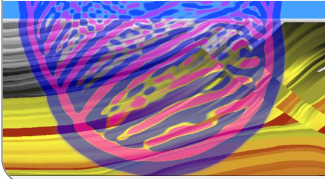


Einführung in die Geophysik I

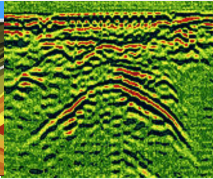
Georadar

Thomas Bohlen, Ellen Gottschämmer, Geophysikalisches Institut, Fakultät für Physik

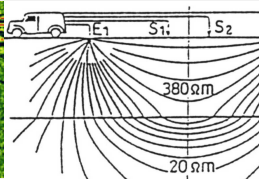
Seismik



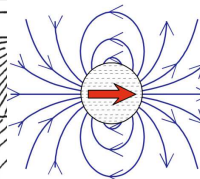
Georadar



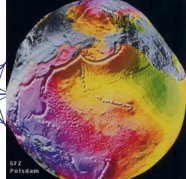
Geoelektrik



Magnetik



Gravimetrie



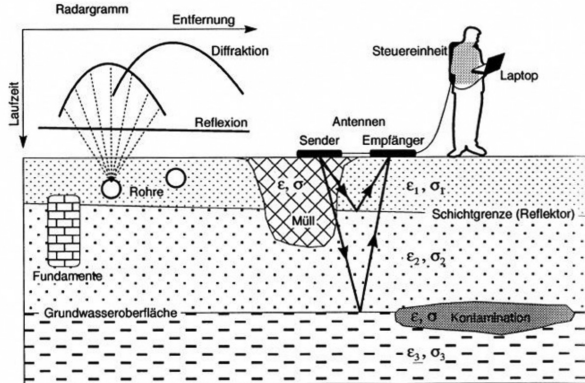
Inhalte der Vorlesung im Semester WS 2020/21

1 Einführung	(20.10)
2 Seismische Wellenausbreitung	(20.10, 27.10)
3 Refraktionsseismik	(03.11)
4 Reflexionsseismik	(10.11)
5 Elektromagnetische Verfahren	(17.11, 24.11)
6 Geoelektrik	(01.12)
7 Gravimetrie	(08.12, 15.12)
8 Magnetik	(12.01, 19.01)
9 weitere Themen	(26.01, 02.02)

Agenda

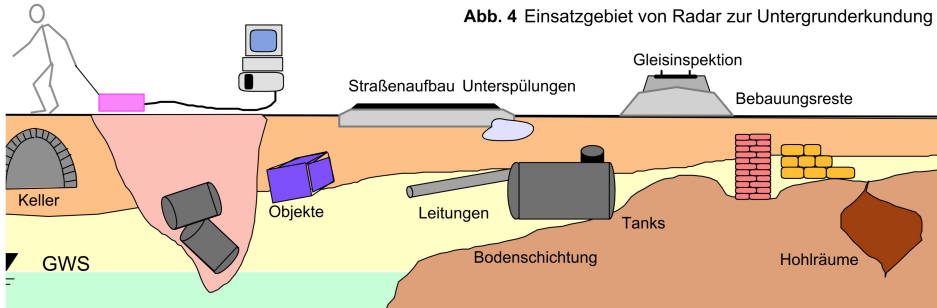
- Einführung
- Lösung der Telegraphengleichung: Ausbreitungsgeschwindigkeit und Dämpfung
- Wellenausbreitung
- Geschwindigkeitsanalyse
- Vertikale Auflösung
- Beispiele
- Zusammenfassung

Messprinzip beim Georadar



- 1-2 Antennen
- Frequenzbereich 1 MHz – 1 GHz
- Kurze Laufzeit $\approx 10^{-9}$ s
- Geringe Eindringung
- Hohe Auflösung
- Diffraktionen und Reflexionen

Einsatzgebiete des Georadar



(Quelle GGU Karlsruhe) 

Agenda

- Einführung
- Lösung der Telegraphengleichung: Ausbreitungsgeschwindigkeit und Dämpfung
- Wellenausbreitung
- Geschwindigkeitsanalyse
- Vertikale Auflösung
- Beispiele
- Zusammenfassung

