

Übungen zu Moderne Experimentalphysik III (Teilchen und Hadronen) Sommersemester 2020

Übungsblatt Nr. 6

Bearbeitung bis 22.06.2020

Aufgabe 1: KATRIN-Experiment

(0 Punkte)

Nur für aktiven Beitrag: In der Vorlesung haben Sie das KATRIN-Experiment zur Bestimmung der Neutrinomasse am KIT Campus Nord kennen gelernt. Dort konnte bereits nach vierwöchiger Datennahme im Frühjahr 2019 die bestehende Obergrenze für die Neutrinomasse nahezu halbiert werden. Lesen Sie die entsprechende Publikation [1] hierzu und bereiten Sie hierzu eine kurze Präsentation vor. Gehen Sie dabei insbesondere auf den Teil der Datenanalyse ein.

Aufgabe 2: Pion-Zerfall

(1+1+2+3+1=8 Punkte)

Betrachten Sie den Zerfall geladener Pionen π^\pm ($m_{\pi^\pm} = 139,57$ MeV) durch die schwache Wechselwirkung in ein geladenes Lepton ℓ^\pm , hier e^\pm ($m_{e^\pm} = 0,511$ MeV) oder μ^\pm ($m_{\mu^\pm} = 105,66$ MeV), und das entsprechende Neutrino ν . Da die elektrische Ladung für die folgenden Betrachtungen keine Rolle spielt, beschränken wir uns auf das positiv geladene π^+ und vernachlässigen entsprechende Indizes. Des Weiteren verwenden wir natürliche Einheiten ($\hbar = c = 1$).

- a) Skizzieren Sie den Zerfall $\pi^+ \rightarrow \ell^+ \nu$ im Ruhesystem des Pions indem Sie sowohl Impuls-, als auch Spinrichtung der Zerfallsprodukte angeben. Wie äußert sich hier die Paritätsverletzung in der schwachen Wechselwirkung? Zerfällt das Pion häufiger in Positronen oder Myonen? Begründen Sie Ihre Antwort.

- b) Zeigen Sie, dass (unter Vernachlässigung der Neutrinomasse) für den Impuls und die Energie des geladenen Leptons die folgende Beziehung gilt:

$$p_\ell = \frac{m_\pi^2 - m_\ell^2}{2m_\pi},$$

$$E_\ell = \frac{m_\pi^2 + m_\ell^2}{2m_\pi}.$$

- c) Sofern der Pion-Zerfall durch die Helizität unterdrückt ist, folgt daraus für das Matrixelement

$$|\mathcal{M}_{fi}|^2 \propto (1 - \beta_f),$$

für einen beliebigen Anfangszustand i und Endzustand f , wobei β_f die relativistische Geschwindigkeit des geladenen Leptons im Endzustand angibt (Ruhezustand des Pions). Zeigen Sie, dass in diesem Fall folgendes gilt:

$$\frac{|\mathcal{M}_{\pi \rightarrow e\nu}|^2}{|\mathcal{M}_{\pi \rightarrow \mu\nu}|^2} = \frac{m_e^2}{m_\mu^2} \cdot \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_e^2}.$$

- d) Die Zerfallsbreite des Pions ist durch Fermis Goldene Regel gegeben

$$\Gamma_{fi} \propto |\mathcal{M}_{fi}|^2 \cdot \rho_f,$$

wobei für den Phasenraumfaktor des Endzustands ρ_f folgendes gilt:

$$\rho_f = \frac{d}{dE_f} \int \frac{d^3\vec{p}_f d^3\vec{x}_f}{(2\pi)^3}.$$

Zeigen Sie, dass für das Verhältnis der Phasenraumfaktoren folgende Relation gilt:

$$\frac{\rho_e}{\rho_\mu} = \left(\frac{m_\pi^2 - m_e^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2} \right)^2 \cdot \left(\frac{m_\pi^2 + m_e^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2} \right).$$

- e) Berechnen Sie nun das Verhältnis der partiellen Zerfallsbreiten mit den aus der Aufgabenstellung gegebenen Massen der Teilchen:

$$\frac{\Gamma(\pi^+ \rightarrow e^+\nu)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu)}.$$

Aufgabe 3: Universalität der schwachen Wechselwirkung

(2+4+2=8 Punkte)

Mit „schwacher Wechselwirkung“ ist hier der durch die W^\pm -Bosonen vermittelte „schwache Teil“ der elektroschwachen Wechselwirkung gemeint.

- a) In welche Leptonen und Quarks können das Myon und das τ -Lepton zerfallen? Zeichnen Sie relevante Feynman-Diagramme und begründen Sie Ihre Antwort. Für die Massen der Leptonen gilt $m_\mu = 106$ MeV und $m_\tau = 1,777$ GeV.

Hinweis: Das leichteste Meson mit einem Charm-Quark, das D^\pm , hat eine Masse von 1,87 GeV.

- b) Obwohl das Myon und das τ -Lepton beide schwach zerfallen, sind ihre Lebensdauern von $\tau_\mu = 2,2 \cdot 10^{-6}$ s und $\tau_\tau = 2,9 \cdot 10^{-13}$ s sehr unterschiedlich. Zeigen Sie, dass dies im Wesentlichen auf den Phasenraum im Zerfall zurückzuführen ist.

