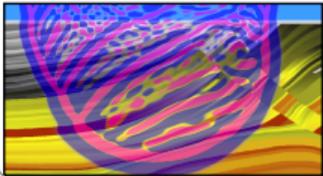


Einführung in die Geophysik I

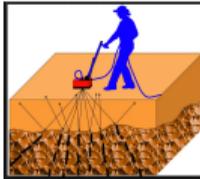
Einführung, Seismische Wellenausbreitung

T. Bohlen, Geophysikalisches Institut, Fakultät für Physik

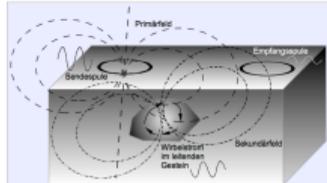
Seismik



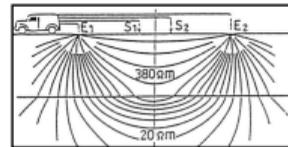
Georadar



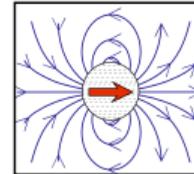
Elektromagnetik



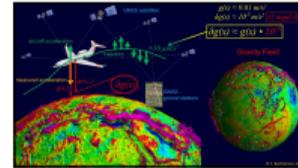
Geoelektrik



Magnetik



Gravimetrie



Agenda

1. Einführung

- Inhalte und Literatur
- Was ist Geophysik ?

2. Seismische Wellenausbreitung

- Prinzip der Seismik
- Raumwellen
- Oberflächenwellen
- Ausbreitungsgeschwindigkeiten
- Kinematische Beschreibung der Wellenausbreitung
- Beispiele

3. Zusammenfassung

Agenda

1. Einführung

- Inhalte und Literatur
- Was ist Geophysik ?

2. Seismische Wellenausbreitung

- Prinzip der Seismik
- Raumwellen
- Oberflächenwellen
- Ausbreitungsgeschwindigkeiten
- Kinematische Beschreibung der Wellenausbreitung
- Beispiele

3. Zusammenfassung

Agenda

1. Einführung

- Inhalte und Literatur
- Was ist Geophysik ?

2. Seismische Wellenausbreitung

- Prinzip der Seismik
- Raumwellen
- Oberflächenwellen
- Ausbreitungsgeschwindigkeiten
- Kinematische Beschreibung der Wellenausbreitung
- Beispiele

3. Zusammenfassung

Inhalte der Vorlesung

| Einführung in die Geophysik I, WS 2024/25, Kl. HS B | | | |
|---|----------|-------------------------------------|------------------------|
| # | Datum | Vorlesung (09:45-11:15h) | Übungen (11:30-12:30h) |
| 1 | 23.10.24 | Einführung, Wellenausbreitung | |
| 2 | 30.10.24 | Wellenausbreitung | |
| 3 | 06.11.24 | Refraktionsseismik | Ü1: Moduln |
| 4 | 13.11.24 | Reflexionsseismik | Ü2: Refraktionsseismik |
| | 20.11.24 | Studieninformationstag | |
| 5 | 27.11.24 | Elektromagnetische Wechselwirkungen | Ü3: Reflexionsseismik |
| 6 | 04.12.24 | Georadar | |
| 7 | 11.12.24 | Elektromagnetik | Ü4: Georadar |
| 8 | 18.12.24 | Elektromagnetik | |
| 9 | 08.01.25 | Geoelektrik | |
| 10 | 15.01.25 | Magnetik | Ü5: Geoelektrik |
| 11 | 22.01.25 | Magnetik | |
| 12 | 29.01.25 | Gravimetrie | Ü6: Magnetik |
| 13 | 05.02.25 | Gravimetrie | Ü7: Gravimetrie |
| | 12.02.25 | Klausur | |

Literatur

Literaturempfehlungen

- 1 Clauser, Christoph, **2018**, [Grundlagen der angewandten Geophysik - Seismik, Gravimetrie](#), Springer Verlag.
- 2 Clauser, Christoph, **2014**, [Einführung in die Geophysik](#), Springer Verlag.
- 3 William Lowrie, **2007**, [Fundamentals of Geophysics](#), Second Edition, Cambridge University Press.
- 4 Beblo, M. (Hrsg.), **1997**, [Umweltgeophysik](#), Springer Verlag
- 5 Berckhemer, H., **1997**, [Grundlagen der Geophysik](#), Wissenschaftliche Buchgesellschaft.
- 6 Keary & Brooks, **1991**, [An Introduction to Geophysical Exploration](#), Blackwell Scientific Publications
- 7 Telford, Geldart, Sheriff, Keys, **1978**, [Applied Geophysics](#), University of Cambridge Press.
- 8 Kertz, Walter, **1969**, [Einführung in die Geophysik I](#), Hochschultaschenbücher

Skript zur Vorlesung



EINFÜHRUNG IN DIE GEOPHYSIK

Vorlesung von
PROF. DR. THOMAS BOHLEN
WS 2023/24

Mitschriften der Vorlesung von
Julia A.M. Schmid (2016), Katharina Adrion (2017),
Mika Matusik (2024)

KIT - Fakultät für Physik
Geophysikalisches Institut (GPI)

13. September 2024

- Download:
 - ILIAS
 - <https://bwsyncandshare.kit.edu/s/ZwaCWpWwG8p5f6W>
- Skript wurde von Studierenden verfasst.
- Skript wurde letztes Jahr überarbeitet.
- Weitere Ergänzungen der Vorlesung sind in diesem WS geplant.
- Für die Ergänzung des Skriptes wird im WS 24/25 eine studentische Hilfskraft gesucht.
- Kenntnisse in Latex und GIT erforderlich.
- Arbeit kann "remote" erledigt werden.
- Bei Interesse bitte per Email melden:
Thomas.Bohlen@kit.edu.

Agenda

1. Einführung

- Inhalte und Literatur
- Was ist Geophysik ?

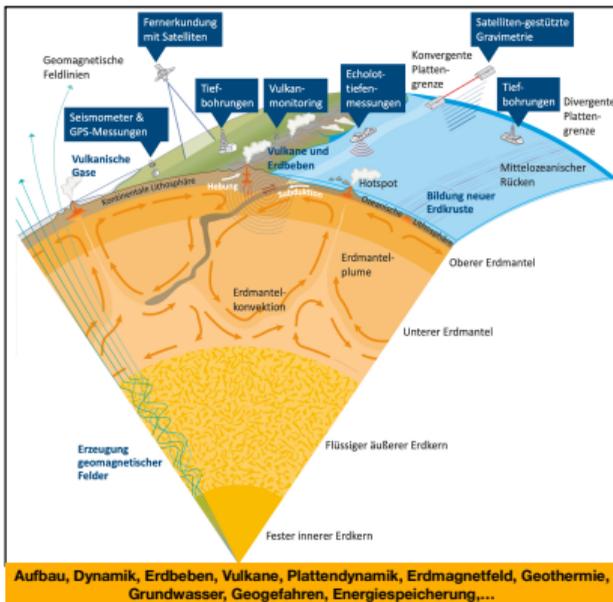
2. Seismische Wellenausbreitung

- Prinzip der Seismik
- Raumwellen
- Oberflächenwellen
- Ausbreitungsgeschwindigkeiten
- Kinematische Beschreibung der Wellenausbreitung
- Beispiele

3. Zusammenfassung

Was ist Geophysik ?

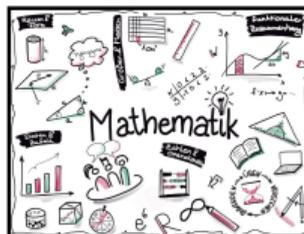
Erkundung der Erde mit den Methoden der Mathematik und Physik zur Beantwortung geowissenschaftlicher Fragestellungen



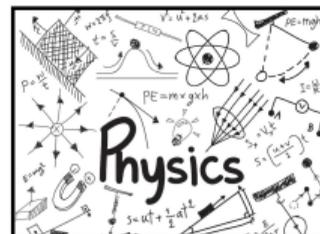
Geologie, Mineralogie, Paläontologie, Hydrologie, Geodäsie



Programmieren, High Performance Computing, Datenanalyse

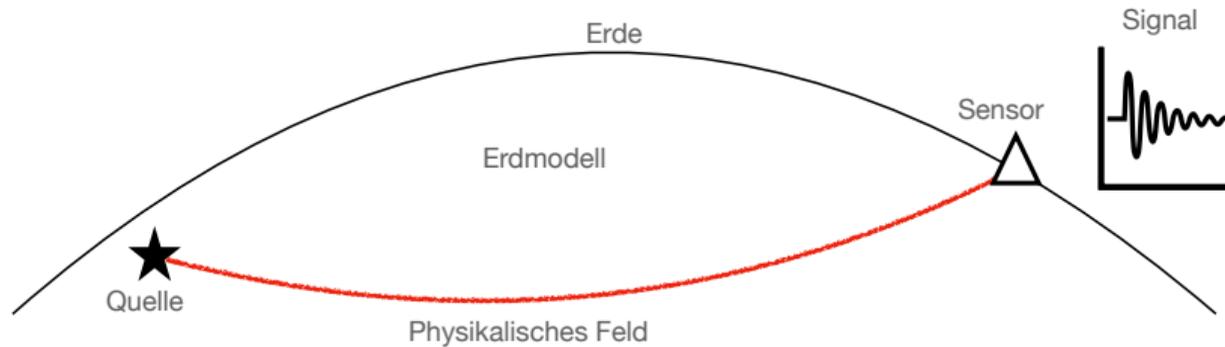


Analysis, Geometrie, Statistik, Numerik, Differentialgleichungen



Mechanik, Elektromagnetik, Gravitation, Thermodynamik, Atomphysik

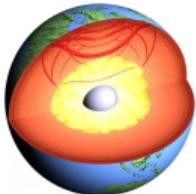
Was ist Geophysik ?