Lösung der Maxwell-Gleichung für ebene EM-Welle

Die allgemeine Lösung der 1D Telegraphengleichung

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} + \mu\sigma \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} + \mu\sigma \frac{\partial E_y}{\partial t}$$

lautet

$$E_y(x) = E_0 \exp(i(\omega t - kx)) \exp(-\alpha x)$$

$$k = \frac{\omega}{c} = \sqrt{\frac{\omega^2 \mu \epsilon}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} \right)} \quad \text{Wellenzahl} \quad (1)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega^2 \mu \epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} - 1 \right)} \quad \text{Absorptionskoeffizient} \quad (2)$$

Relevante Materialparameter

1 Elektrische Permittivität

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

2 Magnetische Permeabilität

$$\mu = \mu_r \mu_0 \approx \mu_0$$

3 Elektrische Leitfähigkeit

$$\sigma$$

Material	ϵ_r	$\sigma [\Omega m]^{-1}$
Luft	1	0
Süßwasser	80	$< 10^{-2}$
Meerwasser	80	4
Eis	3-4	10^{-5}
Trockener Sand	3-5	$10^{-7} - 10^{-3}$
Nasser Sand	20-30	10^{-2}
Lehm	4-8	10^{-2}
Ton	5-40	$10^{-3} - 1$
Granit	4-6	$10^{-5} - 10^{-3}$
Bernstein	2.5	$< 10^{-16}$

Für die meisten Geomaterialien: $\mu_r = 1$, $\epsilon_r = 1 - 25$, $\sigma = 10^{-5} - 10^{-2}$

Ausbreitungsgeschwindigkeit

Ausbreitungsgeschwindigkeit nach Gl. 1

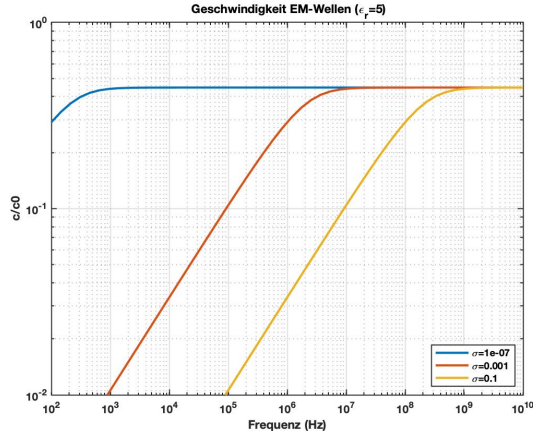
$$c = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{2}{\mu\epsilon}} \left[\left(1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2 \right)^{1/2} + 1 \right]^{-1/2} = \begin{cases} \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}, & \omega\epsilon \ll \sigma \quad \text{EM} \\ \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}}, & \sigma \ll \omega\epsilon \quad \text{GPR} \end{cases}$$

Der Fall $\omega\epsilon \ll \sigma$ tritt bei geringen Frequenzen und hoher Leitfähigkeit auf.

Der Fall $\sigma \ll \omega\epsilon$ tritt bei hohen Frequenzen und geringer Leitfähigkeit auf.

Im Frequenzbereich des Georadar $10^6 - 10^9 \text{ Hz}$ liegen wir bei hoher Leitfähigkeit im Grenzbereich.

Ausbreitungsgeschwindigkeit : σ



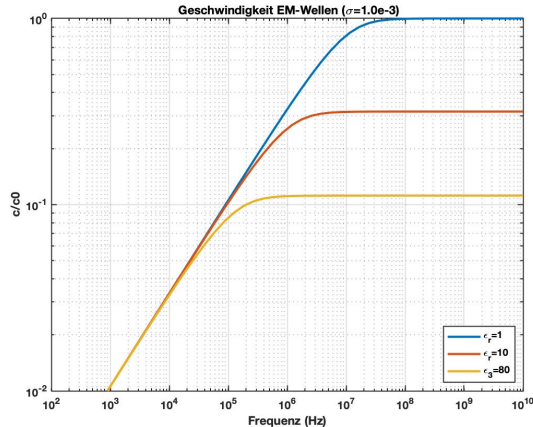
$$\frac{c}{c_0} = \frac{1}{c_0} \sqrt{\frac{2}{\mu\epsilon}} \left[\left(1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2 \right)^{1/2} + 1 \right]^{-1/2}$$