Hinweise: Die Zerfallsbreite des Myons ist in guter Näherung gegeben durch

$$\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu) = \frac{G_F^2}{192\pi^3} m_\mu^5,$$

mit der Fermi-Konstante G_F und der Masse des Myons m_μ . Argumentieren Sie mit der Universalität der schwachen Wechselwirkung und leiten Sie daraus die entsprechende Partialbreite $\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)$ für das τ -Lepton ab. Überlegen Sie ferner, welcher Effekt beim Zerfall in Quarks eine Rolle spielt und welche Beiträge Sie vernachlässigen können. Nutzen Sie dann wieder die Universalität der schwachen Wechselwirkung, um abzuschätzen, wie sich die relevanten Partialbreiten des τ -Leptons zueinander verhalten.

- c) Welche Lebensdauer erwarten Sie demnach für Charm- und Bottom-Quarks ($m_c = 1.3$ GeV und $m_b = 4.2$ GeV)? Vergleichen Sie Ihre Abschätzung auch hier wieder mit den Literaturwerten der jeweils leichtesten Mesonen, die ein Charm- ($\tau_{D^\pm} = 1.04 \cdot 10^{-12}$ s) bzw. ein Bottom-Quark ($\tau_{B^\pm} = 1.64 \cdot 10^{-12}$ s) enthalten. Warum stimmt das Ergebnis in etwa für das Charm-, nicht aber für das Bottom-Quark?

Aufgabe 4: Quarkmischung in der B-Physik

(1+1+1+1=4 Punkte)

Die Mischung von Quarks im Standardmodell wird durch die Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-(CKM-)Matrix beschrieben:

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}.$$

Die Matrix wird häufig in der Wolfenstein-Parametrisierung mit den vier unabhängigen Parametern λ , A , ρ und η angegeben:

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + O(\lambda^4).$$

- Nehmen Sie für die Parameter die Werte $\lambda = |V_{us}| \approx 0.22$, $A \approx 0.8$, $\sqrt{\rho^2 + \eta^2} \approx 0.4$ und $\sqrt{(1 - \rho)^2 + \eta^2} \approx 0.9$ an. Füllen Sie die CKM-Matrix so mit Näherungswerten der Beträge ihrer Elemente (bis zu Termen $\mathcal{O}(\lambda^4)$). Kommentieren Sie die Größenordnungen der unterschiedlichen Matrixelemente.
- Betrachten Sie das Feynman-Diagramm in Abb. 1 links, das den Zerfall $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+$ beschreibt. Welche CKM-Matrixelemente sind involviert?
- Zeichnen Sie das analoge Feynman-Diagramm für den Prozess $B^+ \rightarrow D^0 K^+$ und identifizieren Sie die relevanten CKM-Matrixelemente. Vergleichen Sie dieses Diagramm mit dem Diagramm in Abb. 1 links und schätzen Sie das Verhältnis R der Verzweigungsverhältnisse ab:

$$R = \frac{\mathcal{B}(B^+ \rightarrow D^0 K^+)}{\mathcal{B}(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+)}.$$

Hinweis: Verzweigungsverhältnisse sind proportional zum Quadrat der Zerfallsamplitude.

- Die obigen Feynman-Diagramme sind nicht die einzigen Beiträge zur diesem Zerfallstyp. Betrachten Sie beispielsweise das Diagramm in Abb. 1 rechts, das ebenfalls den Zerfall $K^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+$ beschreibt. Eine einfache Abschätzung ergibt, dass der Beitrag zur Zerfallsamplitude durch dieses Diagramm im Vergleich zum Diagramm in Abb. 1 links um einen Faktor 3 größer ist. Begründen Sie diese Abschätzung.

Hinweis: Beachten Sie, dass Quarks Farbladung tragen, während Mesonen farbneutral sind.

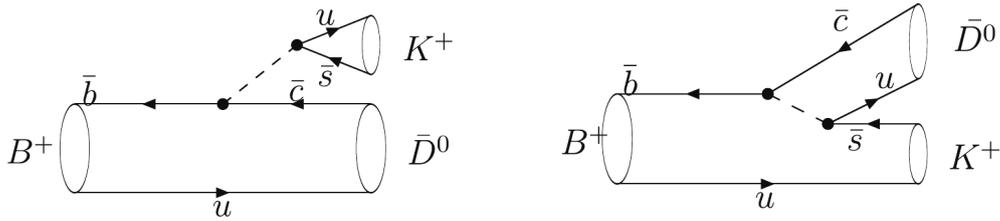


Abbildung 1: Feynman-Diagramme für den Zerfall $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+$.

Aufgabe 5: Higgs-Boson-Entdeckung

(0 Punkte)

Nur für aktiven Beitrag: Am 4. Juli 2012 veröffentlichten die beiden LHC-Kollaborationen ATLAS und CMS auf einem gemeinsamen Seminar die Beobachtung eines neuen Bosons mit einer Masse von ca. 125 GeV. Lesen Sie die kurz darauf erschienene Originalpublikation der CMS-Kollaboration [2] zu dieser Entdeckung und fassen Sie sie in einem kurzen Vortrag zusammen. Sie können sich dabei auf die signifikantesten Zerfallskanäle beschränken.

Literatur

- [1] KATRIN Collaboration, “Improved Upper Limit on the Neutrino Mass from a Direct Kinematic Method by KATRIN”, *Phys. Rev. Lett.* **123** (2019), no. 22, 221802, [arXiv:1909.06048](https://arxiv.org/abs/1909.06048). doi:10.1103/PhysRevLett.123.221802.
- [2] CMS Collaboration, “Observation of a New Boson at a Mass of 125 GeV with the CMS Experiment at the LHC”, *Phys. Lett. B* **716** (2012) 30–61, [arXiv:1207.7235](https://arxiv.org/abs/1207.7235). doi:10.1016/j.physletb.2012.08.021.