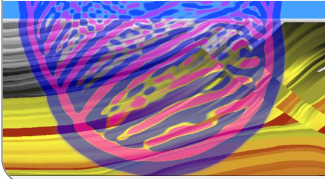


Einführung in die Geophysik I

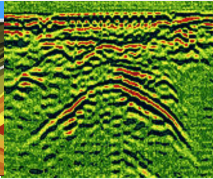
Seismische Wellenausbreitung

Thomas Bohlen, Ellen Gottschämmer, Geophysikalisches Institut, Fakultät für Physik

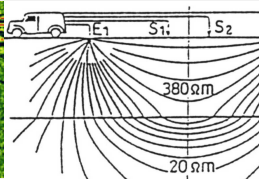
Seismik



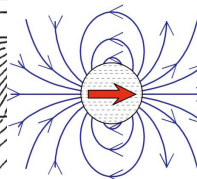
Georadar



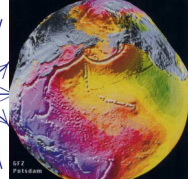
Geoelektrik



Magnetik



Gravimetrie



Inhalte der Vorlesung im Semester WS 2020/21

1 Einführung	(20.10)
2 Seismische Wellenausbreitung	(20.10, 27.10)
3 Refraktionsseismik	(03.11)
4 Reflexionsseismik	(10.11)
5 Elektromagnetische Verfahren	(17.11, 24.11)
6 Geoelektrik	(01.12)
7 Gravimetrie	(08.12, 15.12)
8 Magnetik	(12.01, 19.01)
9 weitere Themen	(26.01, 02.02)

Agenda

- Brechungsgesetz - Konsequenzen
- Schicht über Halbraum
 - Laufzeitgleichungen
 - Simulationen der Wellenausbreitung
- Datenbeispiel
- Zusammenfassung

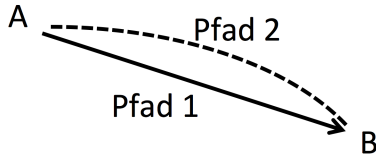
Agenda

- Brechungsgesetz - Konsequenzen
- Schicht über Halbraum
 - Laufzeitgleichungen
 - Simulationen der Wellenausbreitung
- Datenbeispiel
- Zusammenfassung

Das Fermatsche Prinzip

Das Fermatsche Prinzip ist ein weiteres hilfreiches Prinzip für die Berechnung von Strahlen. Es besagt, dass der Strahl mit der kürzesten Laufzeit realisiert wird.

$$T = \int_A^B \frac{ds}{V(x, y, z)} \stackrel{!}{=} \text{Min}$$



Pfad 1 wird realisiert, falls seine Laufzeit kürzer ist.

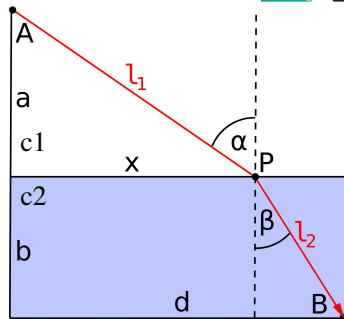


Pierre de Fermat (1607-1665) war ein französischer Mathematiker und Jurist.

Quelle: Wikipedia

Herleitung des Brechungsgesetzes aus dem Fermatschen Prinzip

$$\begin{aligned}
 t(x) &= t_1 + t_2 = \frac{l_1}{c_1} + \frac{l_2}{c_2} \\
 &= \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{(d-x)^2 + b^2}}{c_2} \\
 \frac{dt}{dx} &= \frac{2x}{2c_1\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{2(d-x)}{2c_2\sqrt{(d-x)^2 + b^2}} \\
 \frac{dt}{dx} &\stackrel{!}{=} 0 \quad \text{Fermat!} \\
 0 &= \frac{x}{c_1\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{d-x}{c_2\sqrt{(d-x)^2 + b^2}} \\
 &= \frac{1}{c_1} \frac{x}{l_1} - \frac{1}{c_2} \frac{d-x}{l_2} = \frac{1}{c_1} \sin(\alpha) - \frac{1}{c_2} \sin(\beta)
 \end{aligned}$$