■ Plateau: $\omega \rightarrow \infty : c = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$

■ Unterhalb

$$\omega \rightarrow 0 : c = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} \propto \sqrt{\omega}$$

Ausbreitungsgeschwindigkeit: ϵ_r



$$\frac{c}{c_0} = \frac{1}{c_0} \sqrt{\frac{2}{\mu\epsilon}} \left[\left(1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2 \right)^{1/2} + 1 \right]^{-1/2}$$

■ Plateau: $\omega \rightarrow \infty : c = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$

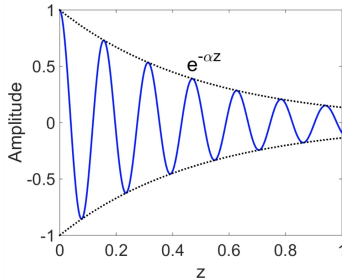
■ Unterhalb

$$\omega \rightarrow 0 : c = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} \propto \sqrt{\omega}$$

Dämpfung

Absorptionskoeffizient nach Gl. 2

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega^2 \mu \epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} - 1 \right)} = \begin{cases} \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}}, & \omega \epsilon \ll \sigma \quad \text{EM} \\ \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}, & \sigma \ll \omega \epsilon \quad \text{GPR} \end{cases}$$

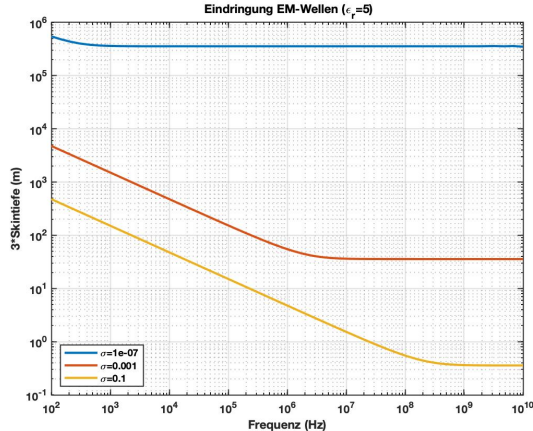


In der Skintiefe hat die Amplitude um den Faktor $\frac{1}{e} \approx 0.37$ abgenommen

$$z_s = \delta = \frac{1}{\alpha}$$

Eindringung $\approx 3\delta$

Eindringung EM-Wellen



$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega^2 \mu \epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} - 1 \right)}$$

■ Plateau:

$$\omega \rightarrow \infty : 3\delta = \frac{3}{\alpha} = \frac{2}{\sigma} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}$$

■ Unterhalb

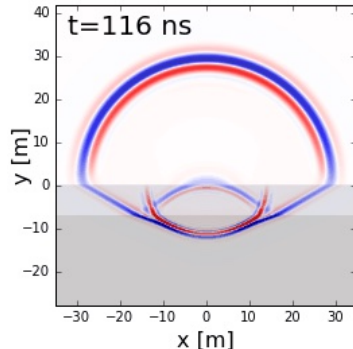
$$\omega \rightarrow 0 : 3\delta = \frac{3}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} \propto \frac{1}{\sqrt{\omega}}$$

Agenda

- Einführung
- Lösung der Telegraphengleichung: Ausbreitungsgeschwindigkeit und Dämpfung
- **Wellenausbreitung**
- Geschwindigkeitsanalyse
- Vertikale Auflösung
- Beispiele
- Zusammenfassung

