 1,3$ GeV und $m_b = 4,2$ GeV)? Vergleichen Sie Ihre Abschätzung auch hier wieder mit den Literaturwerten der jeweils leichtesten Mesonen, die ein c - bzw. ein b -Quark enthalten, $\tau_{D^\pm} = 1,04 \cdot 10^{-12}$ s bzw. $\tau_{B^\pm} = 1,67 \cdot 10^{-12}$ s. Warum stimmt das Ergebnis in etwa für das c -, nicht aber für das b -Quark?

Aufgabe 2: Geladene Ströme bei HERA (6 Punkte)

Im Speicherring HERA am DESY in Hamburg wurden Elektronen oder Positronen mit einem Impuls von 27,5 GeV an Protonen mit einem Impuls von 920 GeV gestreut.

- a) Zeichnen Sie die Feynmandiagramme für Prozesse mit neutralem und geladenem Strom.

- b) Die Spinausrichtung der Elektronen bzw. Positronen konnte bei HERA gesteuert werden. Der Ausrichtungsgrad lässt sich mit der Spinpolarisation

$$P_e = \frac{N_{RH} - N_{LH}}{N_{RH} + N_{LH}}$$

quantifizieren, wobei $N_{RH/LH}$ die Anzahl der Elektronen bzw. Positronen mit rechtshändiger/linkshändiger Helizität im Strahl bezeichnet. In Abb. 1 sind die von den HERA-Experimenten H1 und ZEUS gemessenen totalen Wirkungsquerschnitte der Prozesse $e^-p \rightarrow \nu_e X$ und $e^+p \rightarrow \bar{\nu}_e X$ mit geladenem Strom, wobei X das hadronische System bezeichnet, gezeigt als Funktion der Elektronen- bzw. Positronenspinpolarisation P_e .

Begründen Sie die lineare Abhängigkeit der Wirkungsquerschnitte von P_e .

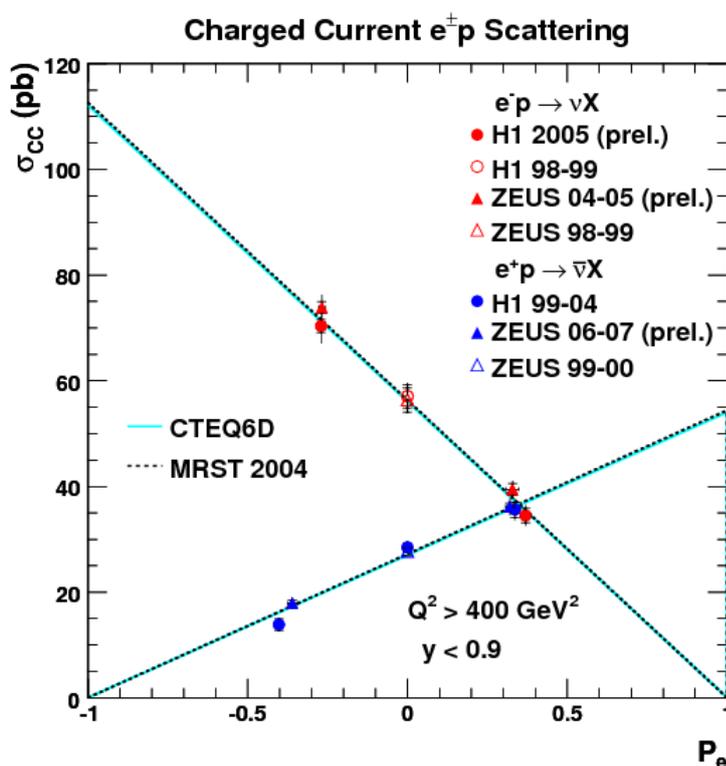


Abbildung 1: Wirkungsquerschnitte der Prozesse $e^-p \rightarrow \nu_e X$ und $e^+p \rightarrow \bar{\nu}_e X$ mit geladenem Strom („charged current“, CC) als Funktion der Elektronen- bzw. Positronenspinpolarisation. Die Kreise und Dreiecke zeigen die von den HERA-Experimenten H1 bzw. ZEUS gemessenen Werte, die Linien entsprechen der Standardmodellvorhersage. Entnommen aus [1].

- c) Wie würde sich ein hypothetisches neues W_R -Boson zeigen, das nur an rechtshändige Fermionen und linkshändige Antifermionen koppelt?
- d) Bei unpolarisiertem Strahl ($P_e = 0$) ist der Wirkungsquerschnitt $\sigma(e^-p \rightarrow \nu_e X)$ etwa doppelt so groß wie $\sigma(e^+p \rightarrow \bar{\nu}_e X)$, vgl. Abb. 1. Begründen Sie dieses Verhältnis.

Beschränken Sie sich bei der Argumentation auf den Bereich großer Bjorken- x , in dem die Valenzquarks dominieren.

Aufgabe 3: Zerfallsbreite des J/ψ (8 Punkte)

Der Wirkungsquerschnitt für Fermion-Antifermion-Produktion in e^+e^- -Kollisionen ist in erster Ordnung QED proportional¹ zu $1/s$. Zusätzlich findet man eine Reihe scharfer Resonanzen in Bereichen, in denen \sqrt{s} der Masse eines Mesons entspricht. Diese werden an e^+e^- -Speicherringen genau vermessen. Dabei werden typischerweise Speicherringe mit entgegengesetzt gleichen Impulsen der e^+ - und e^- -Strahlen verwendet, bei denen also das Schwerpunktsystem gleich dem Laborsystem ist. Es ist möglich, die Energie der Strahlen in feinen Schritten zu ändern und so die Anregungskurve der Mesonen „durchzufahren“.