Bildquelle: Wikipedia

$$\frac{\sin(\alpha)}{c_1} = \frac{\sin(\beta)}{c_2}$$

Brechungsgesetz nach Snellius

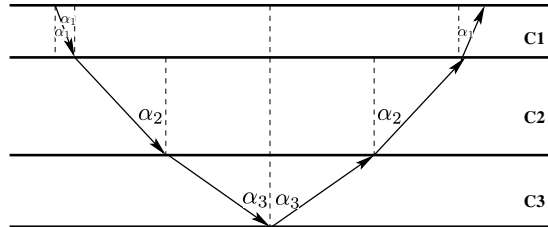
Strahlparameter - Brechungsgesetz

$$\frac{\sin(\alpha)}{c_1} = \frac{\sin(\beta)}{c_2}$$

Definition des Strahlparameters

- $p_i := \frac{\sin(\alpha_i)}{c_i}$
- α_i = Richtung des Strahls gegenüber der vertikalen Richtung
- c_i = Geschwindigkeit in der Schicht i

Aus dem Brechungsgesetz folgt $p = p_i = \text{const}$

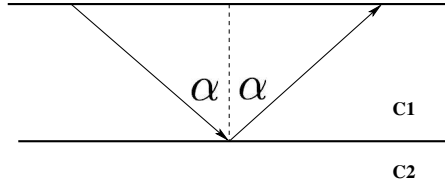


Der Strahlparameter $p = \sin(\alpha_i) / c_i$ ist eine Erhaltungsgröße entlang des seismischen Strahls.

Konsequenzen Brechungsgesetz

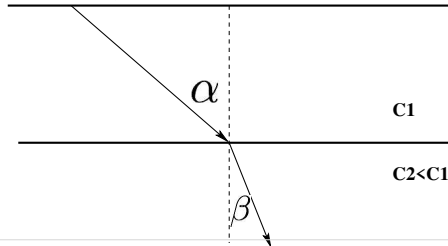
$$\frac{\sin(\alpha)}{c_1} = \frac{\sin(\beta)}{c_2}$$

Reflexion



- Einfallswinkel = Ausfallswinkel
- → Reflexionsseismik

Brechung

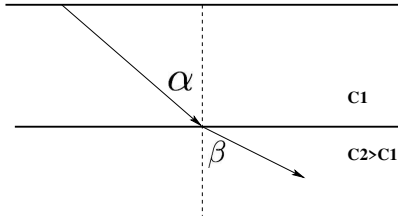


- Falls $c_2 < c_1$ ist $\beta < \alpha$
- Strahl wird zum Lot hin gebrochen

Konsequenzen Brechungsgesetz

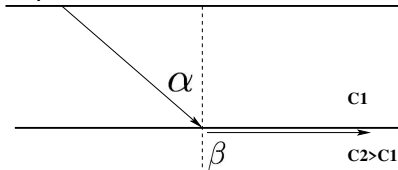
$$\frac{\sin(\alpha)}{c_1} = \frac{\sin(\beta)}{c_2}$$

Brechung



- Falls $c_1 < c_2$ ist $\beta > \alpha$
- Strahl wird vom Lot weg gebrochen

Kopfwelle

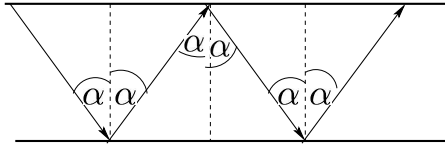


- In dem speziellen Fall $\beta = 90^\circ$ und $c_1 < c_2$ ist der sog. kritische Einfallswinkel $\alpha^* = \arcsin(c_1 / c_2)$
- Im Fall $\alpha = \alpha^*$ läuft die gebrochene Welle als Kopfwelle parallel zur Grenzfläche.
- → Refraktionsseismik

Konsequenzen Brechungsgesetz

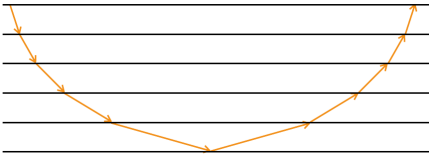
$$\frac{\sin(\alpha)}{c_1} = \frac{\sin(\beta)}{c_2}$$