Erdmodell: Ausbreitungsgeschwindigkeiten, Dichte, elektrische und magnetische Eigenschaften
Physikalisches Feld: Seismisches Wellenfeld, Elektrisches Feld, Magnetfeld, Schwerfeld

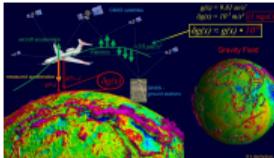
Klassische Methoden der Geophysik

Seismologie



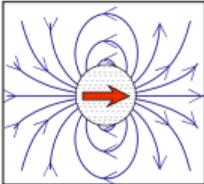
Seismische Wellen
Ausbreitungsgeschwindigkeiten
Dämpfung

Gravimetrie



Schwerebeschleunigung
Dichte

Magnetik



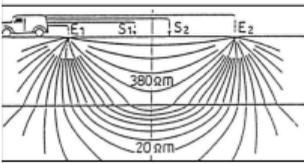
Magnetfeld
Magnetisierung

Seismik



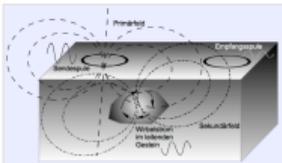
Seismische Wellen
Ausbreitungsgeschwindigkeiten
Dämpfung

Geoelektrik



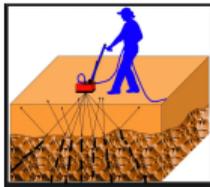
Stromfluß
Elektrische Leitfähigkeit

Elektromagnetik



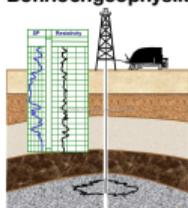
Magnetfeld und Elektrisches Feld
Elektrische Leitfähigkeit

Georadar



Elektrisches Feld
Elektrische Permittivität/
Elektrische Leitfähigkeit

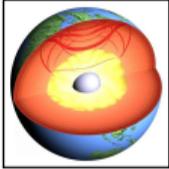
Bohrlochgeophysik



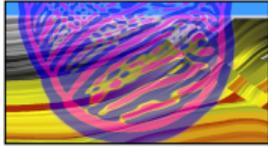
Alle Methoden auf
kleiner Skala

Zusammenfassung: Was ist Geophysik ?

Seismologie



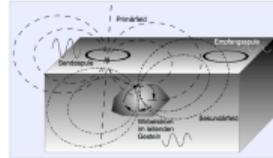
Seismik



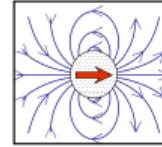
Georadar



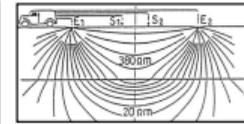
Elektromagnetik



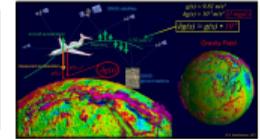
Magnetik



Geoelektrik



Gravimetrie



- Erkundung der Erde mit den Methoden der Mathematik und Physik
- Die Messung verschiedener physikalischer Felder in der Nähe der Erdoberfläche ergibt Erdmodelle physikalischer Parameter mit unterschiedlicher Auflösung und Eindringung

Zur Arbeitsmethodik der Geophysik

- **Beobachtung:** Wir messen eine physikalische Beobachtungsgröße in der Nähe der Erdoberfläche.
- **Vorwärtsmodellierung:** Mit physikalischer Theorie können wir Messwerte für ein hypothetisches Erdmodell vorhersagen.
- **Inversion:** Durch systematische Veränderung des Erdmodells werden die modellierten Messwerte an die gemessenen Messwerte angepasst. Dabei können auch verschiedene physikalische Felder gemeinsam invertiert werden.
- **Fehler & Mehrdeutigkeit:** Es gibt es mehrere unterschiedliche Erdmodelle, welche im Rahmen der Fehler zu ähnlichen Messwerten führen.
- **In-situ Verifikation:** Bohrungen geben über die tatsächliche Struktur Aufschluss.

Agenda

1. Einführung

- Inhalte und Literatur
- Was ist Geophysik ?

2. Seismische Wellenausbreitung

- Prinzip der Seismik
- Raumwellen
- Oberflächenwellen
- Ausbreitungsgeschwindigkeiten
- Kinematische Beschreibung der Wellenausbreitung
- Beispiele

3. Zusammenfassung

Agenda

1. Einführung

- Inhalte und Literatur
- Was ist Geophysik ?

2. Seismische Wellenausbreitung

- **Prinzip der Seismik**
- Raumwellen
- Oberflächenwellen
- Ausbreitungsgeschwindigkeiten
- Kinematische Beschreibung der Wellenausbreitung
- Beispiele

3. Zusammenfassung

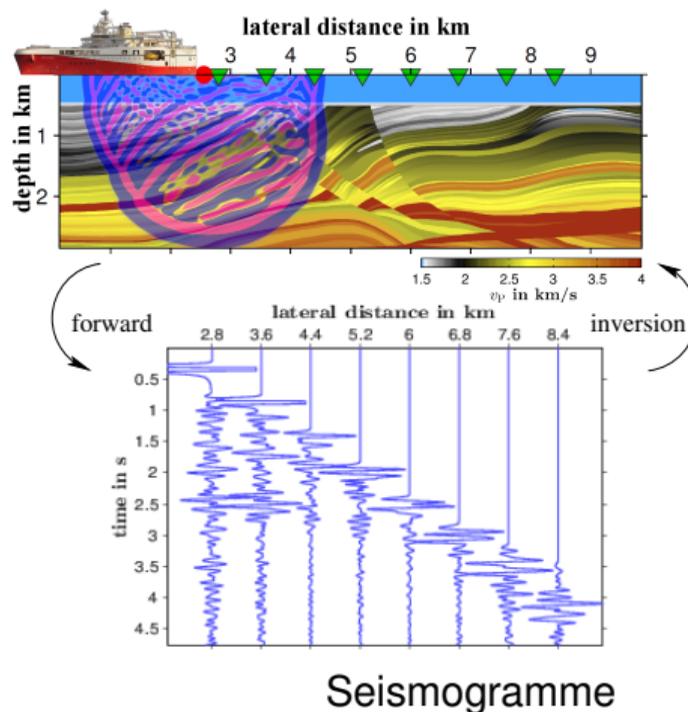
Prinzip der Seismik

Wellenausbreitungseffekte sind u.a.

- Reflexion
- Refraktion

Ziele der Seismik

- 1 Rekonstruktion der Ausbreitungsgeschwindigkeit
- 2 Abbildung von geologischen Grenzflächen

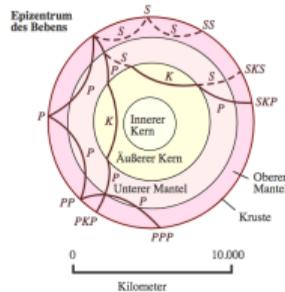


Anwendungsgebiete der Seismik

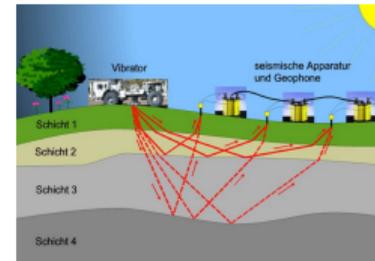
Die Seismik ist das aufwendigste geophysikalische Verfahren. Sie hat im Vergleich zu den anderen geophysikalischen Methoden i.d.R. eine bessere Auflösung und geringere Mehrdeutigkeiten.

- Flachseismik: Grundwasser, Altlasten, Baugrund (bis 100 m)
- Explorationsseismik: Rohstoffexploration, Endlagerung (bis 5 km)
- Tiefenseismik: Untersuchung Kruste/Mante (bis 40 km)

In Deutschland wird zwischen 'Seismik' und 'Seismologie' unterschieden.



Seismologie: Erdbebenwellen (EG II) (Wikipedia)



Seismik: aktive Quellen (EG I) (Wikipedia)

Agenda

1. Einführung

- Inhalte und Literatur
- Was ist Geophysik ?