Wellenausbreitung in einem geschichteten Modell

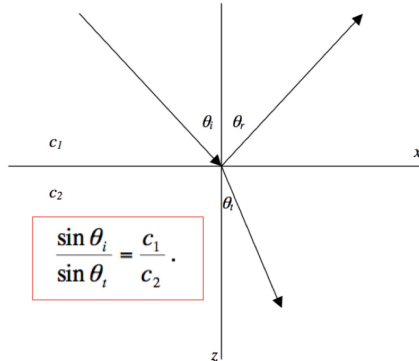
Movie



- Starke Luftwelle
- Dämpfung mit der Tiefe
- Verringerung der Geschwindigkeit mit der Tiefe
- Verringerung der Wellenlänge mit der Tiefe
- Erhöhung der Auflösung mit der Tiefe

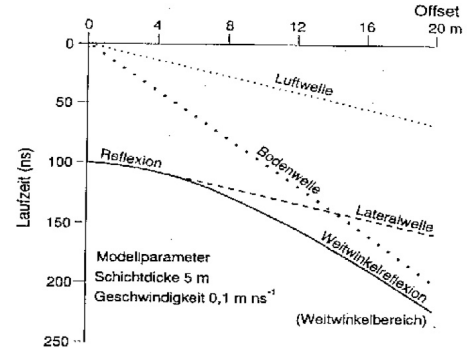
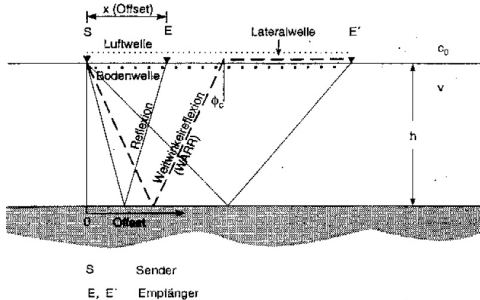
https://gpg.geosci.xyz/_images/LayeredEarth.gif

Es gilt das Brechungsgesetz nach Snellius



- Reflexionen: Einfallswinkel=Ausfallswinkel
- Kopfwellen $\theta^* = \arcsin\left(\frac{c_1}{c_2}\right)$, $c_1 < c_2$
- Oft aber $\epsilon_{r,1} > \epsilon_{r,2}$
- Daher $c_1 = \frac{c_0}{\epsilon_{r,1}} < c_2 = \frac{c_0}{\epsilon_{r,2}} \rightarrow$ keine Kopfwellen

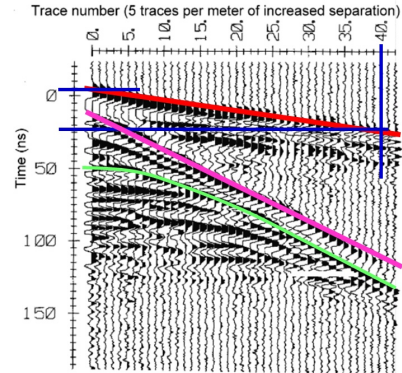
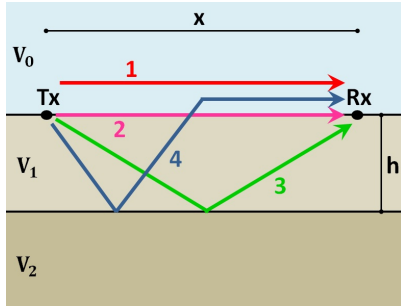
Wellenwege und Laufzeitkurven