Multiple Reflexionen



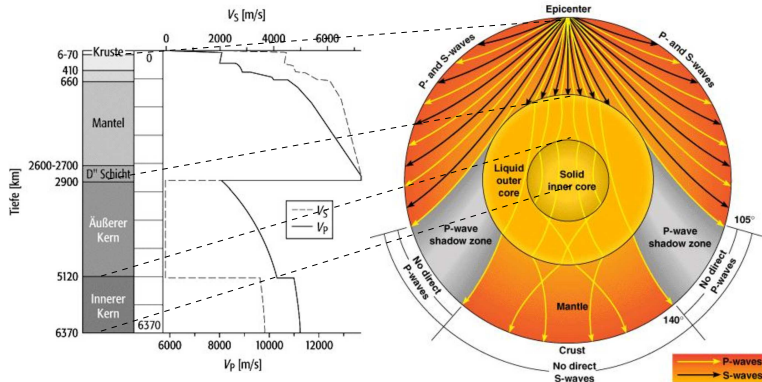
- Multiple Reflexionen in jeder Schicht.
Amplituden i.d.R. gering
- Totalreflexion an der Erdoberfläche

Tauchwellen



- Bei einer kontinuierlichen Geschwindigkeitszunahme mit der Tiefe entstehen Tauchwellen → Seismologie

Strahlenwege in der Erde

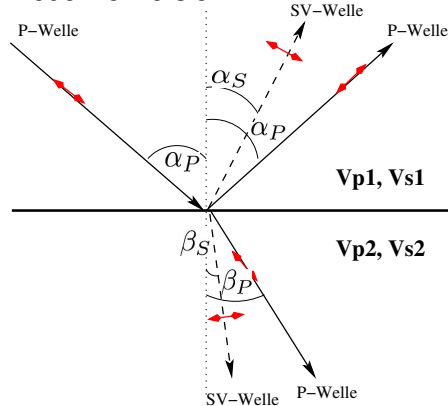


Nur transmittierte Wellenwege gezeigt. Schattenzonen ($105^\circ - 140^\circ$) für P-Wellen infolge von Brechung am äußeren Kern. Keine S-Wellen durch äußeren Kern.

Konsequenzen Brechungsgesetz

$$\frac{\sin(\alpha)}{c_1} = \frac{\sin(\beta)}{c_2}$$

Modenkonversion



- Konversion von P- und SV-Wellen bei jeder Reflexion in einem elastischen Medium
- Diese wird ebenfalls beschrieben durch das Brechungsgesetz:

$$\frac{\sin(\alpha_P)}{V_{p1}} = \frac{\sin(\alpha_S)}{V_{s1}} = \frac{\sin(\beta_P)}{V_{p2}} = \frac{\sin(\beta_S)}{V_{s2}}$$

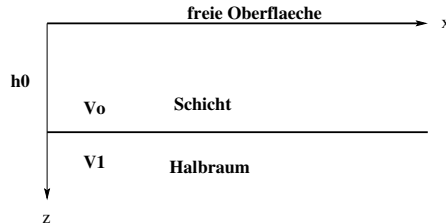
- Die Modenkonversion tritt ebenso bei einer einfallenden SV-Welle auf

Agenda

- Brechungsgesetz - Konsequenzen
- Schicht über Halbraum
 - Laufzeitgleichungen
 - Simulationen der Wellenausbreitung
- Datenbeispiel
- Zusammenfassung

Schicht über Halbraum

- Grundlegendes Verständnis für die Wellenausbreitung (Reflexion und Brechung)
- Hier: Herleitung der Laufzeitgleichungen und Simulationen.
- Annahme eines akustischen Mediums ($V_s = 0$) $\rightarrow$ nur P-Wellen.



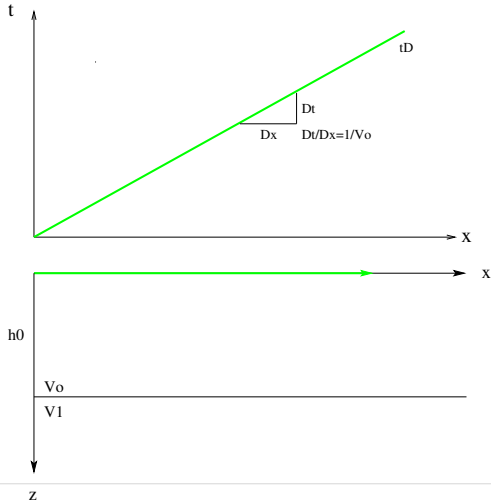
Modellannahme: Schicht über Halbraum und akustische Wellenausbreitung.