2. Seismische Wellenausbreitung

- Prinzip der Seismik
- **Raumwellen**
- Oberflächenwellen
- Ausbreitungsgeschwindigkeiten
- Kinematische Beschreibung der Wellenausbreitung
- Beispiele

3. Zusammenfassung

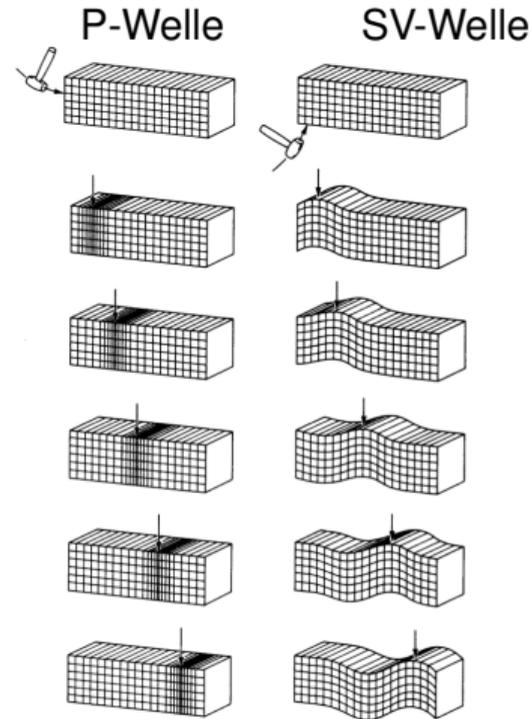
Raumwellen

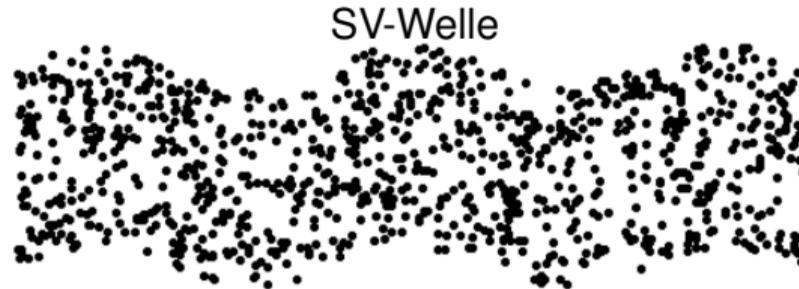
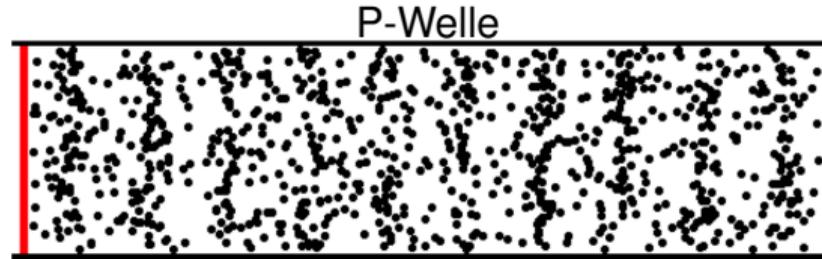
Kompressionswelle = "P-Welle"

- P=primär
- Longitudinalwelle

Transversalwelle = "S-Welle"

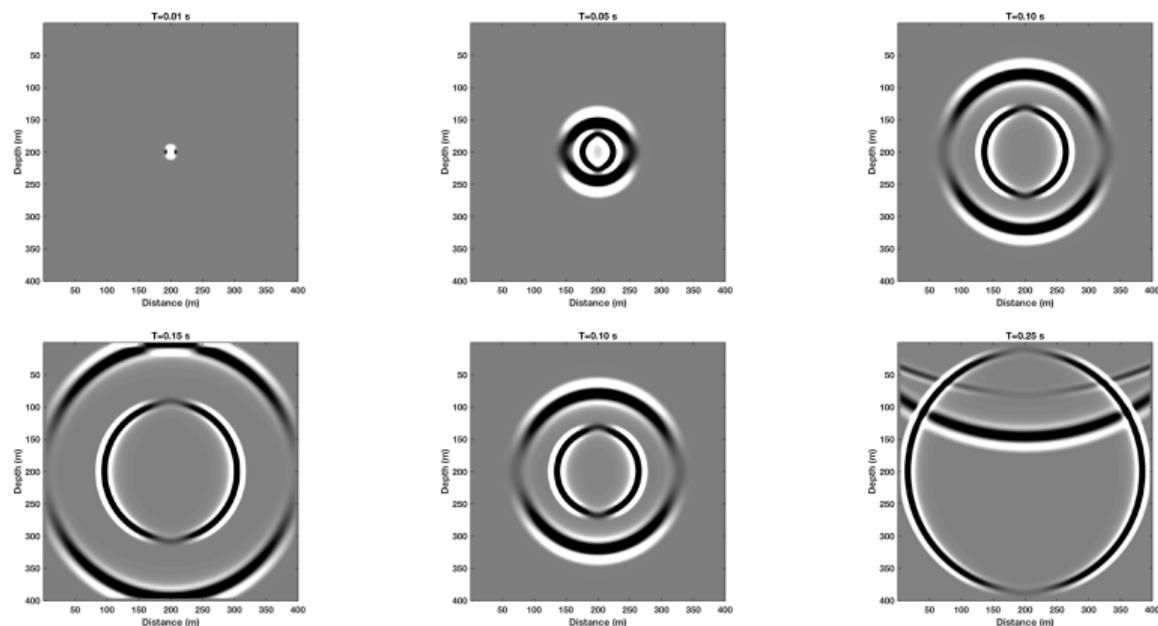
- S=sekundär
- Scherwelle=Transversalwelle
- Partikelbewegung in der vertikalen Ebene: SV-Welle
- Partikelbewegung in der horizontalen Ebene: SH-Welle





Simulation einer Einzelkraft im homogenen Halbraum

Click on first frame to play ($f_c = 30\text{Hz}$ $V_p = 1500\text{m/s}$, $V_s = 800\text{m/s}$, $\rho = 2000\text{kg/m}^3$, $\lambda_p = 50\text{m}$, $\lambda_s = 23\text{m}$)



Eine vertikale Einzelkraft im homogenen Halbraum strahlt P-Wellen und SV-Wellen ab.

Agenda

1. Einführung

- Inhalte und Literatur
- Was ist Geophysik ?

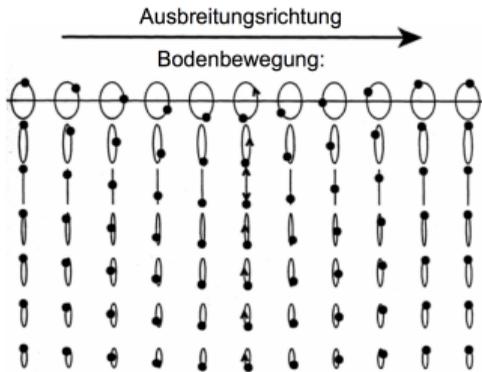
2. Seismische Wellenausbreitung

- Prinzip der Seismik
- Raumwellen
- **Oberflächenwellen**
- Ausbreitungsgeschwindigkeiten
- Kinematische Beschreibung der Wellenausbreitung
- Beispiele

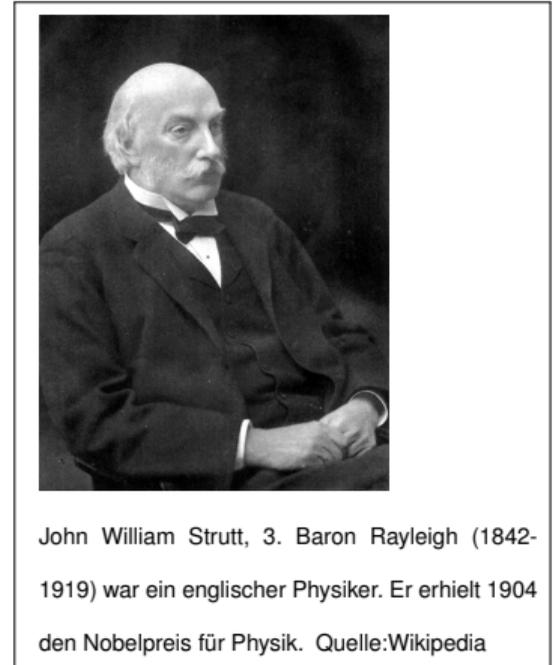
3. Zusammenfassung

Rayleighwellen

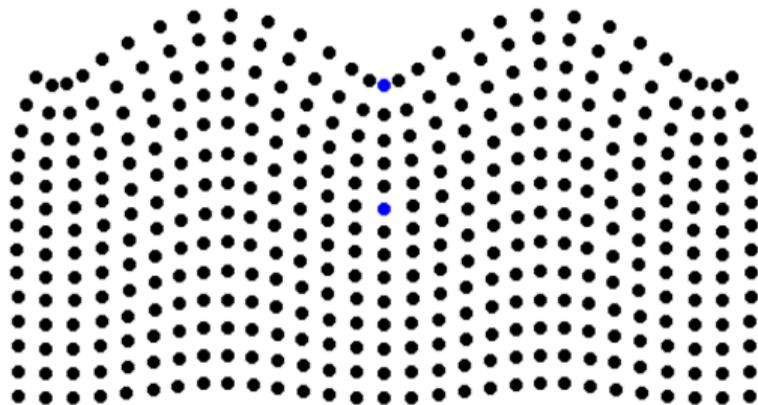
- Entstehen bei Quellen in der Nähe der Erdoberfläche
- Ausbreitung entlang der Oberfläche
- Elliptische Partikelbewegung
- Geschwindigkeit $V_R = n \cdot V_S$, $n = 0.82 - 0.95$
- Dispersion



Quelle: Shearer [2009]