Laufzeitdiagramm für den söhliges Zweischichtfall

Besonderheit: Lateralwelle bei jeder Reflexion

Wellenwege und Laufzeitkurven

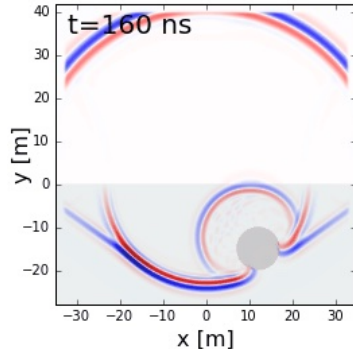


<https://gpg.geosci.xyz/content/GPR/index.html>

1: Luftwelle, 2: Direkte Welle, 3: Reflexion, 4: Reflexion+Lateralwelle

Streuung an einem Leiter

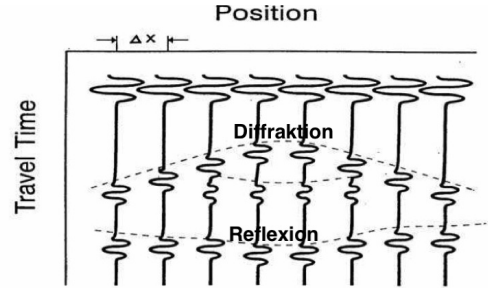
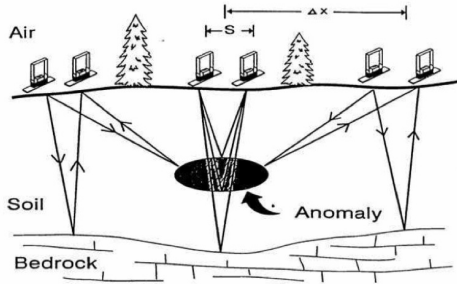
Movie



- Starke Streuung an einem Leiter
- Erzeugt durch Kontrast in ϵ_r und σ

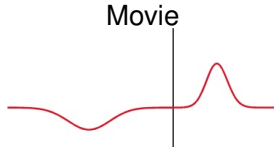
https://gpg.geosci.xyz/_images/Conductor.gif

Streuung erzeugt Diffraktionen



Kleinräumige Anomalien in ϵ_r und/oder σ erzeugen Streuung/Diffraktionen

Reflexionsamplituden



htt-

[ps://commons.wikimedia.org/wiki/File:Partial_transmittance.gif](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Partial_transmittance.gif)

Reflexionskoeffizient

$$R = \frac{\text{Einfallende Amplitude}}{\text{Reflektierte Amplitude}} = \frac{c_2 - c_1}{c_1 + c_2}$$

Transmissionskoeffizient

$$T = \frac{\text{Transmittierte Amplitude}}{\text{Reflektierte Amplitude}} = \frac{2c_2}{c_1 + c_2}$$

Ein Kontrast in c wird vor allem durch einen Kontrast in ϵ_r erzeugt:

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

Er kann aber auch durch einen starken Kontrast in σ erzeugt werden (Metall).

Besonderheiten der Wellenausbreitung Georadar

- ① Geschwindigkeitabnahme mit der Tiefe
 - → Kopfwelle an der Erdoberfläche = "Lateralwelle"
 - → Keine Kopfwellen an geologischen Grenzflächen
- ② Diffraktionen durch kleinräumige Variationen in ϵ_r manchmal σ
- ③ Geringere Wellenlängen mit der Tiefe → höhere Auflösung
- ④ Hohe Dämpfung durch σ → geringe Eindringung in leitfähigen Medien

Agenda

- Einführung
- Lösung der Telegraphengleichung: Ausbreitungsgeschwindigkeit und Dämpfung
- Wellenausbreitung
- **Geschwindigkeitsanalyse**
- Vertikale Auflösung
- Beispiele
- Zusammenfassung

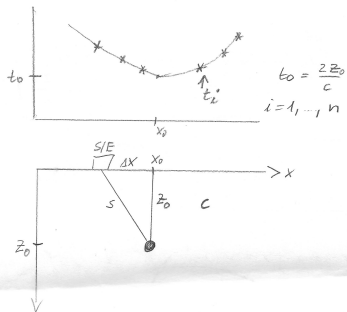
Geschwindigkeitsanalyse

- Wie in der Seismik wird ein Modell der Ausbreitungsgeschwindigkeiten für die Abbildung (Migration) benötigt
- Die Analyse reflektierter Wellen in einer Multi-Offset-Messung erfolgt analog wie in der Seismik mit dem CMP-Verfahren
- In der mono-statischen Messkonfiguration (ZO-Konfiguration) können Diffraktionen ausgewertet werden.
- Diffraktionen werden beim Georadar häufig beobachtet.