3 Untergrundparameter: h_0 =Schichtmächtigkeit, v_0 =Geschwindigkeit der Schicht, v_1 =Geschwindigkeit des Halbraums

Agenda

- Brechungsgesetz - Konsequenzen
- Schicht über Halbraum
 - Laufzeitgleichungen
 - Simulationen der Wellenausbreitung
- Datenbeispiel
- Zusammenfassung

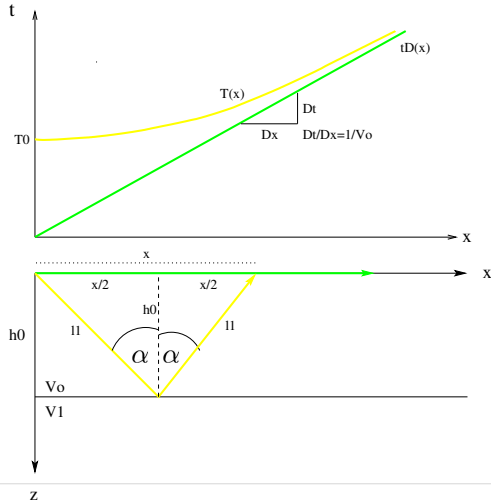
Direkte Welle



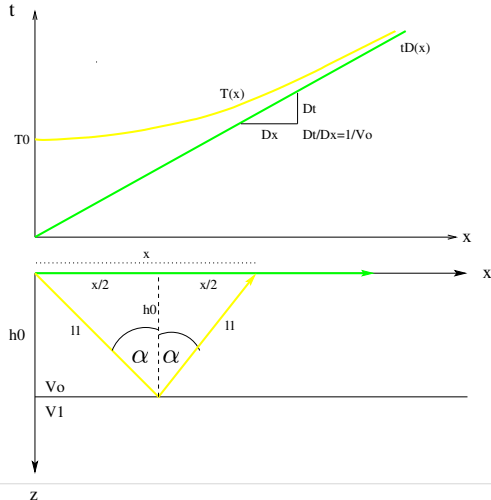
Direkte Welle

$$t_D = \frac{x}{v_0}$$

Reflektierte Welle



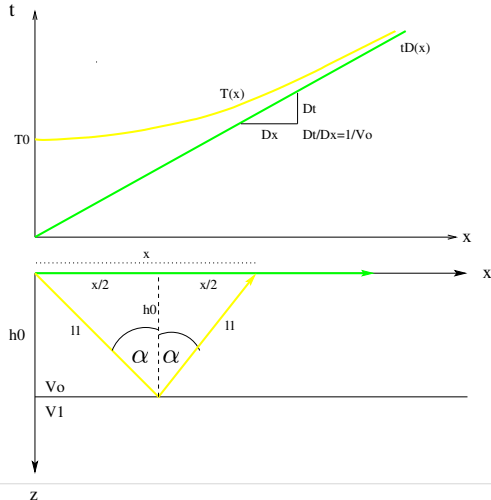
Reflektierte Welle



Reflektierte Welle

$$T^2 = \left(\frac{2h_1}{v_0} \right)^2, \quad l_1 = \left(\frac{x}{2} \right)^2 + h_0^2$$

Reflektierte Welle

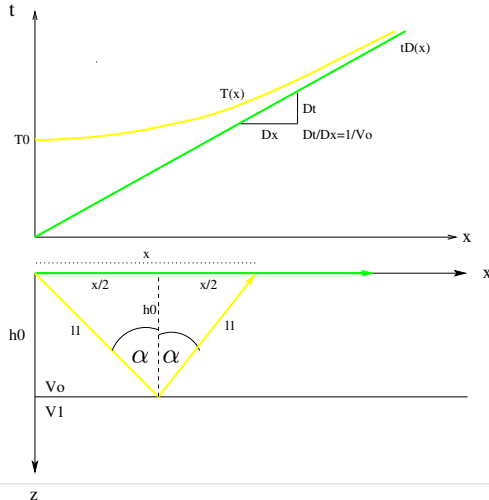


Reflektierte Welle

$$T^2 = \left(\frac{2h_1}{v_0} \right)^2, \quad l_1 = \left(\frac{x}{2} \right)^2 + h_0^2$$

$$T^2 = \frac{4 \left(\left(\frac{x}{2} \right)^2 + h_0^2 \right)}{v_0^2}$$

Reflektierte Welle



Reflektierte Welle

$$T^2 = \left(\frac{2h_1}{v_0} \right)^2, \quad h_1 = \left(\frac{x}{2} \right)^2 + h_0^2$$