Animation der Partikelbewegung von Rayleighwellen

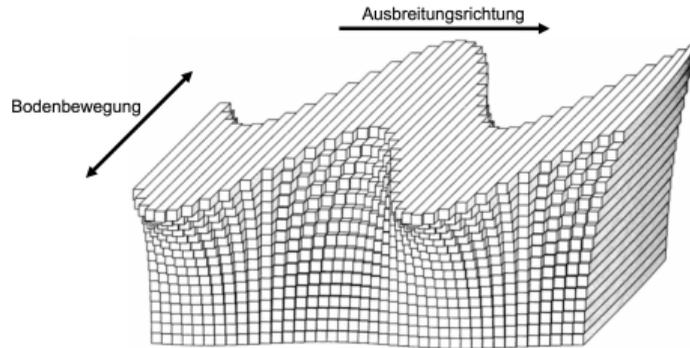


©1999, Daniel A. Russell

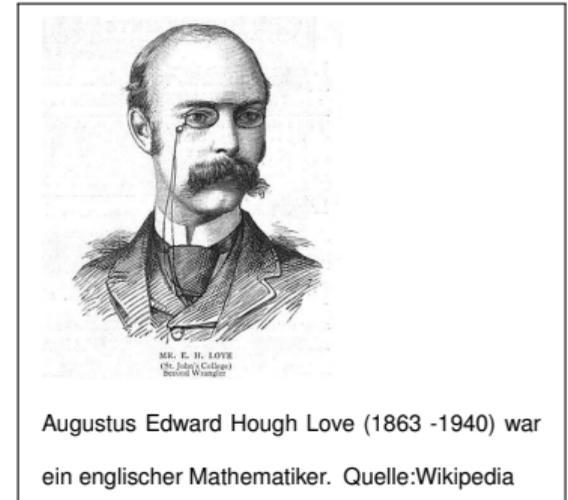
Homogener Halbraum: Elliptisch retrograde Partikelbewegung, Umkehrung der Bewegungsrichtung, Eindringung ca. eine Wellenlänge

Lovewellen

- Entstehen bei Quellen in der Nähe der Erdoberfläche
- Ausbreitung entlang der Oberfläche
- Partikelbewegung transversal - genauso wie SH-Wellen
- Geschwindigkeit $V_L \approx V_S$
- Dispersion

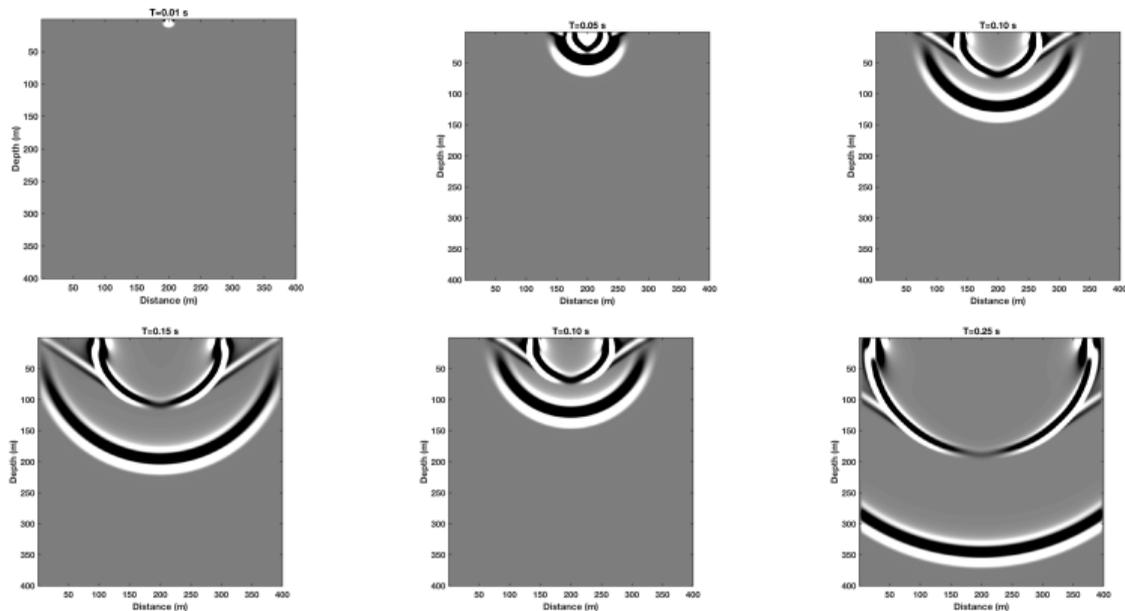


Quelle: Shearer Shearer [2009]



Simulation einer Einzelkraft (Erdbeben) an der freien Oberfläche eines homogenen Halbraums

Click on first frame to play ($f_c = 30\text{Hz}$ $V_p = 1500\text{m/s}$, $V_s = 800\text{m/s}$, $\rho = 2000\text{kg/m}^3$, $\lambda_p = 50\text{m}$, $\lambda_s = 23\text{m}$)



Eine vertikale Einzelkraft an der freien Oberfläche strahlt Raumwellen sowie Rayleighwellen ab.

Agenda

1. Einführung

- Inhalte und Literatur
- Was ist Geophysik ?

2. Seismische Wellenausbreitung

- Prinzip der Seismik
- Raumwellen
- Oberflächenwellen
- **Ausbreitungsgeschwindigkeiten**
- Kinematische Beschreibung der Wellenausbreitung
- Beispiele

3. Zusammenfassung

Ausbreitungsgeschwindigkeiten von Raumwellen

Die Kenntnis der Ausbreitungsgeschwindigkeit von P- und S-Wellen ist wichtig für

- Seismische Abbildung: Umrechnung von Laufzeiten in Tiefe
- Charakterisierung der geologischen Strukturen (Gesteinstyp)

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit hängt von den elastischen Moduln (Kompressionsmodul K , Schermodul μ) und der Massendichte ρ ab:

- P-Wellen

$$v_p = \sqrt{\frac{K + 4/3\mu}{\rho}}$$

- S-Wellen

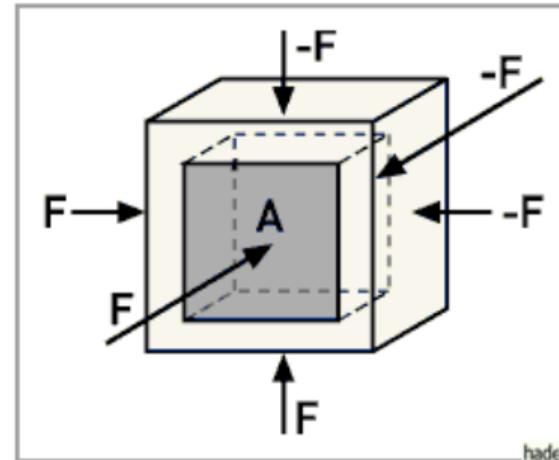
$$v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

Kompressionsmodul

- K Kompressionsmodul: Widerstand gegen Kompression: SI-Einheit N/m^2

$$K := - \frac{dp}{dV/V}$$

- V = Volumen
- $dp = F/A$ = infinitesimale Druckänderung,
- dV = infinitesimale Volumenveränderung
- dV/V = relative Volumenveränderung



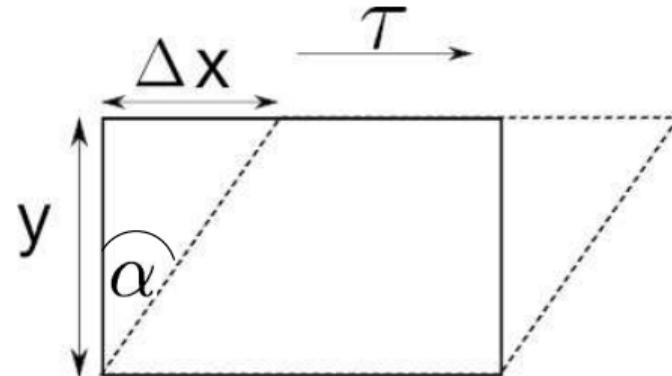
Quelle:Wikipedia

Schermodul

- μ Schermodul: Widerstand gegen Scherung: SI-Einheit N/m^2

$$\mu := \tau \frac{y}{\Delta x} = \frac{\tau}{\tan \alpha} \approx \frac{\tau}{\alpha}$$

- τ = horizontale Spannung
(Scherspannung, Einheit:
Kraft/Fläche)
- Δx = horizontale Verschiebung
- α = Winkelveränderung



Ausbreitungsgeschwindigkeiten von Raumwellen

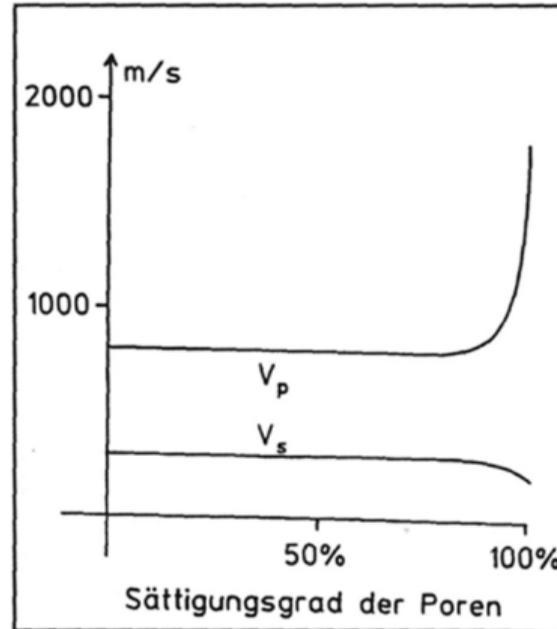
Typische Geschwindigkeiten

| Material | v_p (km/s) | v_s (km/s) |
|---------------------------|--------------|--------------|
| Luft | 0,33 | 0 |
| Oberflächennahe Sedimente | 0,3 – 1,5 | 0.2 – 0.5 |
| Wasser | 1,5 | 0 |
| Eis | 3,0 – 4,0 | 1.0 – 2.5 |
| Sandstein | 1,5 – 4,3 | 1.0 – 3.0 |
| Kalkstein/Dolomit | 4,0 – 4,5 | 2.5 – 3.0 |
| Granit | 5,8 – 6,2 | 3.0 – 3.5 |
| Gabbro | 6,4 – 7,6 | 3.0 – 3.8 |
| Peridotit | 7,8 – 8,4 | 3.8 – 4.2 |

In Flüssigkeiten und Gasen ist $\mu = 0$. Daraus folgt $v_s = 0$.