Geschwindigkeitsanalyse von Diffraktionen

Auswertung Diffraktionen

monostatische
Anordnung



monostatische Anordnung Sender = Empfänger

$$\Delta x^2 + z_0^2 = s^2 \quad t = \frac{2s}{c} \Rightarrow t = \frac{2}{c} \sqrt{\Delta x^2 + z_0^2}$$

$$t = 2 \sqrt{\frac{\Delta x^2}{c^2} + \frac{z_0^2}{c^2}} = \sqrt{\frac{4\Delta x^2}{c^2} + \frac{4z_0^2}{c^2}}$$

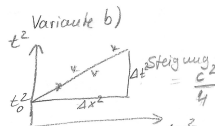
$$\Rightarrow t^2 = t_0^2 + \frac{(2\Delta x)^2}{c^2} = t_0^2 + \frac{4}{c^2} (\Delta x)^2$$

Bestimmung von c

Variante a)

$$c_i^2 = \frac{(2\Delta x)^2}{t_i^2 - t_0^2}$$

$$\bar{c} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n c_i$$



→ Tiefenbest. mittels $t_0 = \frac{2z}{c}$ $z = \frac{ct_0}{2}$

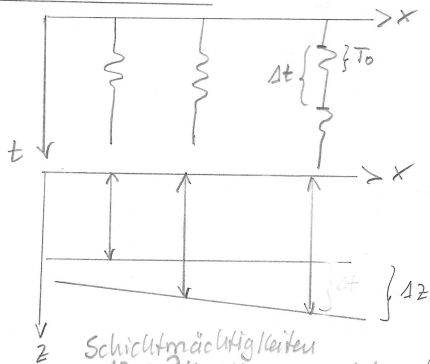
Agenda

- Einführung
- Lösung der Telegraphengleichung: Ausbreitungsgeschwindigkeit und Dämpfung
- Wellenausbreitung
- Geschwindigkeitsanalyse
- **Vertikale Auflösung**
- Beispiele
- Zusammenfassung

Vertikale Auflösung

Die Wellenlänge $\lambda = \frac{c}{f}$ bestimmt das Auflösungsvermögen:

Vertikale Auflösung



Schichtmächtigkeiten

$\Delta z < \lambda/4$ können nicht aufgelöst werden

$$T_0 = \text{Periode} = \frac{1}{f_0} = \frac{1}{\text{Hauptfrequenz}}$$

Kriterium

$$\Delta t \approx \frac{2\Delta z}{c} > \frac{T_0}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta z > \frac{c}{4} T_0$$

oder

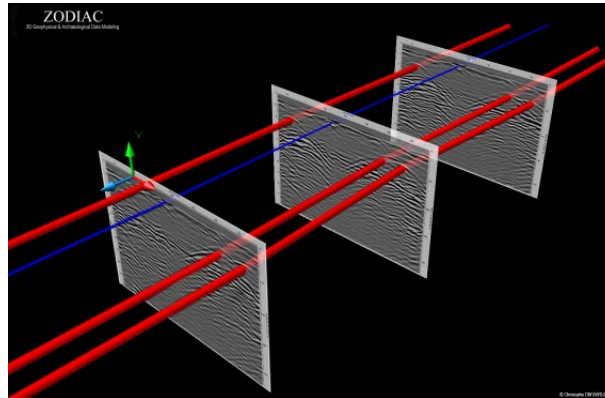
$$\Delta z > \frac{c}{4f_0}$$

$$\Delta z > \frac{\lambda}{4} \quad f_0 \approx \frac{1}{T_0} \quad \text{Hauptfrequenz}$$

Agenda

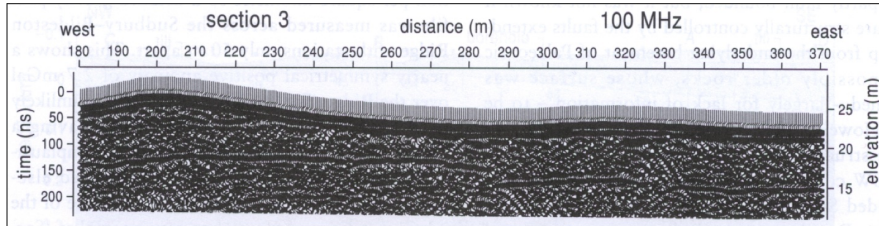
- Einführung
- Lösung der Telegraphengleichung: Ausbreitungsgeschwindigkeit und Dämpfung
- Wellenausbreitung
- Geschwindigkeitsanalyse
- Vertikale Auflösung
- **Beispiele**
- Zusammenfassung