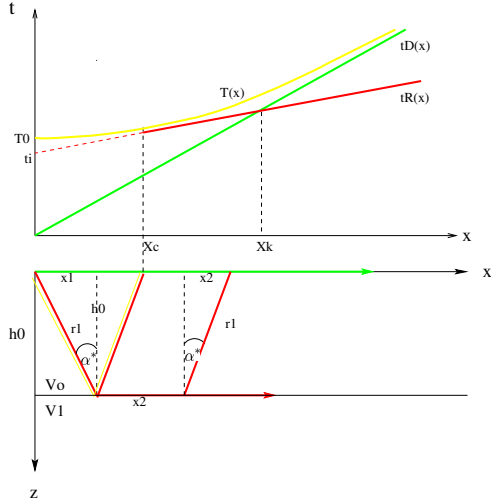
$$T^2 = \frac{4 \left(\left(\frac{x}{2} \right)^2 + h_0^2 \right)}{v_0^2}$$

$$T^2(x) = \frac{x^2}{v_0^2} + T_0^2$$

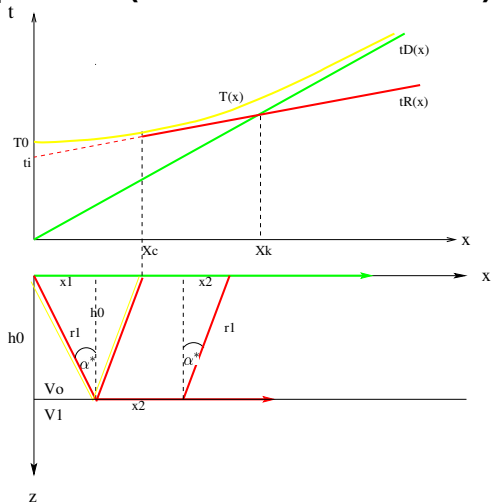
$$T_0 = \frac{2h_0}{v_0}$$

Hyperbel. T_0 = Laufzeit des Lotstahls.

Kopfwelle ("Refraktierte Welle")



Kopfwelle ("Refraktierte Welle")



Kopfwelle

$$t_R = \frac{2r_1}{v_0} + \frac{x_2}{v_1}$$

$$\sin(\alpha^*) = \frac{v_0}{v_1}$$

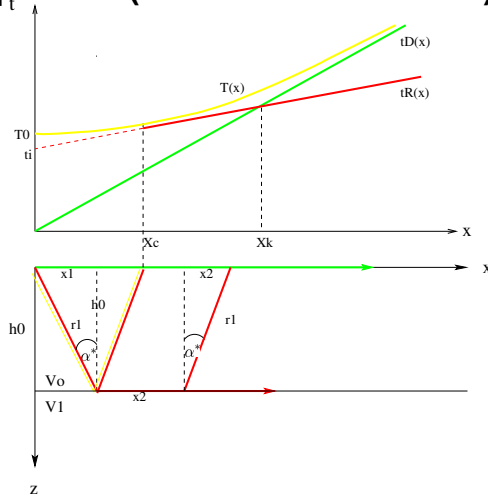
$$r_1 = \frac{h_0}{\cos(\alpha^*)}$$

$$x_1 = h_0 \tan(\alpha^*)$$

$$x_2 = x - 2x_1$$

$$\begin{aligned} t_R &= \frac{2h_0}{v_0 \cos(\alpha^*)} + \frac{x}{v_1} - \frac{2h_0 \tan(\alpha^*)}{v_1} \\ &= \frac{2h_0}{\cos(\alpha^*)} \left(\frac{1}{v_0} - \frac{\sin(\alpha^*)}{v_1} \right) + \frac{x}{v_1} \\ &= \frac{2h_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{v_1^2}}} \left(\frac{1}{v_0} - \frac{v_0}{v_1^2} \right) + \frac{x}{v_1} \\ &= \dots \end{aligned}$$