Einfluß der Wassersättigung

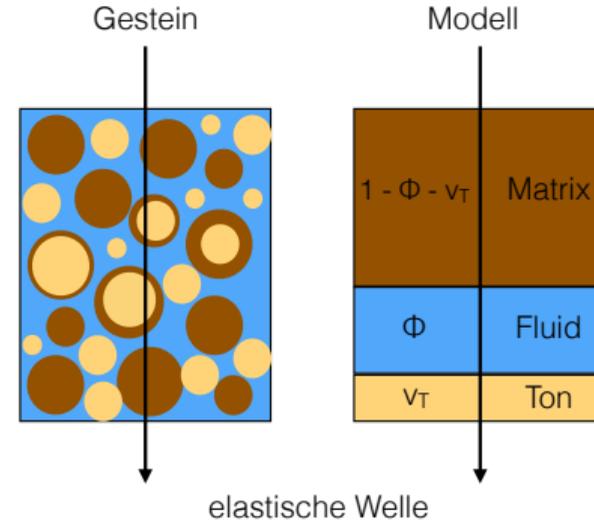
- In porösen Medien steigt das Kompressionsmodul bzw. V_p erst an, wenn nahezu vollständige Sättigung erreicht wird
- V_s ist nahezu unabhängig von der Sättigung
- → Verhältnis V_p / V_s ist Indikator für Wassergehalt



Zeitmittelgleichung

Plattenmodell nach Wyllie: volumenproportionale, ebene Platten für die Bestandteile. Mittelung der Laufzeiten in den Bestandteilen des porösen Mediums.

- Φ : Porosität = rel. Volumenanteil der Porenraums
- V_T : rel. Volumenanteil des Tons



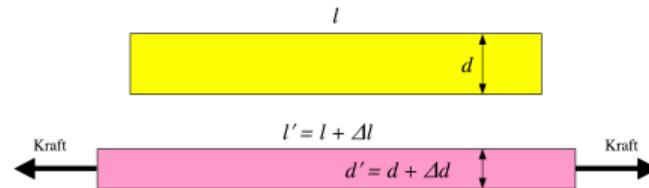
Plattenmodell nach Wyllie

Laufzeit der Welle: $T = T_{Matrix} + T_{Fluid} + T_{Ton}$. Wegen $T \propto V^{-1}$ folgt für die mittlere/effektive Geschwindigkeit im Gestein:

$$\frac{1}{V_{eff}} = \frac{1 - \Phi - V_T}{V_{Matrix}} + \frac{\Phi}{V_{Fluid}} + \frac{V_T}{V_{Ton}}$$

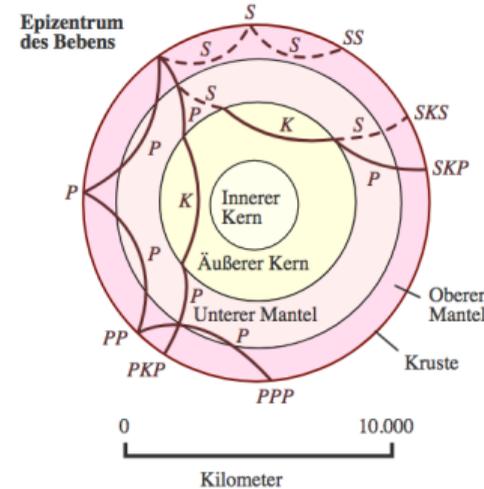
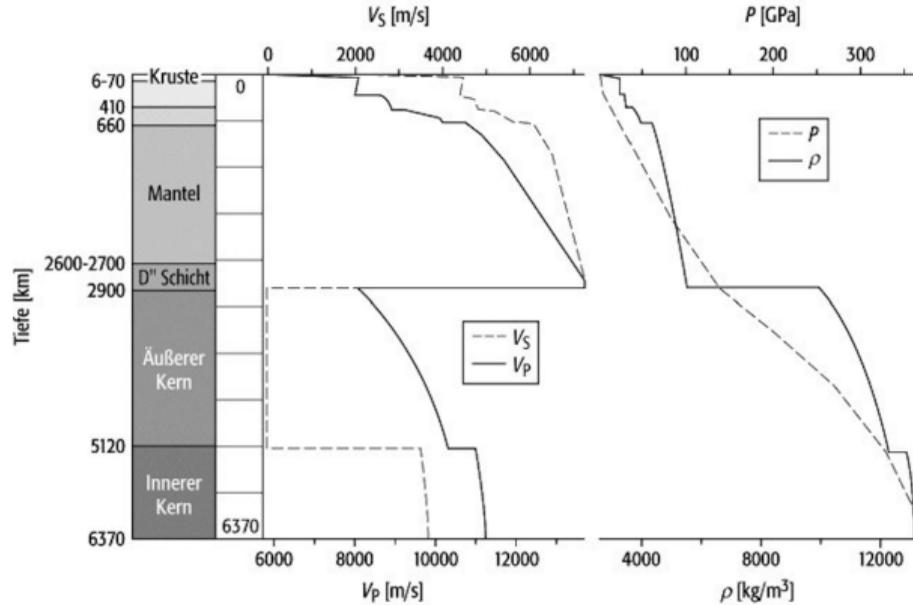
Die Poisson-Zahl

- Poisson-Zahl heißt auch Querkontraktionszahl
- Definition $\sigma = \frac{\Delta d/d}{\Delta l/l}$
- Er lässt sich aus dem Verhältnis $a = V_p/V_s$ berechnen : $\sigma = \frac{a^2-2}{2a^2-2}$
- Wertebereich:
 - Kristalline Gesteine: $a = \sqrt{3}, \sigma = 0.25$
 - Lockersedimente $a = 5 - 20, \sigma = 0.4 - 0.5$
 - Wasser $V_s = 0, \sigma = 0.5$



Ein Körper wird unter Zugspannung länger und dünner Quelle:Wikipedia

Ausbreitungsgeschwindigkeiten in der Erde



Prominente Diskontinuitäten: Kruste-Mantel (20-40km), Mineralumwandlungen im Mantel (410 km, 660 km), Thermische Grenzschicht D'' (2600-2900 km), äußerer Kern (flüssig)/innerer Kern (fest).

Quelle: Spektrum.de Lexikon der Physik. Erde

Agenda

1. Einführung

- Inhalte und Literatur
- Was ist Geophysik ?

2. Seismische Wellenausbreitung

- Prinzip der Seismik
- Raumwellen
- Oberflächenwellen
- Ausbreitungsgeschwindigkeiten
- **Kinematische Beschreibung der Wellenausbreitung**
- Beispiele

3. Zusammenfassung

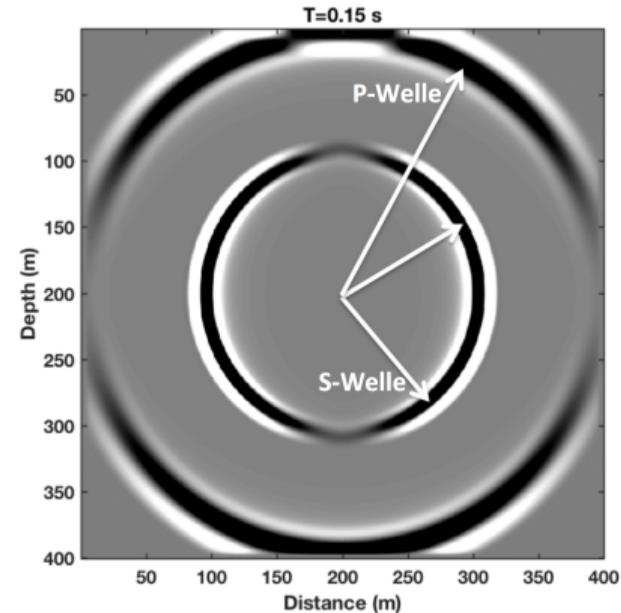
Strahlen und Wellenfronten

Wellenfronten

- Aufenthaltsort der Welle zu einem Zeitpunkt
- räumliche Ausdehnung beträgt eine Wellenlänge $\lambda = V/f$
- Lösung der Wellengleichung