Kartierung von Leitungen



(Quelle: Eastern Atlas)

Kartierung des Grundwasserspiegels



Wasser im Boden führt zu einer deutlichen Reduktion der Ausbreitungsgeschwindigkeit.
Daher erscheint der Grundwasserspiegel als deutlicher Kontrast.

"Schatzsuche" in einer Kirche

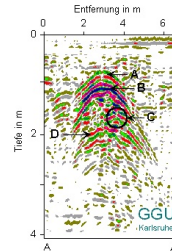
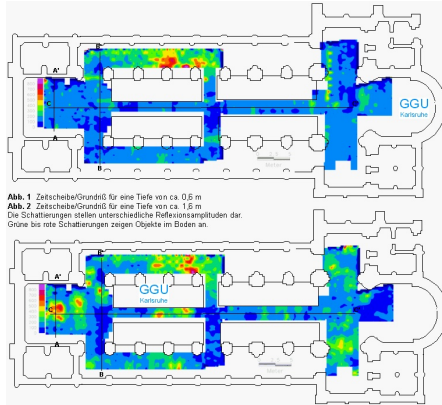


Abb. 3 Radargramm/Schnitt A - A'
Interpretationen:
A Gewölbeoberkante
B Unterkante des Mauerwerks
C Objekt im Hohlraum
D Boden des Hohlraums

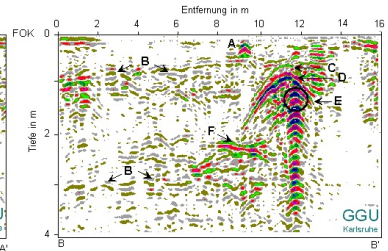


Abb. 4 Radargramm/Schnitt B - B'
Interpretationen:
A Leitung
B Bodenschichten
C Gewölbeoberkante
D Unterkante des Mauerwerks
E metallisches Objekt im Hohlraum
F Schichtgrenze

Gewölbeoberkante und Objekte im Gewölbe

Kartierung des Untergrundes in einer Kirche

(Quelle: GGU Karlsruhe)

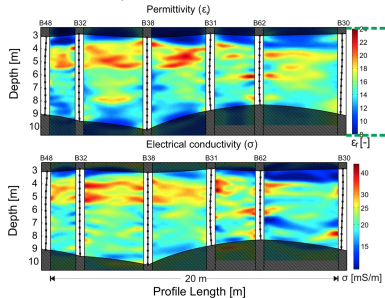


Bohrlochtomographie mit Wellenforminversion

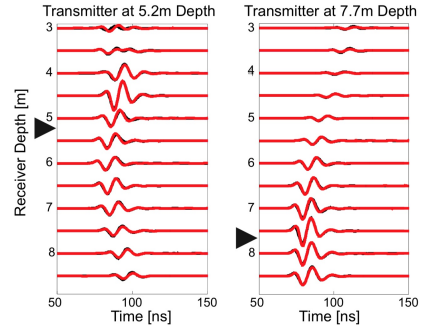
a) Borehole GPR Measurements



c) GPR FWI Results



e) Radargrams



(Quelle: Forschungszentrum Jülich) 

Agenda

- Einführung
- Lösung der Telegraphengleichung: Ausbreitungsgeschwindigkeit und Dämpfung
- Wellenausbreitung
- Geschwindigkeitsanalyse
- Vertikale Auflösung
- Beispiele
- Zusammenfassung

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit

✉ Thomas.Bohlen@kit.edu

🔗 <http://www.gpi.kit.edu/>

Veröffentlicht unter  Lizenz.