Kopfwelle ("Refraktierte Welle")



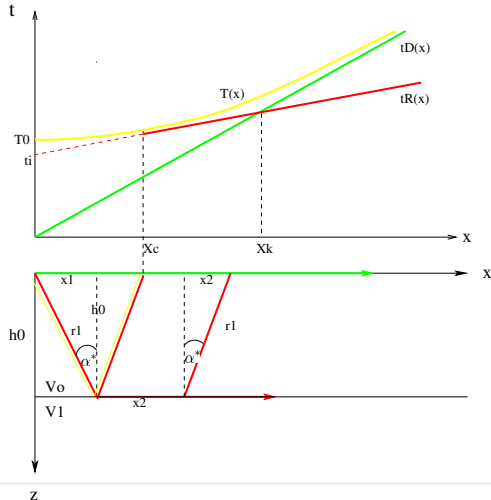
$$\begin{aligned}
 t_R &= \frac{2h_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{v_1^2}}} \left(\frac{1}{v_0} - \frac{v_0}{v_1^2} \right) + \frac{x}{v_1} \\
 &= \frac{2h_0}{v_0} \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{v_1^2}} + \frac{x}{v_1} \\
 &= 2h_0 \sqrt{\frac{1}{v_0^2} - \frac{1}{v_1^2}} + \frac{x}{v_1}
 \end{aligned}$$

$$t_R = t_i + \frac{x}{v_1}$$

$t_i = 2h_0 \sqrt{v_0^{-2} - v_1^{-2}}$ "Intercept-Zeit"

Laufzeitkurve der **Kopfwelle** ist eine Gerade.

Kopfwelle ("Refraktierte Welle")

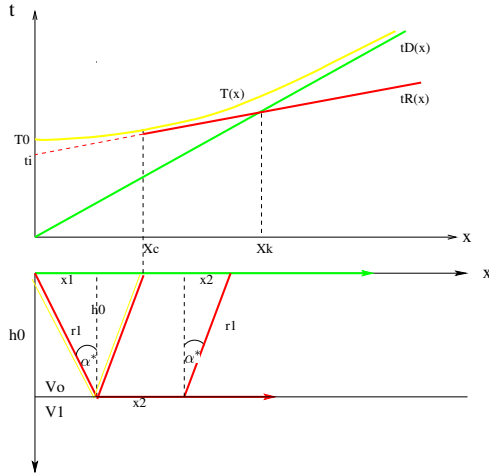


Kritische Entfernung

Die **Kopfwelle** ist zum ersten Mal in der kritischen Entfernung x_c beobachtbar. Hier berühren sich **Reflexion** und **Kopfwelle**: $t_R(x_c) = T(x_c)$ und $\frac{\partial t_R}{\partial x}(x_c) = \frac{\partial T}{\partial x}(x_c)$. Die kritische Entfernung lässt sich berechnen aus

$$x_c = 2x_1 = 2h_0 \tan(\alpha^*)$$

Kopfwelle ("Refraktierte Welle")



Überholentfernung

In der Überholentfernung x_k überholt die **Kopfwelle** die **direkte Welle**. Es gilt:

$$\begin{aligned}
 t_D(x_k) &= t_R(x_k) \\
 \frac{x_k}{v_0} &= \frac{x_k}{v_1} + 2h_0 \sqrt{v_0^{-2} + v_1^{-2}} \\
 x_k &= 2h_0 \frac{\sqrt{v_0^{-2} + v_1^{-2}}}{v_0^{-1} - v_1^{-1}} \\
 &= \dots \\
 x_k &= 2h_0 \sqrt{\frac{v_1 + v_0}{v_1 - v_0}}
 \end{aligned}$$

Agenda

- Brechungsgesetz - Konsequenzen
- Schicht über Halbraum
 - Laufzeitgleichungen
 - Simulationen der Wellenausbreitung
- Datenbeispiel
- Zusammenfassung