Strahlen

- stehen senkrecht auf der Wellenfront
- Wege des Energietransports
- Hochfrequenznäherung der Wellengleichung



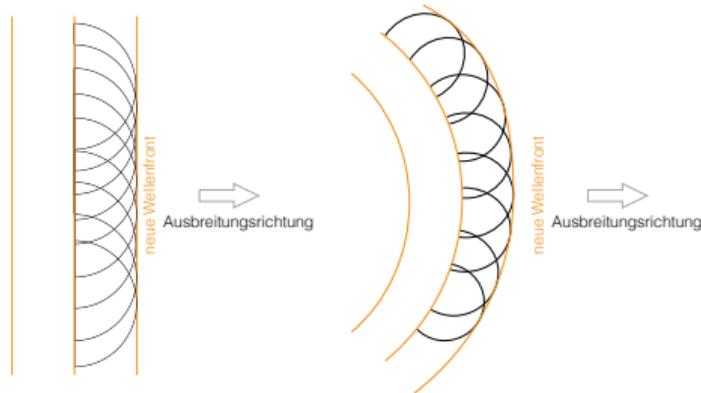
Wellenfronten und Strahlen

($f_c = 30\text{Hz}$, $V_p = 1500\text{m/s}$, $V_s = 800\text{m/s}$, $\rho = 2000\text{kg/m}^3$, $\lambda_p = 50\text{m}$,

$\lambda_s = 23\text{m}$)

Prinzip nach Huygens

Jeder Punkt einer Wellenfront ist Ausgangspunkt einer neuen Elementarwelle. Die konstruktive Interferenz aller Elementarwellen bildet die neue Wellenfront.



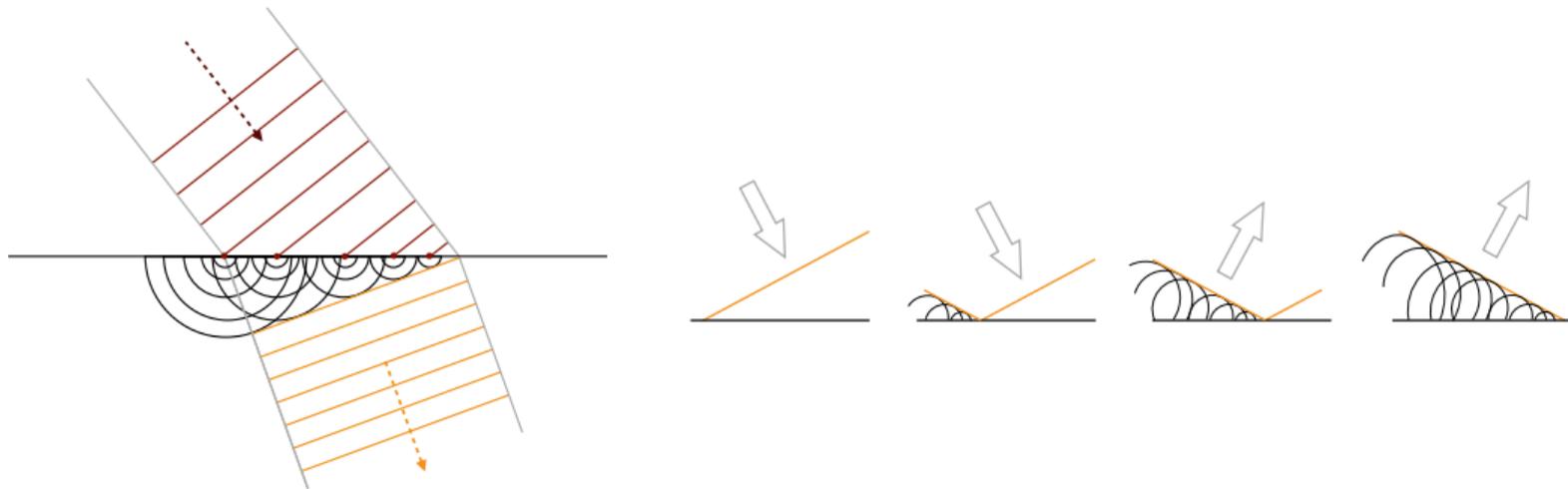
Fortschreiten einer ebenen Wellenfront (links) sowie einer sphärischen Wellenfront (rechts) in einem homogenen Medium.



Christiaan Huygens (1629-1695, Niederlande) war einer der führenden Mathematiker und Physiker des 17. Jahrhunderts.
Quelle:Wikipedia

Prinzip nach Huygens

Trifft eine Welle auf eine Diskontinuität (Sprung in der Ausbreitungsgeschwindigkeit) wird die Wellenfront gekrümmt. Die Diskontinuität ist dann selbst Ausgangspunkt neuer Elementarwellen.

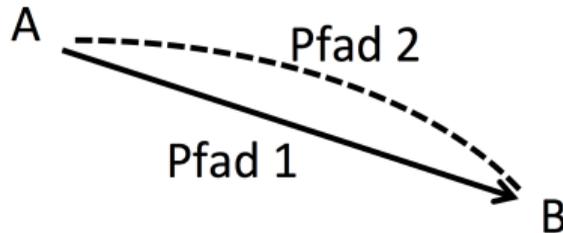


Brechung und Reflexion ebener Wellen an einer Schichtgrenze.

Das Fermatsche Prinzip

Das Fermatsche Prinzip ist ein weiteres hilfreiches Prinzip für die Berechnung von Strahlen. Es besagt, dass der Strahl mit der kürzesten Laufzeit realisiert wird.

$$T = \int_A^B \frac{ds}{V(x, y, z)} \stackrel{!}{=} \text{Min. oder Max.}$$



Pfad 1 wird realisiert, falls seine Laufzeit kürzer ist.

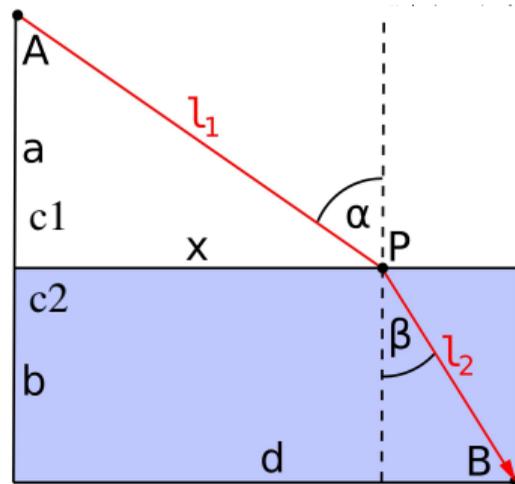


Pierre de Fermat (1607-1665) war ein französischer Mathematiker und Jurist.

Quelle: Wikipedia

Herleitung des Brechungsgesetzes aus dem Fermatschen Prinzip

$$t(x) = t_1 + t_2 = \frac{l_1}{c_1} + \frac{l_2}{c_2}$$



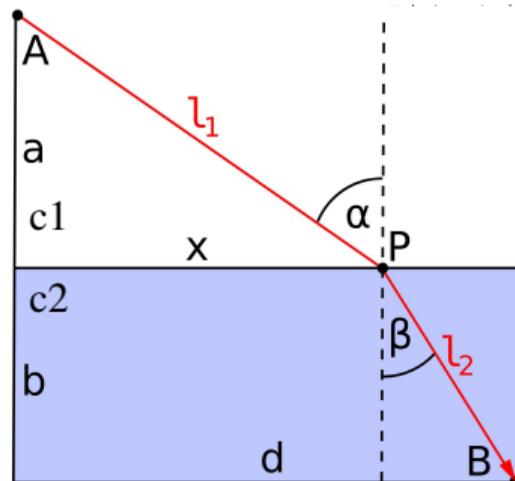
Bildquelle: Wikipedia

$$\frac{\sin(\alpha)}{c_1} = \frac{\sin(\beta)}{c_2}$$

Brechungsgesetz nach Snellius

Herleitung des Brechungsgesetzes aus dem Fermat-schen Prinzip

$$\begin{aligned}t(x) &= t_1 + t_2 = \frac{l_1}{c_1} + \frac{l_2}{c_2} \\ &= \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{(d-x)^2 + b^2}}{c_2}\end{aligned}$$



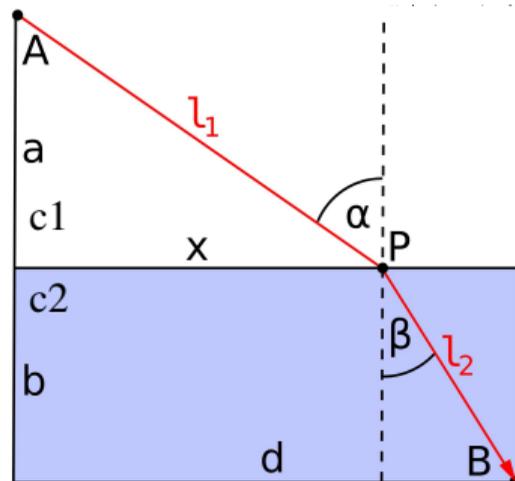
Bildquelle: Wikipedia

$$\frac{\sin(\alpha)}{c_1} = \frac{\sin(\beta)}{c_2}$$

Brechungsgesetz nach Snellius

Herleitung des Brechungsgesetzes aus dem Fermat-schen Prinzip

$$\begin{aligned}t(x) &= t_1 + t_2 = \frac{l_1}{c_1} + \frac{l_2}{c_2} \\ &= \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{(d-x)^2 + b^2}}{c_2} \\ \frac{dt}{dx} &= \frac{2x}{2c_1\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{2(d-x)}{2c_2\sqrt{(d-x)^2 + b^2}}\end{aligned}$$