Man betrachte als Beispiel das J/ψ -Meson mit einer Masse von 3097 MeV ($J/\psi(1S)$). Der Wirkungsquerschnitt für die Produktion des J/ψ und den anschließenden Zerfall in Fermion-Antifermion-Paare $f\bar{f}$, mit $f\bar{f} = e^+e^-, \mu^+\mu^-$ oder Hadronen, ist

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow f\bar{f}) = \frac{\pi(2J+1)}{s} \cdot \frac{4m^2\Gamma_e\Gamma_f}{(s-m^2)^2 + m^2\Gamma^2}$$

mit dem Spin J und der Masse m des J/ψ , der Schwerpunktsenergie \sqrt{s} der e^+e^- -Kollision, und den partiellen Zerfallsbreiten $\Gamma_f \equiv \Gamma(J/\psi \rightarrow f\bar{f})$. Die totale Zerfallsbreite beträgt $\Gamma = \Gamma_e + \Gamma_\mu + \Gamma_{\text{had}}$ und wurde zu 93 keV bestimmt. Es stellt sich allerdings heraus, dass die messbare Breite der Resonanzkurve aufgrund der Energieauflösung ΔE von etwa 1 MeV der Elektronen und Positronen im Speicherring deutlich größer ist. Die Zerfallsbreite Γ kann also nicht direkt aus der gemessenen Resonanzkurve abgelesen werden.

- a) Man kann die Partialbreiten Γ_f und somit die totale Breite Γ aber aus der Fläche

$$\Sigma_f = \int \sigma(e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow f\bar{f}) d\sqrt{s}$$

der Resonanzkurve bestimmen. Zeigen Sie, dass damit folgt

$$\Gamma_e = \frac{1}{A} \left(2 + \frac{\Sigma_{\text{had}}}{\Sigma_e} \right) \Sigma_e \quad (i), \quad \Gamma_{\text{had}} = \frac{\Sigma_{\text{had}}}{\Sigma_e} \Gamma_e \quad (ii), \quad \Gamma = A \frac{\Gamma_e^2}{\Sigma_e} \quad (iii),$$

mit $A = 6\pi^2/m^2$. Wie groß ist Γ_μ ? (Argumentieren Sie mit der Leptonuniversalität.)

Da für die totale Breite $\Gamma \ll m$ gilt, kann man mit der nichtrelativistischen Breit-Wigner-Formel

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow f\bar{f}) = \frac{\pi(2J+1)}{m^2} \cdot \frac{\Gamma_e\Gamma_f}{(\sqrt{s}-m)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

¹Mit s -abhängigen Korrekturen aufgrund der unterschiedlichen Zahl aktiver Quarkflavors.

rechnen. Begründen Sie diese Näherung. (Überlegen Sie sich, wie die Breit-Wigner-Verteilung aussieht.)

Hinweis: Es ist $\int \frac{1}{x^2+a^2/4} dx = \frac{2}{a} \arctan\left(\frac{2x}{a}\right)$.

- b) Es wurden $\Sigma_e = \Sigma_\mu = 0,79 \text{ eV} \cdot \text{b}$ und $\Sigma_{\text{had}} = 11,8 \text{ eV} \cdot \text{b}$ gemessen. Berechnen Sie die partiellen Zerfallsbreiten Γ_e , Γ_μ , Γ_{had} und die totale Zerfallsbreite Γ .

Hinweis: Beachten Sie, dass in Aufgabenteil a) natürliche Einheiten ($\hbar = c = 1$) verwendet wurden! Es ist $\hbar c = 0,197 \text{ GeV fm}$.

- c) Betrachten Sie den Prozess $\sigma(e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow \text{Hadronen})$. Schätzen Sie die Höhe der Resonanzkurve bei $\sqrt{s} = m$ aus der gemessenen Fläche $\Sigma_{\text{had}} = 11,8 \text{ eV b}$ ab. Die Strahlenergieauflösung betrage $\Delta E = 1 \text{ MeV}$.

Es genügt eine grobe Abschätzung: erinnern Sie sich, dass die gemessene Breite der Resonanzkurve durch die Unsicherheit $\Delta\sqrt{s}$ auf die Schwerpunktsenergie bestimmt ist und nehmen Sie als Näherung die Resonanzkurve als gleichschenkliges Dreieck mit Breite bei halber Höhe (FWHM-Breite) von $\Delta\sqrt{s}$ an.

Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem erwarteten QED-Kontinuumswirkungsquerschnitt (ohne Resonanz) bei $\sqrt{s} = m$,

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}) = \frac{4\pi\alpha^2(\hbar c)^2}{3s} \cdot \sum_q N_c z_q^2.$$

Literatur

- [1] E. Gallo, “Electroweak constraints from HERA”, in *Proceedings, 28th International Conference on Physics in Collision (PIC 2008)*. 2008. arXiv:0810.2212.