Akustische Simulation

Akustischen Wellengleichung beschreibt Wellenausbreitung in Flüssigkeiten/Gasen:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \lambda \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \right), \quad V_p = \sqrt{\frac{\lambda}{\rho}}, \quad V_s = 0$$

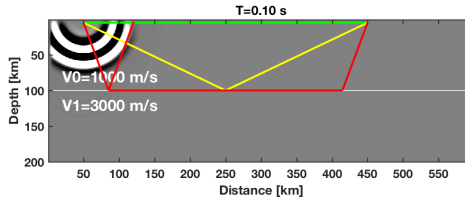
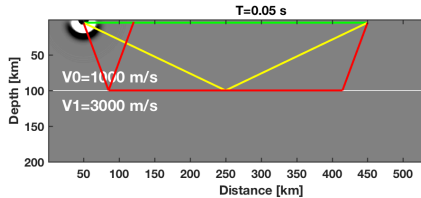
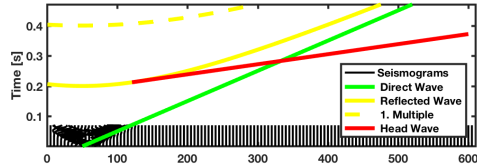
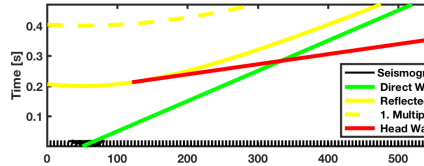
p : Druck, ρ : Dichte, λ : Lamé Parameter



Schicht über Halbraum. $h_0 = 100m$, $V_{p0} = 1000m/s$, $V_{p1} = 3000m/s$.

Akustische Simulation

Lösung der akustischen Wellengleichung



Elastische Simulation

Elastische Wellengleichung beschreibt Wellenausbreitung in der festen Erde:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \right), \quad V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

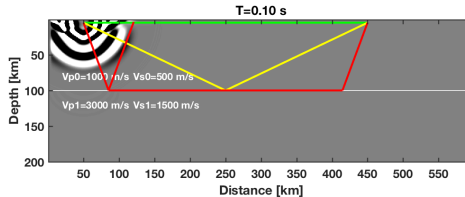
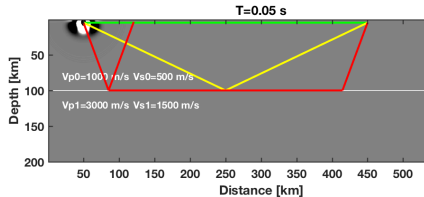
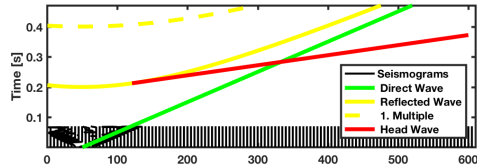
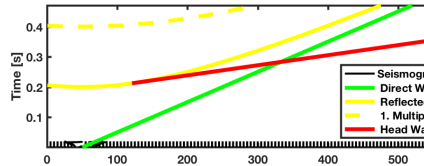
u_i : Verschiebung, ρ : Dichte, λ, μ : Lamé Parameter



Schicht über Halbraum. $h_0 = 100m$, $V_{p0} = 1000m/s$, $V_{p1} = 3000m/s$, $V_{s0} = 500m/s$, $V_{s1} = 1500m/s$.

Elastische Simulation

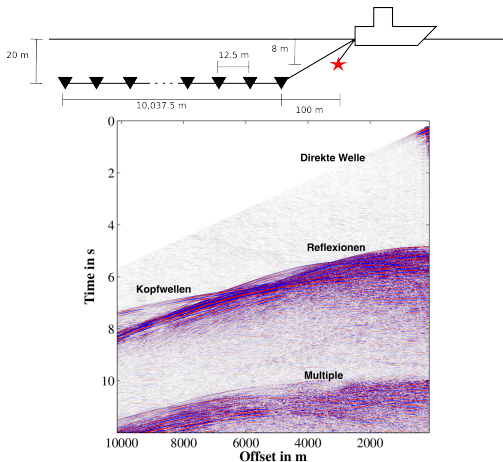
Lösung der elastischen Wellengleichung



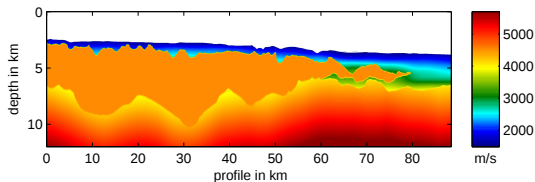
Agenda

- Brechungsgesetz - Konsequenzen
- Schicht über Halbraum
 - Laufzeitgleichungen
 - Simulationen der Wellenausbreitung
- **Datenbeispiel**
- Zusammenfassung