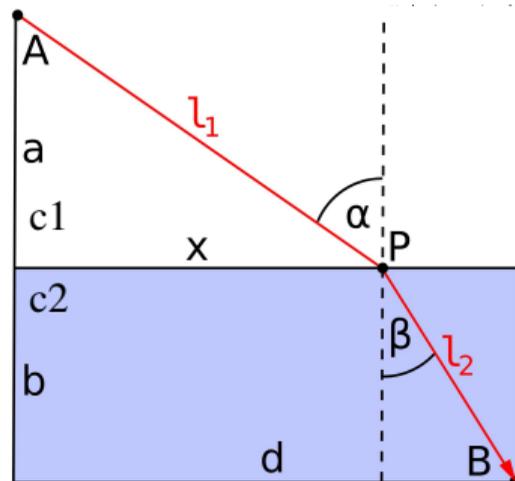
Bildquelle: Wikipedia

$$\frac{\sin(\alpha)}{c_1} = \frac{\sin(\beta)}{c_2}$$

Brechungsgesetz nach Snellius

Herleitung des Brechungsgesetzes aus dem Fermatschen Prinzip

$$\begin{aligned}t(x) &= t_1 + t_2 = \frac{l_1}{c_1} + \frac{l_2}{c_2} \\ &= \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{(d-x)^2 + b^2}}{c_2} \\ \frac{dt}{dx} &= \frac{2x}{2c_1\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{2(d-x)}{2c_2\sqrt{(d-x)^2 + b^2}} \\ \frac{dt}{dx} &\stackrel{!}{=} 0 \quad \text{Fermat!}\end{aligned}$$



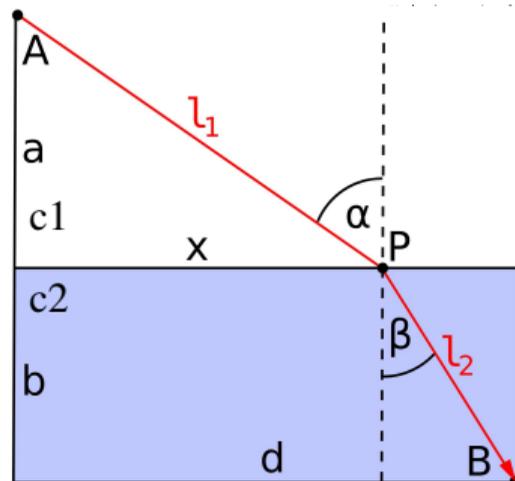
Bildquelle: Wikipedia

$$\frac{\sin(\alpha)}{c_1} = \frac{\sin(\beta)}{c_2}$$

Brechungsgesetz nach Snellius

Herleitung des Brechungsgesetzes aus dem Fermat-schen Prinzip

$$\begin{aligned}t(x) &= t_1 + t_2 = \frac{l_1}{c_1} + \frac{l_2}{c_2} \\&= \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{(d-x)^2 + b^2}}{c_2} \\ \frac{dt}{dx} &= \frac{2x}{2c_1\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{2(d-x)}{2c_2\sqrt{(d-x)^2 + b^2}} \\ \frac{dt}{dx} &\stackrel{!}{=} 0 \quad \text{Fermat!} \\ 0 &= \frac{x}{c_1\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{d-x}{c_2\sqrt{(d-x)^2 + b^2}}\end{aligned}$$



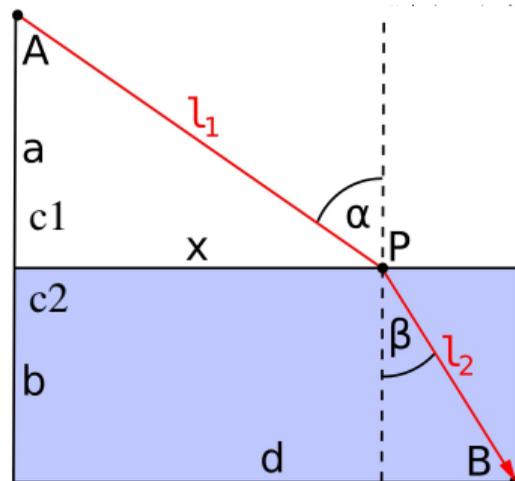
Bildquelle: Wikipedia

$$\frac{\sin(\alpha)}{c_1} = \frac{\sin(\beta)}{c_2}$$

Brechungsgesetz nach Snellius

Herleitung des Brechungsgesetzes aus dem Fermat-schen Prinzip

$$\begin{aligned}t(x) &= t_1 + t_2 = \frac{l_1}{c_1} + \frac{l_2}{c_2} \\&= \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{(d-x)^2 + b^2}}{c_2} \\ \frac{dt}{dx} &= \frac{2x}{2c_1\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{2(d-x)}{2c_2\sqrt{(d-x)^2 + b^2}} \\ \frac{dt}{dx} &\stackrel{!}{=} 0 \quad \text{Fermat!} \\ 0 &= \frac{x}{c_1\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{d-x}{c_2\sqrt{(d-x)^2 + b^2}} \\ &= \frac{1}{c_1} \frac{x}{l_1} - \frac{1}{c_2} \frac{d-x}{l_2}\end{aligned}$$



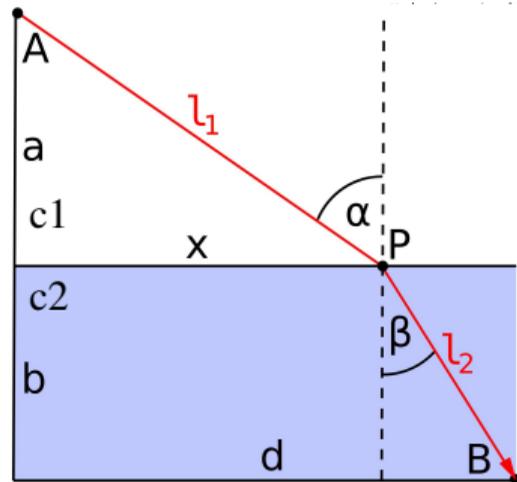
Bildquelle: Wikipedia

$$\frac{\sin(\alpha)}{c_1} = \frac{\sin(\beta)}{c_2}$$

Brechungsgesetz nach Snellius

Herleitung des Brechungsgesetzes aus dem Fermat-schen Prinzip

$$\begin{aligned}t(x) &= t_1 + t_2 = \frac{l_1}{c_1} + \frac{l_2}{c_2} \\&= \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{(d-x)^2 + b^2}}{c_2} \\ \frac{dt}{dx} &= \frac{2x}{2c_1\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{2(d-x)}{2c_2\sqrt{(d-x)^2 + b^2}} \\ \frac{dt}{dx} &\stackrel{!}{=} 0 \quad \text{Fermat!} \\ 0 &= \frac{x}{c_1\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{d-x}{c_2\sqrt{(d-x)^2 + b^2}} \\ &= \frac{1}{c_1} \frac{x}{l_1} - \frac{1}{c_2} \frac{d-x}{l_2} = \frac{1}{c_1} \sin(\alpha) - \frac{1}{c_2} \sin(\beta)\end{aligned}$$



Bildquelle: Wikipedia

$$\frac{\sin(\alpha)}{c_1} = \frac{\sin(\beta)}{c_2}$$

Brechungsgesetz nach Snellius

Agenda

1. Einführung

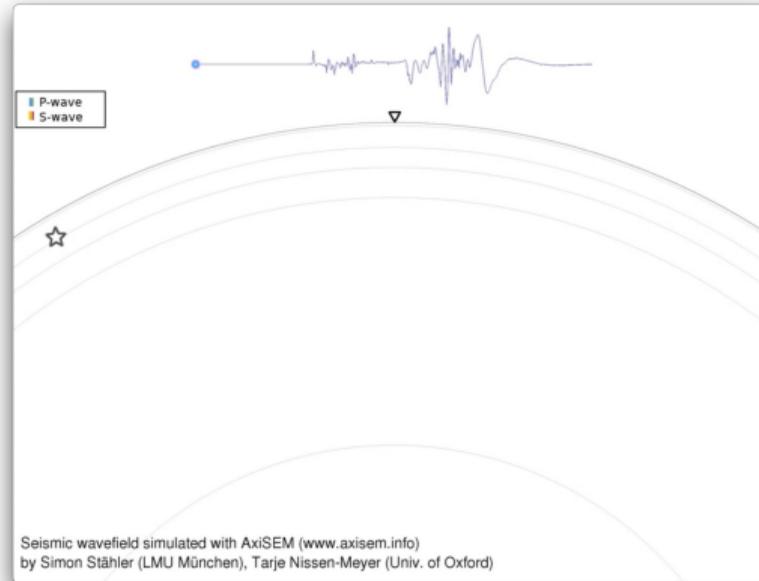
- Inhalte und Literatur
- Was ist Geophysik ?