Beispiel marine Streamer-Daten (Salzerkundung Offshore Angola)

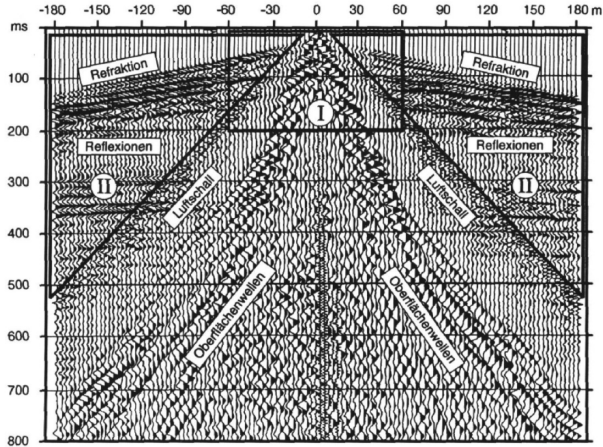


- Typische marine Daten
- Wassertiefe 2-3 km
- Reflexionen von der Salzoberkante
- Kopfwellen von der Salzoberkante



Geschwindigkeitsmodell (Click to play)

Beispiel Landdaten (Onshore)



- Typische Landdaten
- Starke Amplituden von Oberflächenwellen
- Reflexionen, Refraktionen (Kopfwellen), S-Wellen, Luftschall

Agenda

- Brechungsgesetz - Konsequenzen
- Schicht über Halbraum
 - Laufzeitgleichungen
 - Simulationen der Wellenausbreitung
- Datenbeispiel
- Zusammenfassung

Zusammenfassung

- Das Brechungsgesetz ergibt sich aus dem Fermatschen Prinzip. Es beschreibt weitgehend die Strahlenausbreitung in 2D geschichteten Medien.

Zusammenfassung

- Das Brechungsgesetz ergibt sich aus dem Fermatschen Prinzip. Es beschreibt weitgehend die Strahlenausbreitung in 2D geschichteten Medien.
- Im dem Fall einer söhligen Schicht über einem Halbraum breiten sich im akustischen Fall (z.B. Wasser) die direkte Welle, eine Kopfwelle sowie Reflexionen aus.

Zusammenfassung

- Das Brechungsgesetz ergibt sich aus dem Fermatschen Prinzip. Es beschreibt weitgehend die Strahlenausbreitung in 2D geschichteten Medien.
- Im dem Fall einer söhligen Schicht über einem Halbraum breiten sich im akustischen Fall (z.B. Wasser) die direkte Welle, eine Kopfwelle sowie Reflexionen aus.
- Die Laufzeitgleichungen für die direkte Welle und die Kopfwelle sind linear, die Laufzeitgleichung für die Reflexion hyperbolisch.
- Im elastischen Fall (Erde) kommen die Oberflächenwelle und S-Wellen dazu. Die Wellen können wechselseitig konvertieren.

Zusammenfassung

- Das Brechungsgesetz ergibt sich aus dem Fermatschen Prinzip. Es beschreibt weitgehend die Strahlenausbreitung in 2D geschichteten Medien.
- Im dem Fall einer söhligen Schicht über einem Halbraum breiten sich im akustischen Fall (z.B. Wasser) die direkte Welle, eine Kopfwelle sowie Reflexionen aus.
- Die Laufzeitgleichungen für die direkte Welle und die Kopfwelle sind linear, die Laufzeitgleichung für die Reflexion hyperbolisch.
- Im elastischen Fall (Erde) kommen die Oberflächenwelle und S-Wellen dazu. Die Wellen können wechselseitig konvertieren.

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit

✉ Thomas.Bohlen@kit.edu

🔗 <http://www.gpi.kit.edu/>

Veröffentlicht unter  Lizenz.