2. Seismische Wellenausbreitung

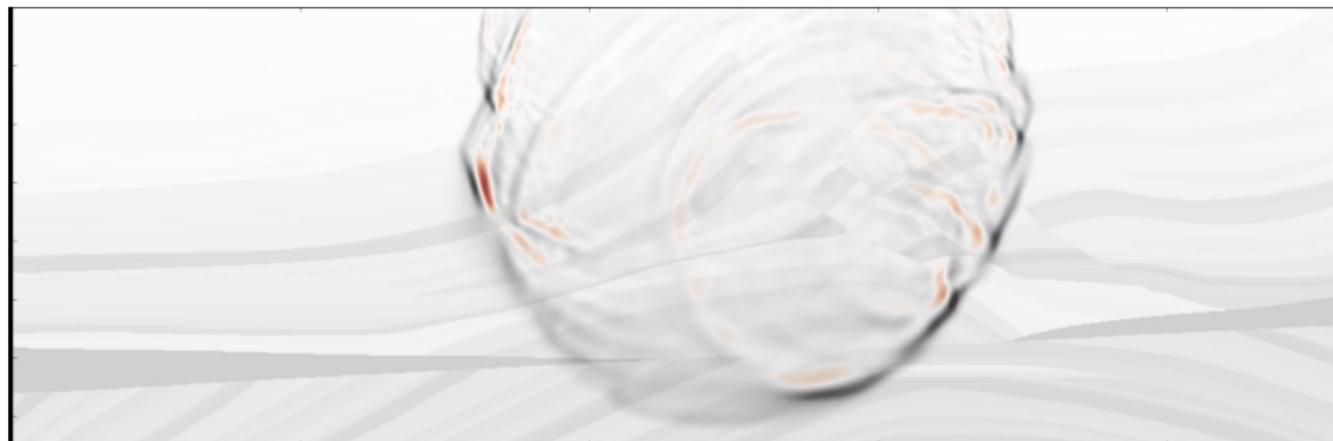
- Prinzip der Seismik
- Raumwellen
- Oberflächenwellen
- Ausbreitungsgeschwindigkeiten
- Kinematische Beschreibung der Wellenausbreitung
- Beispiele

3. Zusammenfassung

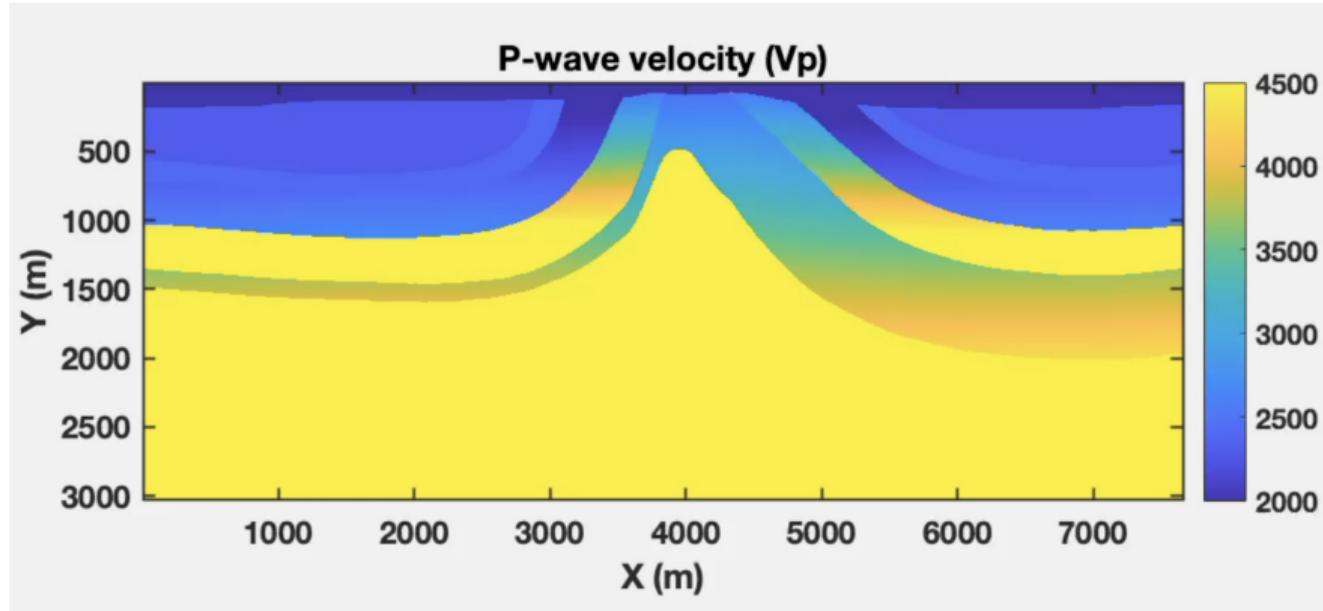
Globale Ausbreitung von Erdbebenwellen



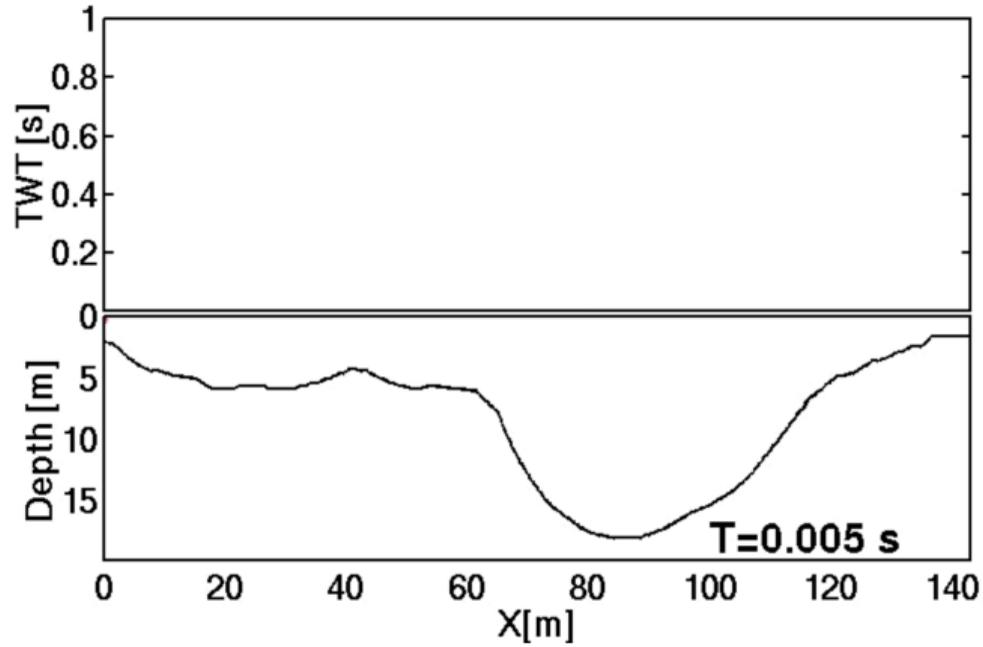
Akustische Simulation einer komplexen Sedimentstruktur



Elastische Simulation Endlager Asse



SH-Wellen in der Flachseismik



Agenda

1. Einführung

- Inhalte und Literatur
- Was ist Geophysik ?

2. Seismische Wellenausbreitung

- Prinzip der Seismik
- Raumwellen
- Oberflächenwellen
- Ausbreitungsgeschwindigkeiten
- Kinematische Beschreibung der Wellenausbreitung
- Beispiele

3. Zusammenfassung

Zusammenfassung

- Die Geophysik beschreibt die Erde mit physikalischen Methoden. Die Fragestellungen benötigen oft Kenntnisse aus den Geowissenschaften, der Mathematik und Informatik.
- Die Seismik beschäftigt sich mit der Abbildung von Strukturen im Erdinneren mit Hilfe von seismischen Wellen.
- In der Seismik werden Raumwellen (P- und S-Wellen) sowie Oberflächenwellen (Rayleigh- und Lovewellen) verwendet. Die Wellen unterscheiden sich bezüglich ihres Wellenweges (Raum, Oberfläche), der Partikelbewegung (longitudinal, transversal, elliptisch) sowie der Ausbreitungsgeschwindigkeit ($V_p > V_s > V_R$).
- Die Ausbreitung der seismischen Wellen kann mit Hilfe von Strahlen beschrieben werden. Diese stehen senkrecht auf einer Wellenfront.
- Das Huygens'sche Prinzip beschreibt die Ausbreitung von Wellenfronten.
- Das Fermatsche Prinzip beschreibt die Ausbreitung von Strahlen.
- Aus dem Fermatschen Prinzip ergibt sich das Brechungsgesetz mit dem Ausbreitungswege bei bekannten Geschwindigkeiten in der Erde berechnet werden können.



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit

✉ Thomas.Bohlen@kit.edu

🔗 <http://www.gpi.kit.edu/>

Veröffentlicht unter  Lizenz.

Referenzen I

P. Shearer. *Introduction to seismology*. Cambridge University Press, 2009.